

Элементы теории вероятностей и математической статистики и их применение в расчетах надежности

Лекция №2

Основные понятия теории вероятностей

1

Теория вероятностей - математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. Одним из основных понятий является понятие случайного события (в дальнейшем просто событие).

Отказ – событие случайное.

Событием называется всякий факт (исход), который в результате опыта (эксперимента) может произойти или не произойти. Каждому из таких событий

можно поставить в соответствие определенное число, называемое его **вероятностью** и являющееся мерой возможного совершения этого события.

Множество – это любая совокупность объектов произвольной природы, каждый из которых называется элементом множества. Множества обозначаются по-разному: или одной большой буквой или перечислением его элементов, данным в фигурных скобках, или указанием (в тех же фигурных скобках) правила, по которому элемент относится к множеству.

Вероятностные и статистические оценки случайных событий и величин

2

Случайное событие – называется

качественный

результат опытов, который может произойти

Вероятность случайного события –

называется

степень объективной возможности этого события,

выраженная числом.

Вероятность события A – отношение

числа достоверных этому событию исходов к общему числу исходов

$$P(A) = m / n$$

- вероятность достоверного события равна 1

$$P(A) = m / n = n / n = 1$$

- вероятность невозможного события равна 0

$$P(A) = m / n = 0 / n = 0$$

Математическая вероятность

появления события обозначается $P[A]$

Случайная величина - переменная

величина,

которая в результате опыта принимает одно из возможных заранее неизвестных значений.

- дискретная (прерывная)

- непрерывная

Закон распределения случайной величиной

задается функцией распределения, $F(x)$

$$F(x) = P\{X \leq x\}$$

Производная от функции

распределения

называется плотностью распределения

случайной величины

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Статистическая вероятность события A

обозначается - **$P^*[A]$**

Статистическую вероятность события A

вычисляют как отношение числа

благоприятных случаев m к общему

числу случаев n :

$$P^*[A] = \frac{m}{n} (m \leq n)$$

Числовые характеристики случайных величин:

- ✓ математическое ожидание;
- ✓ дисперсия;
- ✓ среднее квадратичное отклонение;
- ✓ коэффициент вариации

Математическое ожидание случайной величины X характеризует некоторое число, около которого группируются возможные значения случайной величины:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Математическое ожидание дискретной случайной величины

называют сумму произведений всех возможных значений на их вероятности

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$$

Числовые характеристики случайных величин:

Дисперсией называется числовая характеристика, применяемая для оценки разброса значений случайной величины около ее среднего значения.

Дисперсия обозначается символом $D[X]$

и определяется как математическое ожидание квадрата отклонений случайной величины от ее математического ожидания.

$$D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[X])^2 \cdot f(x) dx$$

$$D[X] = M(X^2) - [M(X)]^2$$

Средним квадратичным отклонением называется квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma[X] = \sqrt{D[X]}$$

Коэффициентом вариации случайной величины называется отношение:

$$V[X] = \frac{\sigma[X]}{M[X]}$$

Решение задач

Пример 1

Найти математическое ожидание случайной величины X , зная закон ее распределения

X	3	5	2
p	0,1	0,6	0,3

Решение:

Искомое математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности:

$$M(X) = 3 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,3 = 3,9$$

Решение задач

Пример 2

Найти дисперсию случайной величины X , которая задана следующим законом распределения:

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3

Решение:

1. Определим математическое ожидание $M(X)$:

$$M(X) = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,6 + 5 \cdot 0,3 = 3,5$$

2. Напишем закон распределения случайной величины X^2 :

X^2	4	9	25
p	0,1	0,6	0,3

3. Найдем математическое ожидание $M(X^2)$:

$$M(X^2) = 4 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,6 + 25 \cdot 0,3 = 13,3$$

4. Определим дисперсию:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 13,3 - (3,5)^2 = 1,05$$