Урок 60

Производная сложной функции

Цели обучения:

10.3.1.14 - знать определение сложной функции и находить её производную;
10.3.1.13 - находить производные тригонометрических функций;

Критерии оценивания

- использует правила нахождения производной суммы, произведения и частного;
- умеет находить производную произведения и частного;
- умеет находить производную сложной функции
- Умеет находить производную тригонометрических функций

Актуализация изученного материала
Фронтальная работа

Составить уравнение касательной к графику функции:

11.43. $y = x^3$ в точке $x = -1$.

11.44. $y = \sin x$ в точке $x = 0$.

11.45. $y = -\dfrac{2}{x}$ в точке $x = 1$.

$$y = 3x + 2$$

$$y = x$$

$$y = 2x - 4$$

11.62. На кривой $f(x) = x^2 - x + 1$ найти точку, в которой касательная параллельна прямой $y = 3x - 1$.

Составить уравнение данной касательной и уравнение нормали к касательной

$$M(2;3)$$

$$y_K = 3x - 3$$

$$y_H = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

Правила дифференцирования

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(cu)' = cu', c = const$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Рассмотрим функции

$$f(t)=\sin t \qquad g(x)=x^2-2x+5$$

$$y=\sin\left(x^2-2x+5\right)$$

$$y=f(g(x))$$

Внешняя функция

Внутренняя функция

Примеры:

$$1)\ y=\underbrace{(2x+1)}^{\boxed{6}}$$

Внешняя функция $f=t^{6}$

Внутренняя функция $t=2x+1$

$$2)\ y=\frac{1}{\sin^{2}x}\qquad \frac{1}{\sin^{2}x}=(\sin x)^{-2}$$

$$y=(\underbrace{\sin x}){}^{\boxed{-2}}$$

Внешняя функция $f=t^{-2}$

Внутренняя функция $t=\sin x$

$$3)\; y = \boxed{tg}\underbrace{\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)}$$

Внутренняя функция

$$t = 2x+\frac{\pi}{4}$$

Внешняя функция $f = tgt$

Определить внутреннюю и внешнюю функции для данной сложной функции:

$$1)\ y = \underbrace{(4x+1)}\boxed{^4}$$

$$\begin{cases} t = 4x+1 & \text{- внутренняя функция} \\ f = t^4 & \text{- внешняя функция} \end{cases}$$

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$2)\, y = \boxed{\sin} \underbrace{2x}$$

$$\begin{cases} t = 2x \\ f = \sin t \end{cases}$$

$t = 2x$ **- Внутренняя функция**

$f = \sin t$ **- Внешняя функция**

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$3)\, y = \frac{1}{(x+1)^3} \quad y = (\underbrace{x+1})^{\boxed{-3}}$$

$$\begin{cases} t = x+1 \\ f = t^{-3} \end{cases}$$

- **Внутренняя функция** ($t = x+1$)
- **Внешняя функция** ($f = t^{-3}$)

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$4)\, y = \cos^2 x \qquad y = (\underbrace{\cos x}){\boxed{^2}}$$

$$\begin{cases} t = \cos x \\ f = t^2 \end{cases}$$

- Внутренняя функция

- Внешняя функция

Правило нахождения производной сложной функции

Производная сложной функции равна производной внешней функции на производную внутренней функции

Если h(x) = g(f(x)), тогда

h'(x) = g'(f(x))·f'(x)

$$1)\, y = \boxed{\cos} \underbrace{4x}$$

$$\begin{cases} t = 4x \\ f = \cos t \end{cases}$$

$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

$$y' = (\cos t)' \cdot (4x)' = -\sin t \cdot 4 = -4\sin t =$$

$$= 4\sin 4x$$

Найти производную функции:

$$2)\, y = \boxed{ctg}\underbrace{\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\begin{cases} t = 2x + \dfrac{\pi}{3} \\ f = ctgt \end{cases} \qquad \boxed{y' = f' \cdot t'}$$

$$y' = (ctgt)' \cdot \left(2x+\frac{\pi}{3}\right)' = -\frac{1}{\sin^2 t} \cdot 2 = -\frac{2}{\sin^2 t} =$$

$$= -\frac{2}{\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)}$$

Найти производную функции:

$$3)\, y = \sin^2 x$$

$$\begin{cases} t = \sin x \\ f = t^2 \end{cases} \qquad \boxed{y' = f' \cdot t'}$$

$$y' = \left(t^2\right)' \cdot (\sin x)' = 2t \cdot \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

Найти производную функции:

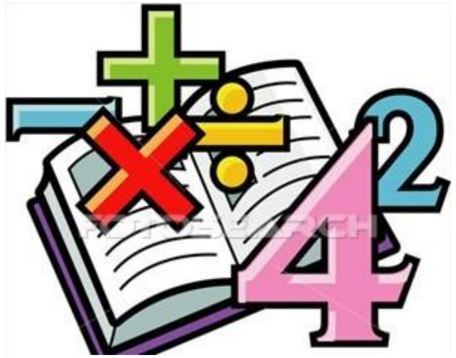
$$4)\, y = \underbrace{\left(x^2 + 2x\right)}^{\boxed{4}}$$

$$\begin{cases} t = x^2 + 2x \\ f = t^4 \end{cases}$$

$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

$$y' = \left(t^4\right)' \cdot \left(x^2 + 2x\right)' = 4t^3 \cdot (2x + 2) = 8t^3 \cdot (x + 1) =$$

$$= 8(x+1) \cdot \left(x^2 + 2x\right)^3$$



Reflection of the lesson

Green-not problems. All is clear

Yellow- I have some little problems

Red-I don’t understand the task. I need one’s help