

Урок 60

Производная сложной функции

Цели обучения:

10.3.1.14 - знать определение сложной функции и находить её производную;

10.3.1.13 - находить производные тригонометрических функций;

Критерии оценивания

- использует правила нахождения производной суммы, произведения и частного;
- умеет находить производную произведения и частного;
- умеет находить производную сложной функции
- Умеет находить производную тригонометрических функций

Актуализация изученного материала

Фронтальная работа

Составить уравнение касательной к графику функции:

11.43. $y = x^3$ в точке $x = -1$.

11.44. $y = \sin x$ в точке $x = 0$.

11.45. $y = -\frac{2}{x}$ в точке $x = 1$.

11.62. На кривой $f(x) = x^2 - x + 1$ найти точку, в которой касательная параллельна прямой $y = 3x - 1$.

Составить уравнение данной касательной и уравнение нормали к касательной

$$y = 3x + 2$$

$$y = x$$

$$y = 2x - 4$$

$$M(2; 3)$$

$$y_K = 3x - 3$$

$$y_H = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

Правила дифференцирования

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(cu)' = cu', c = \text{const}$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Рассмотрим функции

$$f(t) = \sin t \quad g(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y = \sin(x^2 - 2x + 5)$$

$$y = f(g(x))$$

**Внешняя
функция**

**Внутренняя
функция**

Примеры:

$$1) y = (2x + 1)^6$$

Внешняя функция $f = t^6$

Внутренняя функция $t = 2x + 1$

$$2) y = \frac{1}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = (\sin x)^{-2}$$

$$y = (\sin x)^{-2}$$

Внешняя функция $f = t^{-2}$

Внутренняя функция $t = \sin x$

$$3) y = \boxed{\text{tg}} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

Внутренняя функция

$$t = 2x + \frac{\pi}{4}$$

Внешняя функция $f = \text{tgt}$

Определить внутреннюю и внешнюю функции для данной сложной функции:

$$1) y = \underbrace{(4x + 1)}_t \overset{\boxed{4}}{}$$

$$\begin{cases} t = 4x + 1 - \text{внутренняя функция} \\ f = t^4 - \text{внешняя функция} \end{cases}$$

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$2) y = \boxed{\sin} \underbrace{2x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 2x \quad - \text{Внутренняя функция} \\ f = \sin t \quad - \text{Внешняя функция} \end{array} \right.$$

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$3) y = \frac{1}{(x+1)^3} \quad y = \left(\underbrace{x+1}_{\text{внутренняя}} \right)^{\boxed{-3}}$$

$$\begin{cases} t = x + 1 & \text{- Внутренняя функция} \\ f = t^{-3} & \text{- Внешняя функция} \end{cases}$$

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$4) y = \cos^2 x \quad y = \left(\underbrace{\cos x}_{\text{внутренняя}} \right)^{\boxed{2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \cos x \text{ - } \textit{Внутренняя функция} \\ f = t^2 \text{ - } \textit{Внешняя функция} \end{array} \right.$$

Правило нахождения производной сложной функции

Производная сложной функции равна производной внешней функции на производную внутренней функции

Если $h(x) = g(f(x))$, тогда

$$h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$1) y = \cos 4x$$

$$\begin{cases} t = 4x \\ f = \cos t \end{cases}$$

$$y' = f' \cdot t'$$

$$y' = (\cos t)' \cdot (4x)' = -\sin t \cdot 4 = -4 \sin t =$$

$$= 4 \sin 4x$$

Найти производную функции:

$$2) y = \boxed{ctg} \left(\underbrace{2x + \frac{\pi}{3}}_t \right)$$
$$\begin{cases} t = 2x + \frac{\pi}{3} \\ f = ctgt \end{cases}$$
$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

$$y' = (ctgt)' \cdot \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)' = -\frac{1}{\sin^2 t} \cdot 2 = -\frac{2}{\sin^2 t} =$$
$$= -\frac{2}{\sin^2 \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)}$$

Найти производную функции:

$$3) y = \sin^2 x$$

$$\begin{cases} t = \sin x \\ f = t^2 \end{cases} \quad y' = f' \cdot t'$$

$$y' = (t^2)' \cdot (\sin x)' = 2t \cdot \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

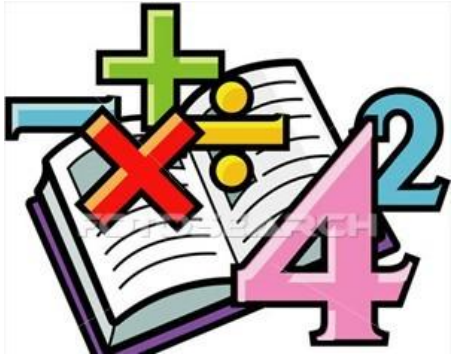
Найти производную функции:

$$4) y = \underbrace{(x^2 + 2x)}_t^4$$

$$\begin{cases} t = x^2 + 2x \\ f = t^4 \end{cases}$$

$$y' = f' \cdot t'$$

$$\begin{aligned} y' &= (t^4)' \cdot (x^2 + 2x)' = 4t^3 \cdot (2x + 2) = 8t^3 \cdot (x + 1) = \\ &= 8(x + 1) \cdot (x^2 + 2x)^3 \end{aligned}$$



Reflection of the lesson



Green-not problems. All is clear

Yellow- I have some little problems

Red-I don't understand the task. I need one's help

