Тема:

«Десятичные и натуральные логарифмы.

Вычислить:

$$\log_2 16 =$$

$$\log_4 \frac{1}{2} =$$

$$7^{\log_7 3} =$$

$$5^{2\log_5 3} =$$

$$8^{\log_8 5} =$$

$$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 =$$

$$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} =$$

$$\log_{15} 3 + \log_{15} 75 =$$

Определение 1

Десятичным логарифмом называется *логарифм по основанию* 10.

<u>*Обозначение:*</u> **lg**,

то есть $\log_{10} x = \lg x$

Десятичный логарифм чисел **0.1**, **0.01**, **0.001** равен соответственно **-1**, **-2**,**-3**, т.е. имеют столько *отрицательных единиц* сколько нулей стоит перед единицей, считая и ноль целых.

Десятичный логарифм (примеры)

1. $\lg 1 = 0$, так как $1 = 10^0$
2. $\lg 10 = 1$, так как $10 = 10^1$
3. $\lg 100 = 2$, так как $100 = 10^2$
4. $\lg 0{,}1 = -1$, так как $0{,}1 = 10^{-1}$

$\lg 1000 = 3$;

$\lg 0{,}01 = -2$;

$\lg 1 = 0$;

$\lg(-10)$ не определен.

Определение 2

Натуральным логарифмом называется *логарифм по основанию* e.

<u>*Обозначение:*</u> **ln**,

то есть $\log_e x = \ln x$

Число e является иррациональным, его приближённое значение 2.718281828 ($e \approx 2{,}7$)

Число e – экспоне́нта, показательная функция,

где e — Число Эйлера.

Значения натуральных логарифмов можно вычислить только приближенно.

Свойства натурального логарифма

Свойство	Формула	Пример
Логарифм умножения	$\ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$	$\ln(3 \cdot 7) = \ln(3) + \ln(7)$
Логарифм деления	$\ln(x / y) = \ln(x) - \ln(y)$	$\ln(3 / 7) = \ln(3) - \ln(7)$
Логарифм степени	$\ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$	$\ln(2^8) = 8 \cdot \ln(2)$
Логарифм корня	$\ln\sqrt[p]{x} = \frac{\ln x}{p}$	$\ln\sqrt{10} = \frac{\ln 10}{2}$

Упражнения на свойства логарифмов

Вычислите:

1. 1) $\log_6 6$; 2) $\log_2 128$; 3) $\log_7 \frac{1}{49}$; 4) $\log_{\frac{1}{3}} 81$;

5) $\log_5 \frac{1}{625}$; 6) $\lg 0{,}1$; 7) $\lg 0{,}01$; 8) $\lg 0{,}001$;

9) $\log_{0,5} 0{,}0625$; 10) $\ln e$; 11) $\ln \frac{1}{e}$.

2. 1) $3^{\log_3 4 + 1}$; 2) $5^{\log_5 2 + 3}$; 3) $9^{\log_9 7 + 2}$;

4) $2^{\log_2 30 - 4}$; 5) $7^{\log_7 63 - 1}$; 6) $10^{lg\, 30 - 1}$;

7) $16^{\log_4 8 - 1}$

3. 1) $\frac{\log_5 36}{\log_5 6}$; 2) $\frac{\log_8 256}{\log_8 4}$; 3) $\frac{\log_7 32}{\log_7 2}$; 4) $\frac{\log_3 0{,}25}{\log_3 4}$;