Решение квадратных уравнений с параметрами. Метод плавающей параболы

Параметр в уравнении или неравенстве некоторая *плавающая* величина, т.е. число, принимающая *различные* значения

Уравнение с параметрами — математическое уравнение внешний вид и решение которого зависит от значений одного или нескольких параметров.

Решить уравнение с параметром означает, что нужно найти все системы значений параметров, при которых выполняется то или иное требование.

При каких условиях корни уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

меньше числа М?

$$x_1 < x_2 < M$$

Рассмотрим соответствующую квадратичную функцию

$$y = ax^2 + bx + c$$

Найдем вершину параболы

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \qquad y_0 = y(x_0)$$

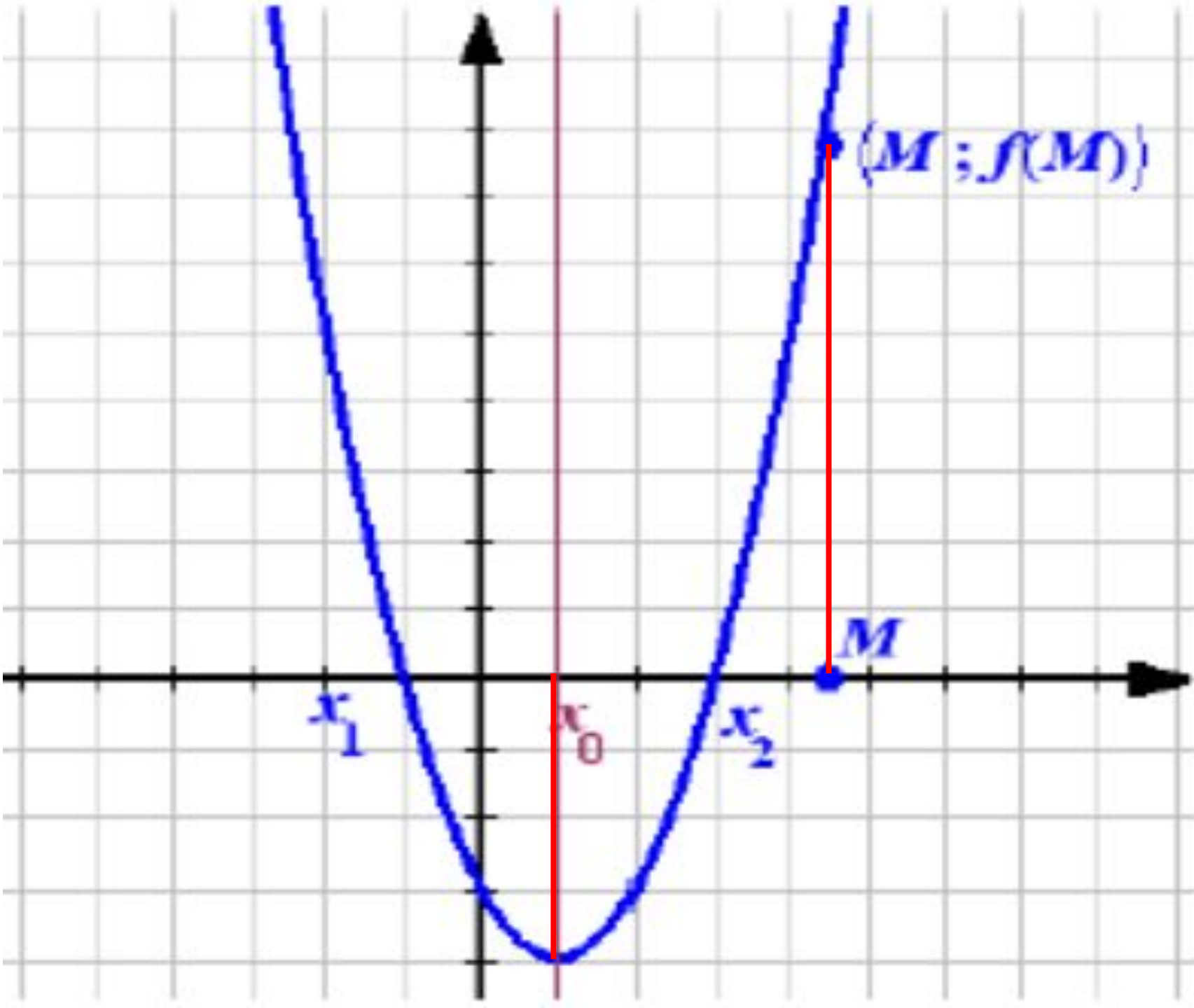
I случай

$$a \rangle 0$$

Ветви параболы направлены вверх

Условие существования действительных корней квадратного уравнения

$$D \geq 0$$

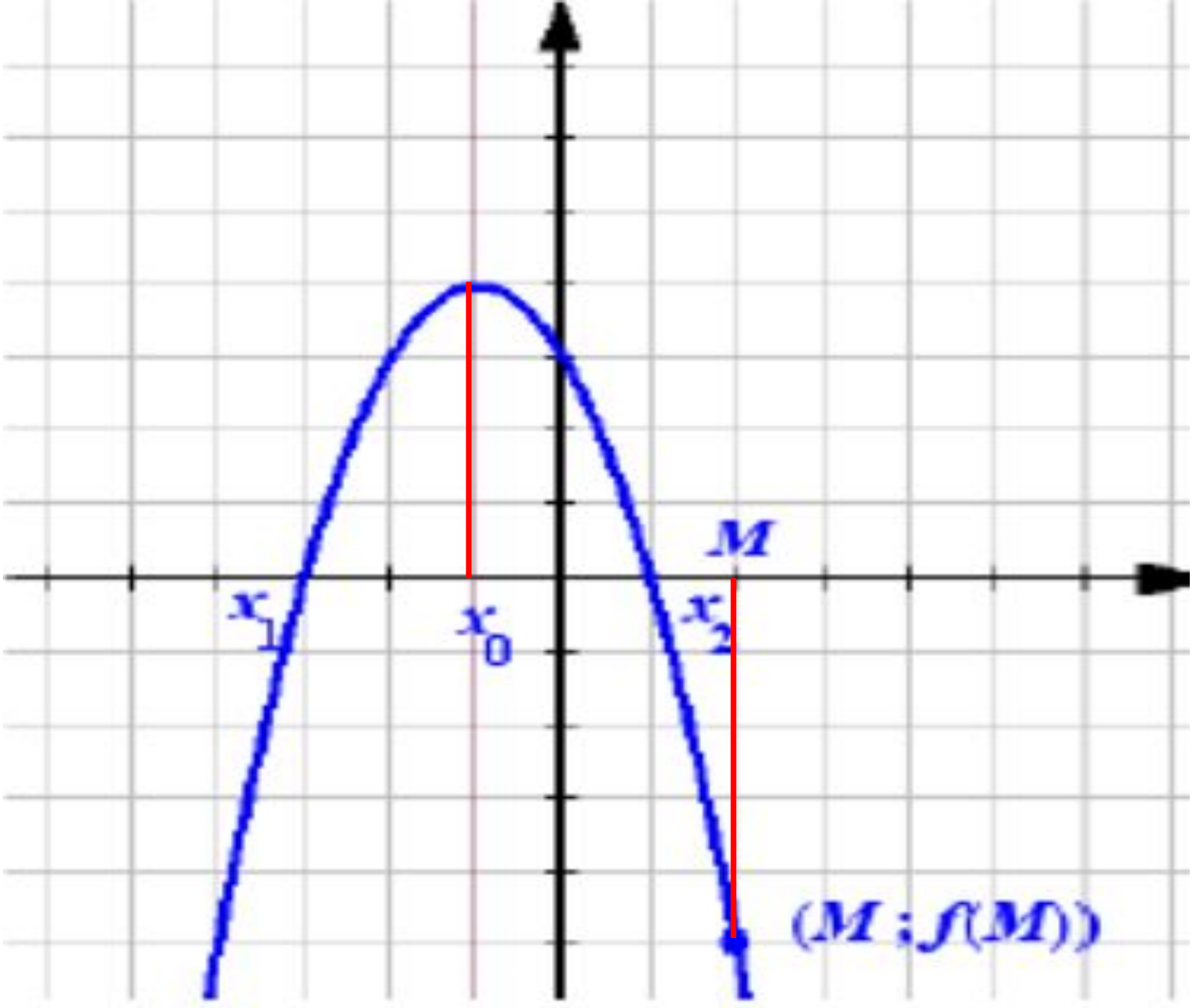

(M ; f(M))
M
x1
x0
x2

$$\begin{cases} a \rangle 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 \langle M \\ f(M) \rangle 0 \end{cases}$$

II случай

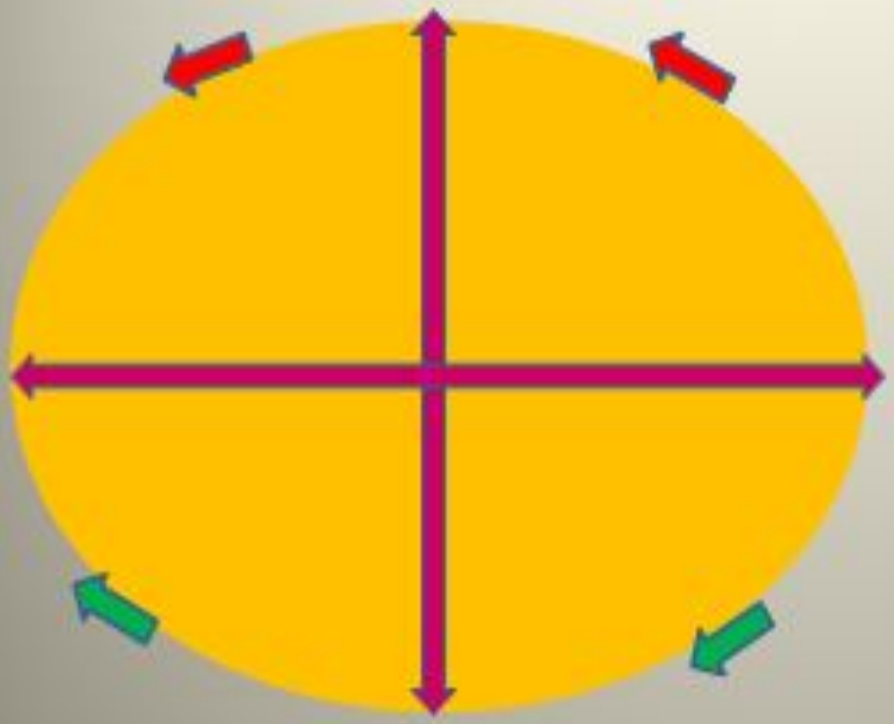
$$a \langle 0$$

Ветви параболы направлены вниз


M
x_1
x_0
x_2
$(M ; f(M))$

$$\begin{cases} a\langle 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 \langle M \\ f(M)\langle 0 \end{cases}$$

Офтальмотренажер



Упражнения для глаз:

1) вертикальные движения глаз вверх – вниз (4-6 раз);

2) горизонтальное вправо – влево (4-6 раз);

3) вращение глазами по часовой стрелке и против часовой стрелки;

4) закрыть глаза и представить по очереди цвета радуги как можно отчетливее;

При каких значениях параметра m корни уравнения

$$x^2 + 2(m-1)x + 4m - 7 = 0$$

отрицательны.

$$y = x^2 + 2(m-1)x + 4m - 7$$

$$D = 4(m-1)^2 - 4(4m-7) =$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 16m + 28 =$$

$$= 4m^2 - 24m + 32$$

$$x_0 = -\frac{2(m-1)}{2} = -(m-1)$$

$$f(0) = 4m - 7$$

$$\begin{cases} 4m^2 - 24m + 32 \geq 0 \\ -(m-1) \langle 0 \\ 4m - 7 \rangle 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-\infty;2]\cup[4;+\infty) \\ (1;+\infty) \\ (\frac{7}{4};+\infty) \end{cases}$$

$$m\in(\frac{7}{4};2]\cup[4;+\infty)$$

При каких значениях параметра р корни уравнения

1 группа

$$x^2 + 2(p+1)x + 9p - 5 = 0$$

меньше 0.

2 группа

$$x^2 - (3p+1)x + (2p^2 + 4p - 6) = 0$$

меньше -1

3 группа

$$x^2 - (2p+1)x + (p^2 + p - 2) = 0$$

меньше 1

1 группа

$$p \in (\frac{5}{9};1) \cup (6;+\infty)$$

2 группа

$$(-\infty;4)$$

3 группа

$$(-\infty;-1)$$

При каких условиях корни уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

больше числа М?

$$M \langle x_1 \langle x_2$$

$$\begin{cases} a \rangle 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 \rangle M \\ f(M) \rangle 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a \langle 0 \\ D \geq 0 \\ x_0 \rangle M \\ f(M) \langle 0 \end{cases}$$