

**Решение квадратных  
уравнений с параметрами.  
Метод плавающей  
параболы**

**Параметр** в уравнении или неравенстве некоторая *плавающая* величина, т.е. число, принимающая *различные* значения

**Уравнение с параметрами** — математическое уравнение внешний вид и решение которого зависит от значений одного или нескольких параметров.

**Решить** уравнение с параметром означает, что нужно найти все системы значений параметров, при которых выполняется то или иное требование.

При каких условиях корни  
уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

меньше числа  $M$ ?

$$x_1 < x_2 < M$$

Рассмотрим соответствующую  
квадратичную функцию

$$y = ax^2 + bx + c$$

Найдем вершину параболы

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \quad y_0 = y(x_0)$$

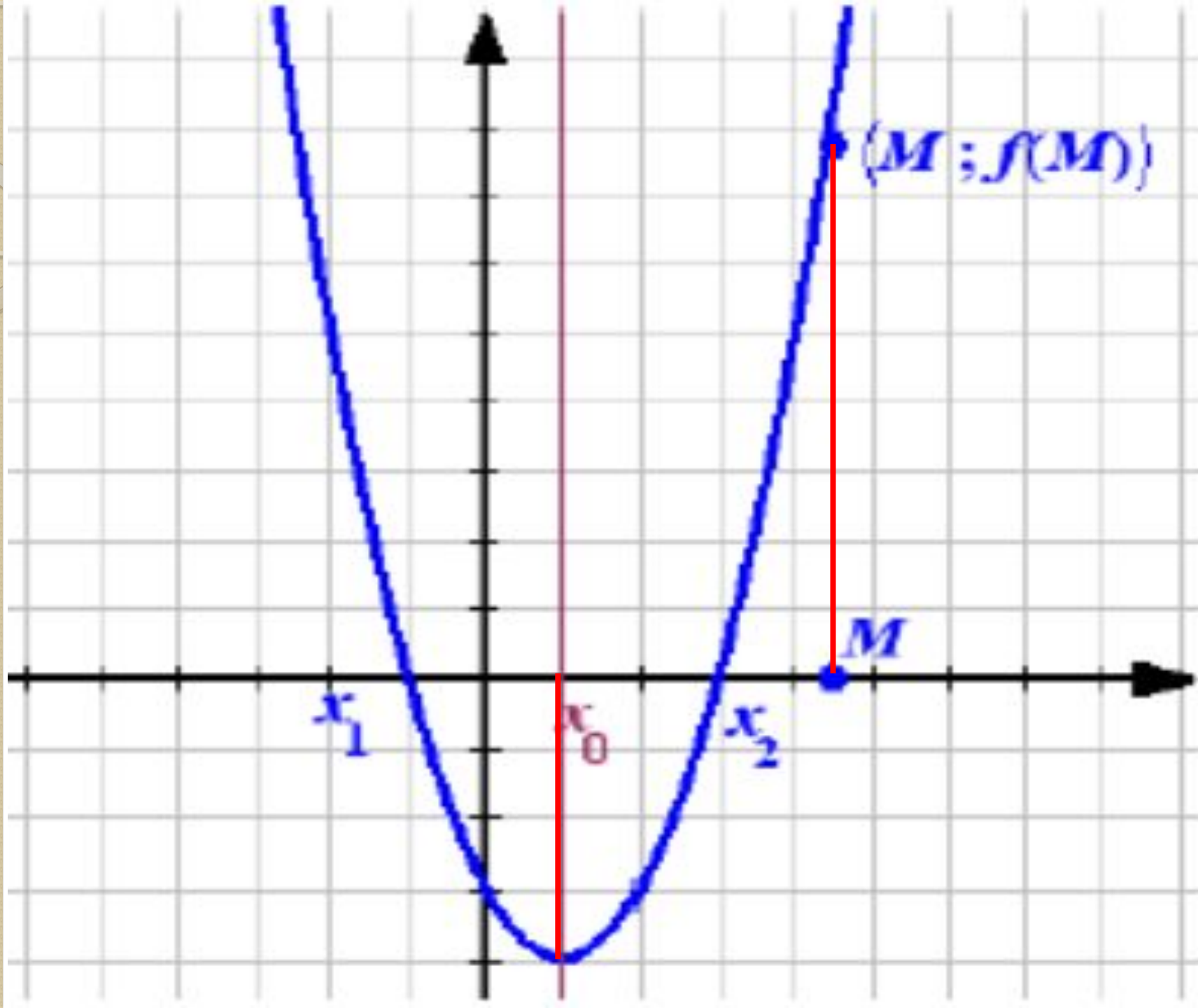
I случай


$$a > 0$$

Ветви параболы направлены вверх

Условие существования  
действительных корней квадратного  
уравнения

$$D \geq 0$$



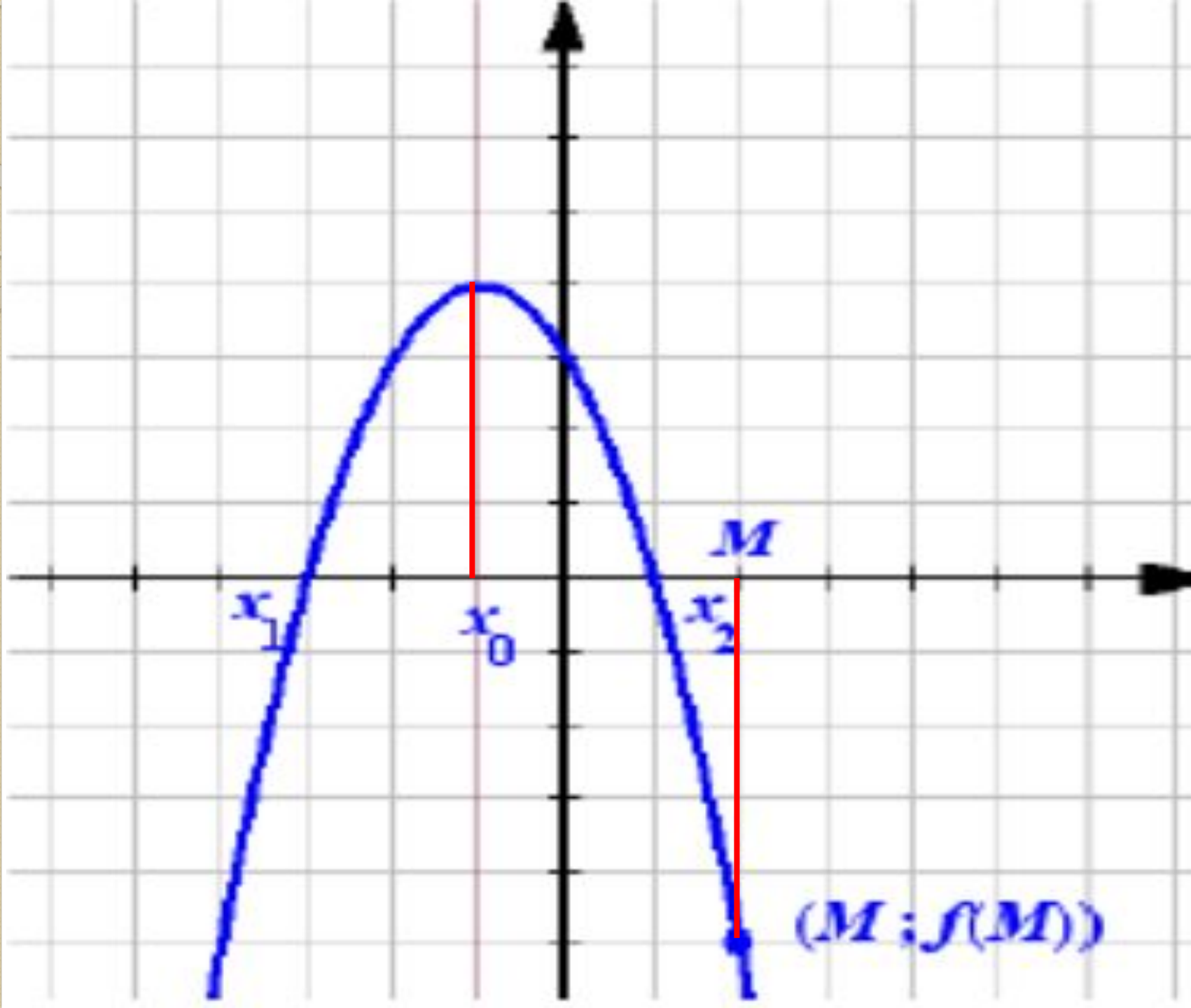

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 < M \\ f(M) > 0 \end{array} \right.$$




II случай

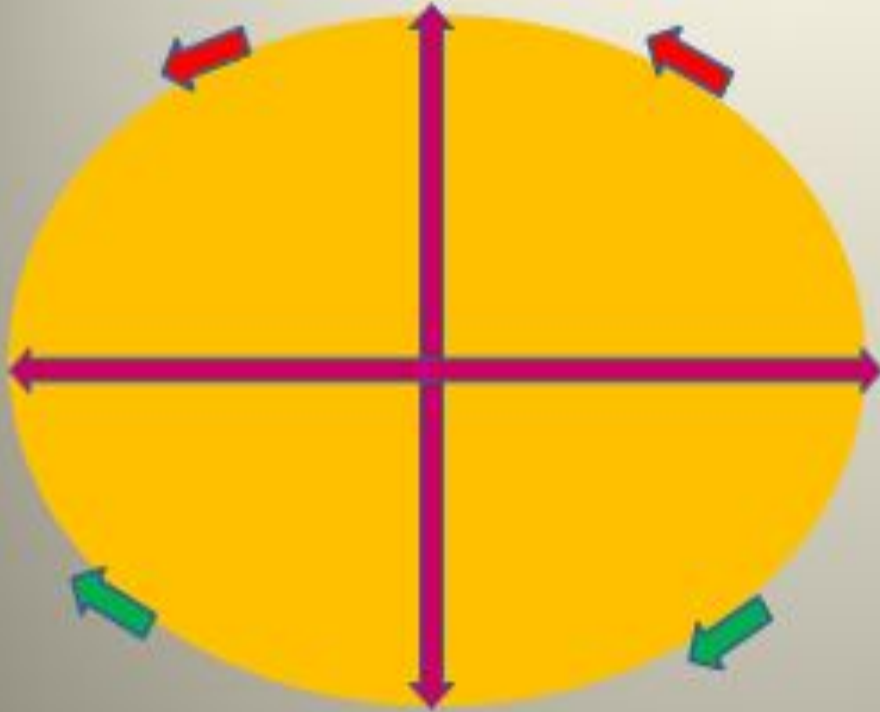
$$a < 0$$

Ветви параболы направлены вниз




$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 < M \\ f(M) < 0 \end{array} \right.$$

# Офтальмотренажер



## Упражнения для глаз:

- 1) вертикальные движения глаз  
вверх – вниз (4-6 раз);
- 2) горизонтальное  
вправо – влево (4-6 раз);
- 3) вращение глазами по  
часовой стрелке и  
против часовой стрелки;
- 4) закрыть глаза и  
представить по очереди  
цвета радуги как можно  
отчетливее;



При каких значениях параметра  $m$   
корни уравнения

$$x^2 + 2(m - 1)x + 4m - 7 = 0$$


отрицательны.

$$y = x^2 + 2(m-1)x + 4m - 7$$

$$\begin{aligned} D &= 4(m-1)^2 - 4(4m-7) = \\ &= 4m^2 - 8m + 4 - 16m + 28 = \\ &= 4m^2 - 24m + 32 \end{aligned}$$

$$x_0 = -\frac{2(m-1)}{2} = -(m-1)$$

$$f(0) = 4m - 7$$


$$\begin{cases} 4m^2 - 24m + 32 \geq 0 \\ -(m - 1) < 0 \\ 4m - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-\infty; 2] \cup [4; +\infty) \\ (1; +\infty) \\ \frac{7}{4} \\ (\frac{7}{4}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$m \in (\frac{7}{4}; 2] \cup [4; +\infty)$$



При каких значениях параметра  $p$  корни уравнения

1 группа

$$x^2 + 2(p + 1)x + 9p - 5 = 0$$

меньше 0.

2 группа

$$x^2 - (3p + 1)x + (2p^2 + 4p - 6) = 0$$

меньше -1

3 группа

$$x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0$$

меньше 1

I группа

$$p \in \left(\frac{5}{9}; 1\right) \cup (6; +\infty)$$

2 группа

$$(-\infty; 4)$$

3 группа

$$(-\infty; -1)$$

При каких условиях корни уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

больше числа  $M$ ?

$$M < x_1 < x_2$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 > M \\ f(M) > 0 \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} a < 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 > M \\ f(M) < 0 \end{cases}$$