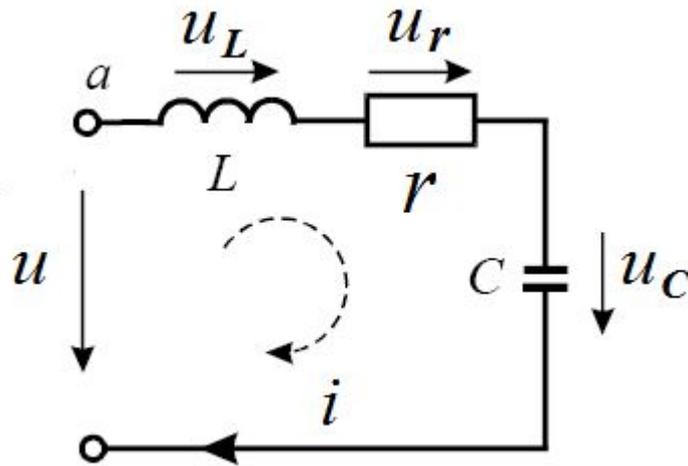




Электротехника

Резонансы в электрических цепях

Последовательное соединение катушки и индуктивности конденсатора



$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$u = u_L + u_r + u_C,$$

$$u = L \frac{di}{dt} + r i + \frac{1}{C} \int i dt.$$

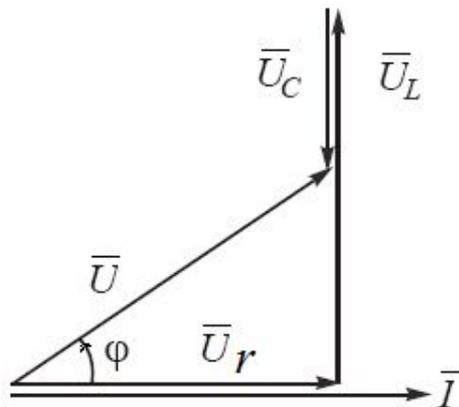
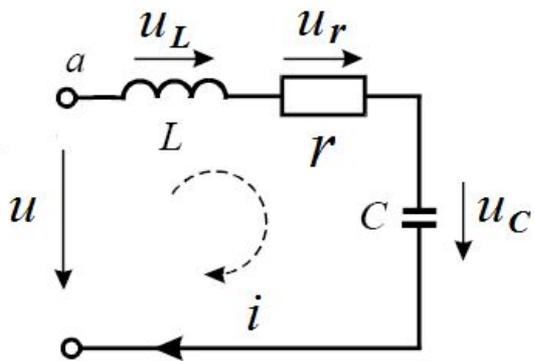
В комплексной форме $\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C.$

$$\underline{U} = r \underline{I} + j X_L \underline{I} - j X_C \underline{I} = [r + j(X_L - X_C)] \underline{I} = \underline{Z} \underline{I},$$

где - $\underline{Z} = r + j(X_L - X_C) = r + jX$ комплекс
полного сопротивления электрической цепи.

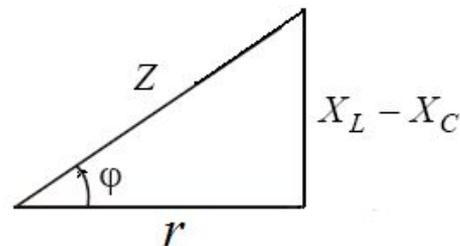
Последовательное соединение катушки и индуктивности конденсатора

Векторная диаграмма. Значение начальной фазы тока примем равным нулю.



$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L + \bar{U}_C.$$

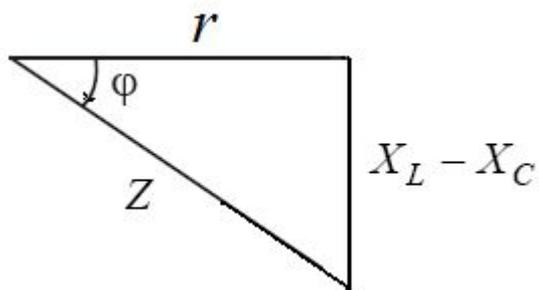
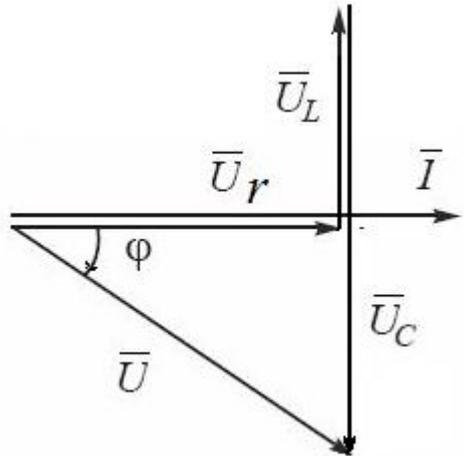
Вариант 1 – $X_L > X_C$



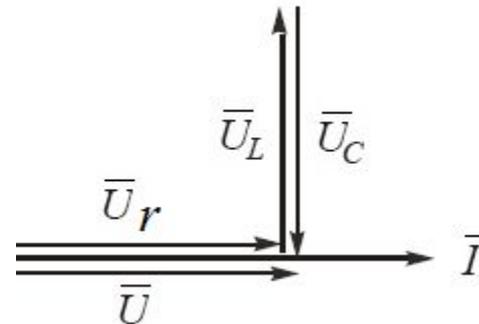
$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Последовательное соединение катушки и индуктивности конденсатора

Вариант 2 – $X_L < X_C$



Вариант 3 – $X_L = X_C$, $X = 0$.



$$\underline{Z} = r, \quad \varphi = 0$$

В цепи имеет место «резонанс напряжений».

Условие резонанса напряжений для рассматриваемой цепи:

$$X_L = X_C.$$

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений возникает в электрической цепи **при последовательном соединении индуктивного и ёмкостного элемента.**

В простейшем (рассматриваемом) случае условие резонанса:

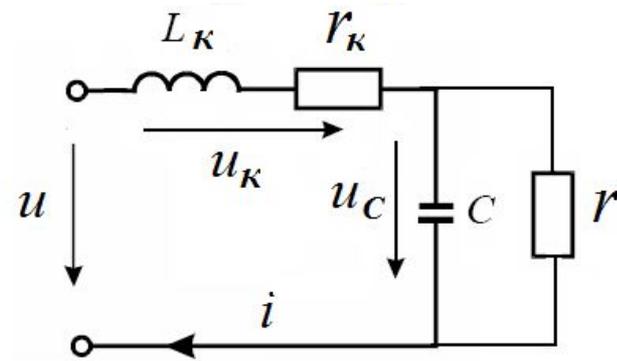
$$X_L = X_C \text{ или } \omega L = 1 / \omega C.$$

В общем случае, условие резонанса напряжения:

$$\text{Im}[Z_{BX}] = 0 \text{ или } X_{BX} = 0.$$

Мощность при резонансе:

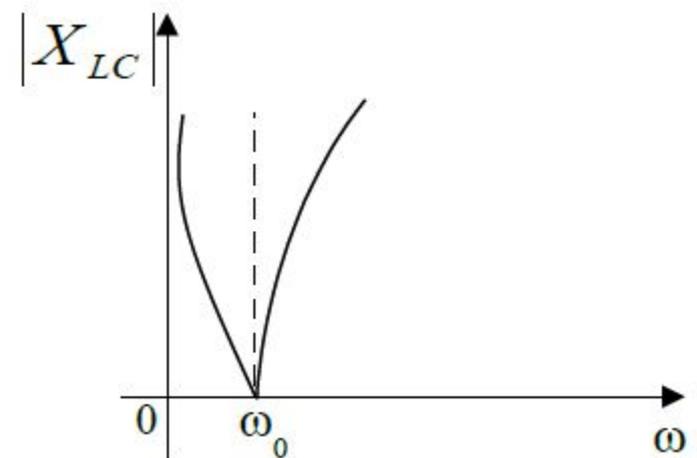
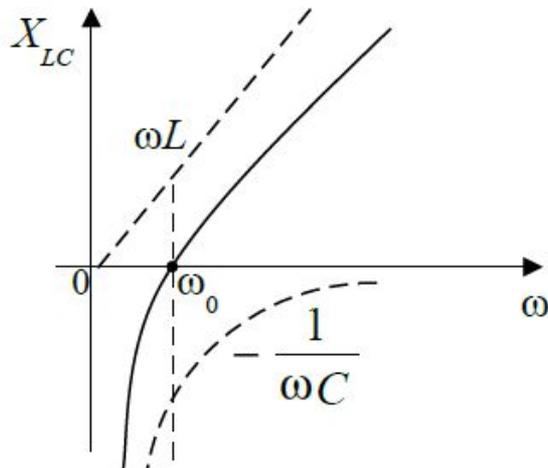
$$\check{S} = P, Q = 0.$$



Резонанс напряжений

Частотные характеристики последовательном RLC контуре.

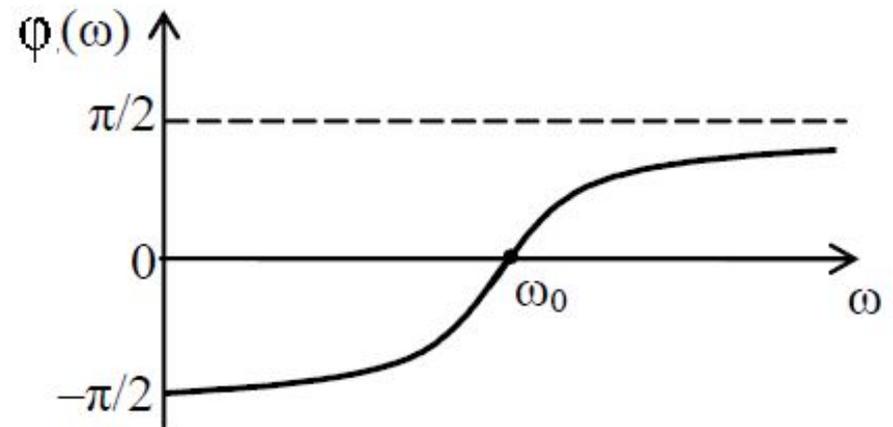
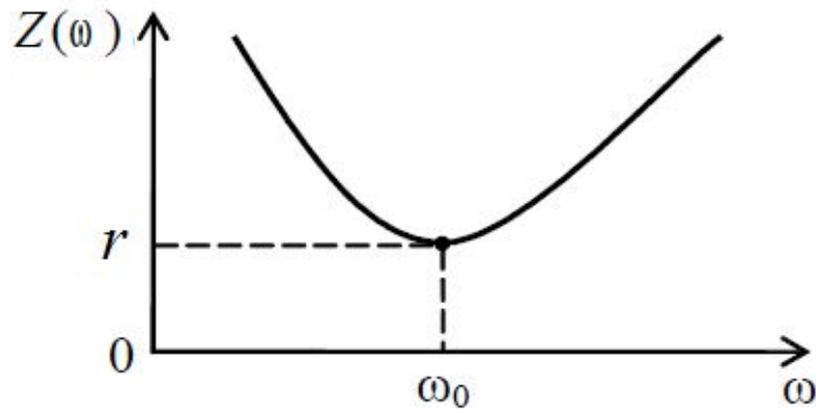
$$\underline{Z} = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



Резонанс напряжений

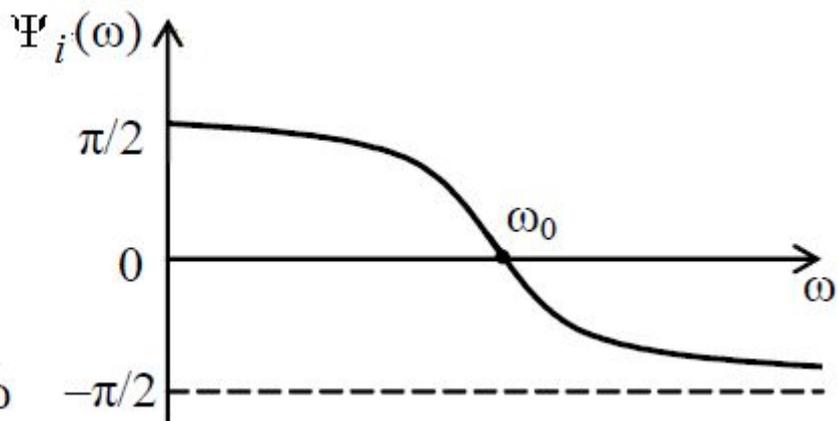
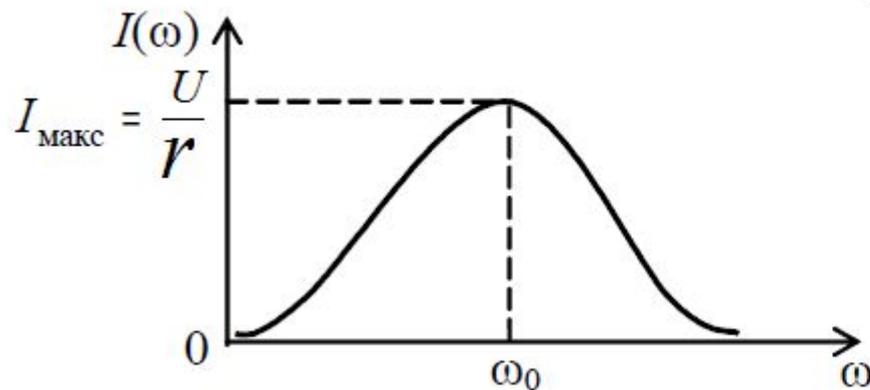
$$Z(\omega) = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$



Резонанс напряжений

Частотные зависимости тока
в последовательном RLC контуре:



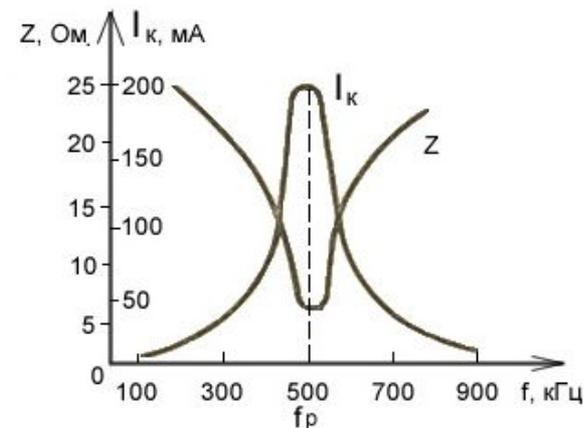
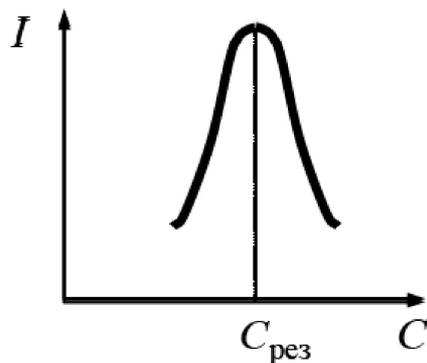
Резонанс напряжений

Электрическую цепь в резонанс напряжений можно настроить изменяя:

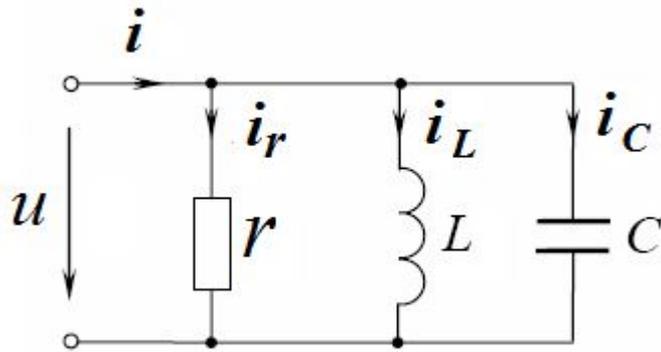
- круговую частоту ω или циклическую частоту f ;
- ёмкость цепи - C ;
- индуктивность цепи- L .

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



Параллельное соединение катушки и индуктивности конденсатора



$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

$$i = i_r + i_L + i_C,$$

$$i = \frac{u}{r} + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt}.$$

В комплексной форме $\underline{I} = \underline{I}_r + \underline{I}_L + \underline{I}_C.$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r} + \frac{\underline{U}}{jX_L} - \frac{\underline{U}}{jX_C} = \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{j} \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right) \right] \underline{U} = \frac{1}{r} - j \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right) \underline{U},$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \underline{U}, \quad \underline{Y} = g - j(b_L - b_C) = g - jb$$

Параллельное соединение катушки и индуктивности конденсатора

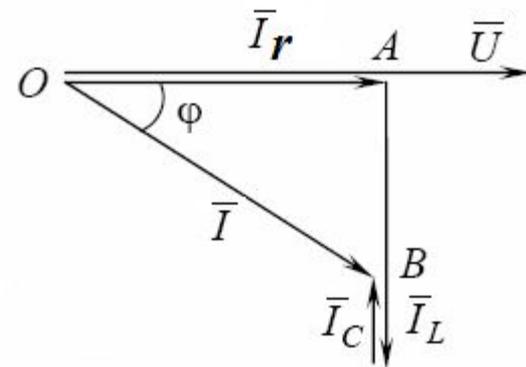
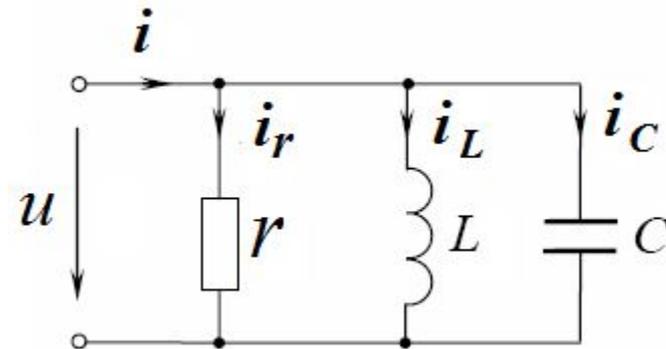
\underline{Y} - комплекс полной проводимости электрической цепи.

Векторная диаграмма.

$$\bar{I} = \bar{I}_r + \bar{I}_L + \bar{I}_C.$$

Значение начальной фазы напряжения примем равным нулю.

Вариант 1 – $b_L > b_C$



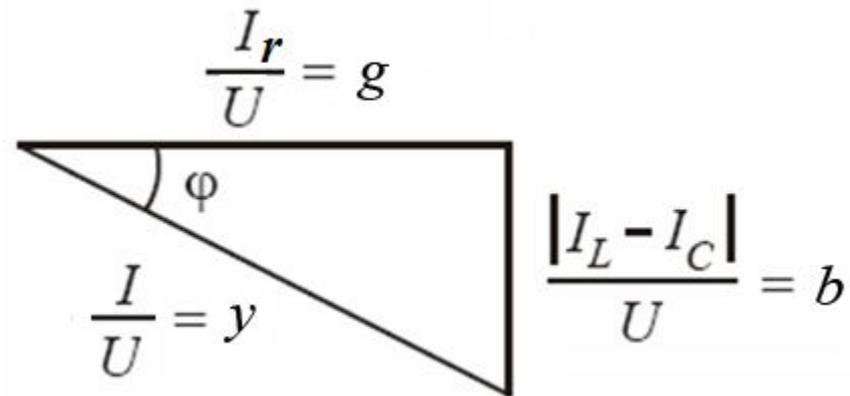
Параллельное соединение катушки и индуктивности конденсатора

Разделим все стороны треугольника OAB на величину действующего значения входного напряжения U .

Полученный треугольник называется треугольником проводимостей, стороны треугольника равны:

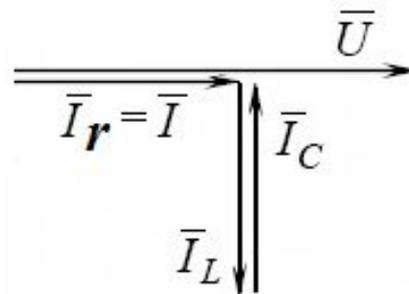
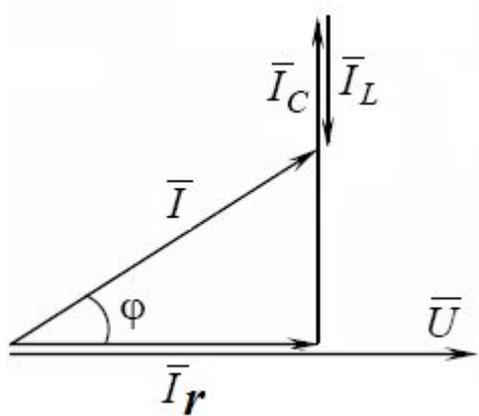
$$g = \frac{1}{r}; \quad b = (b_L - b_C) = \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right); \quad y = \sqrt{g^2 + b^2};$$

$$g = y \cos \varphi; \quad b = y \sin \varphi; \quad \varphi = \arctg \frac{b}{g}.$$



Параллельное соединение катушки и индуктивности конденсатора

Вариант 2 – $b_L < b_C$ Вариант 3 – $b_L = b_C, b = 0$



В цепи имеет место «резонанс токов».

Условие резонанса токов для рассматриваемой цепи: $b_L = b_C$.

Резонанс токов

Резонанс токов возникает в электрической цепи при параллельном соединении индуктивного и ёмкостного элемента.

В простейшем (рассматриваемом) случае условие резонанса:

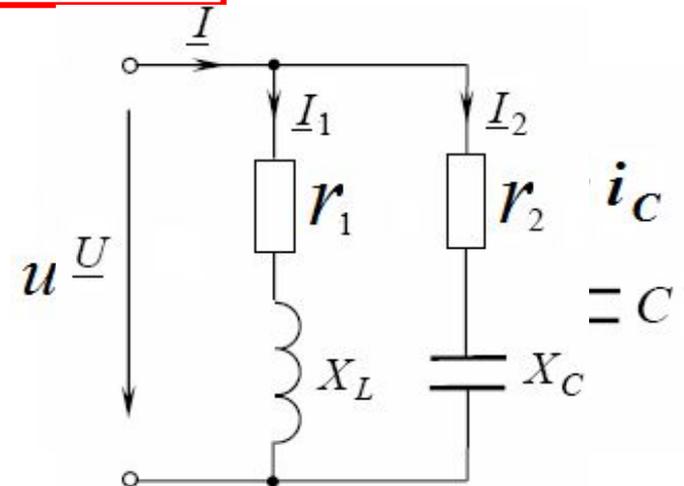
$$b_L = b_C \quad \text{или} \quad 1 / \omega L = \omega C.$$

В общем случае, условие резонанса токов:

$$\text{Im}[\underline{Y}_{\text{ВХ}}] = 0 \quad \text{или} \quad b_{\text{ВХ}} = 0.$$

Мощность при резонансе:

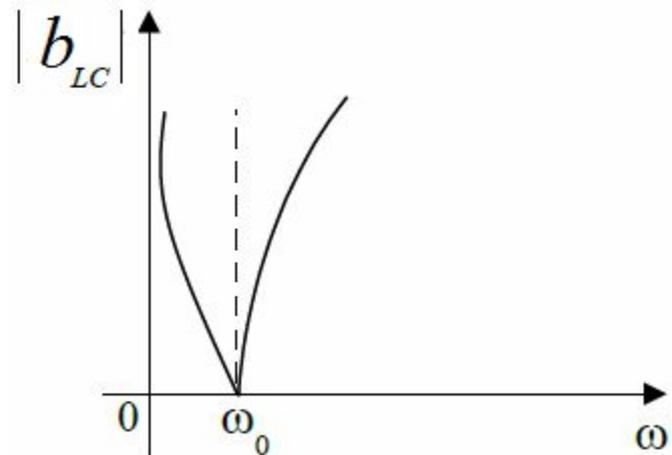
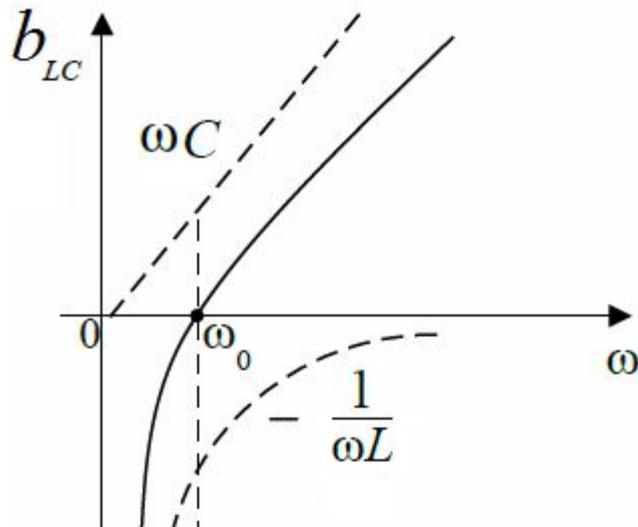
$$\check{S} = P, \quad Q = 0.$$



Резонанс токов

Частотные характеристики параллельного RLC контура.

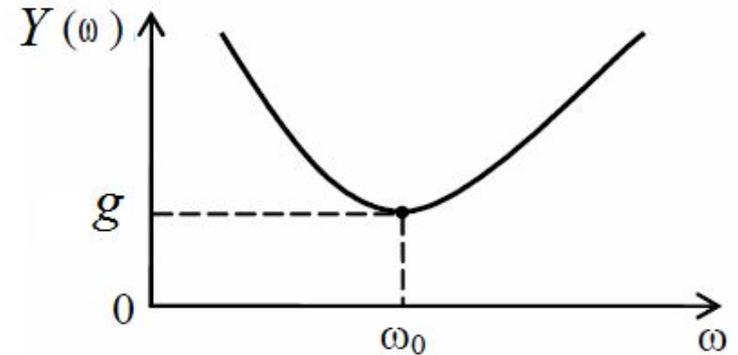
$$Y(\omega) = \sqrt{g^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$



Резонанс токов

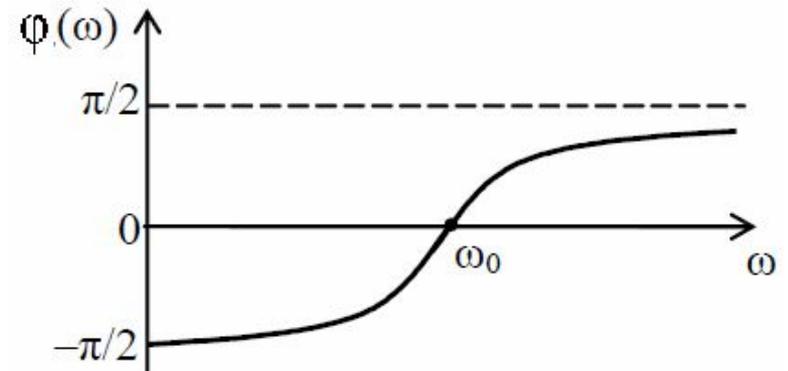
Амплитудно-частотная характеристика

$$Y(\omega) = \sqrt{g^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$



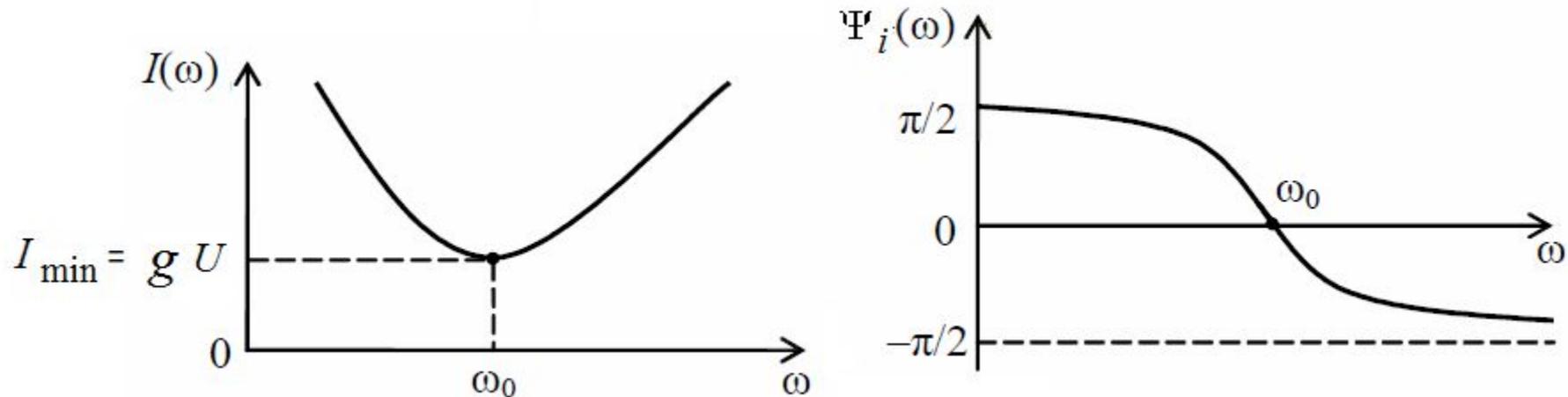
Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{g}$$



Резонанс токов

Частотные зависимости тока параллельного RLC контура:



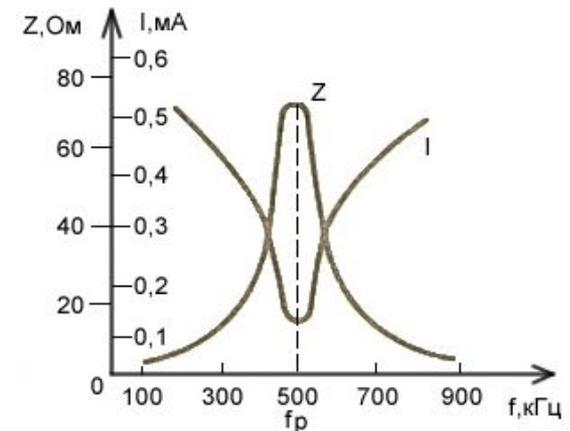
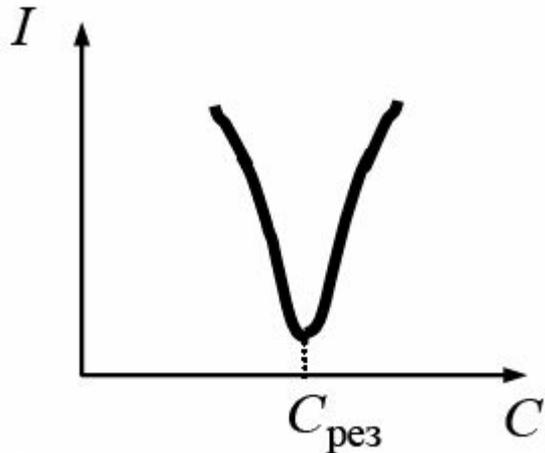
Резонанс токов

Электрическую цепь в резонанс токов можно настроить изменяя:

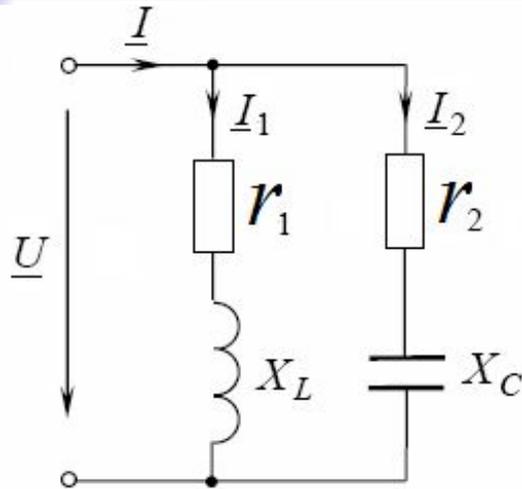
- круговую частоту ω
(циклическую частоту f);
- ёмкость цепи - C ;
- индуктивность цепи- L .

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} .$$

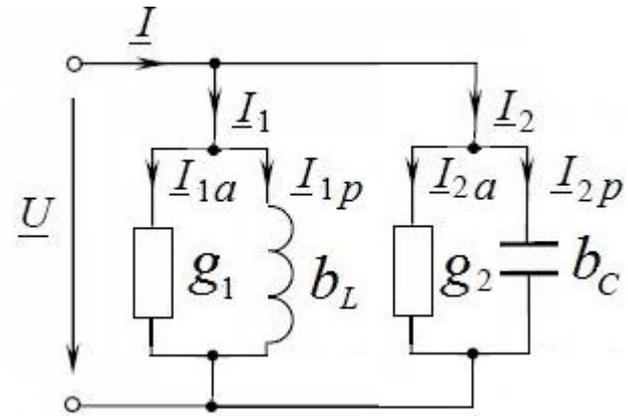


Пример: определить условие резонанса токов для заданной схемы



$$\underline{Z}_1 = r_1 + jX_L$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 - jX_C$$



$$\underline{Y}_1 = g_1 - jb_L$$

$$\underline{Y}_2 = g_2 + jb_C$$

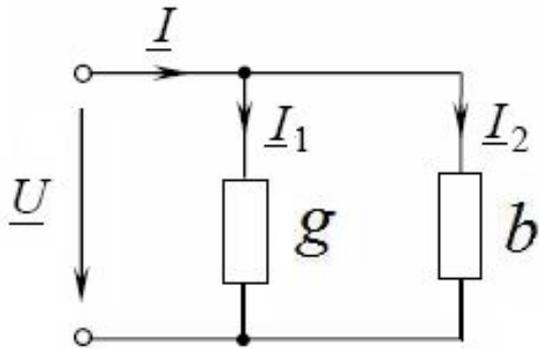
$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + X_L^2}$$

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + X_C^2}$$

$$b_L = \frac{X_L}{r_1^2 + X_L^2}$$

$$b_C = \frac{X_C}{r_2^2 + X_C^2}$$

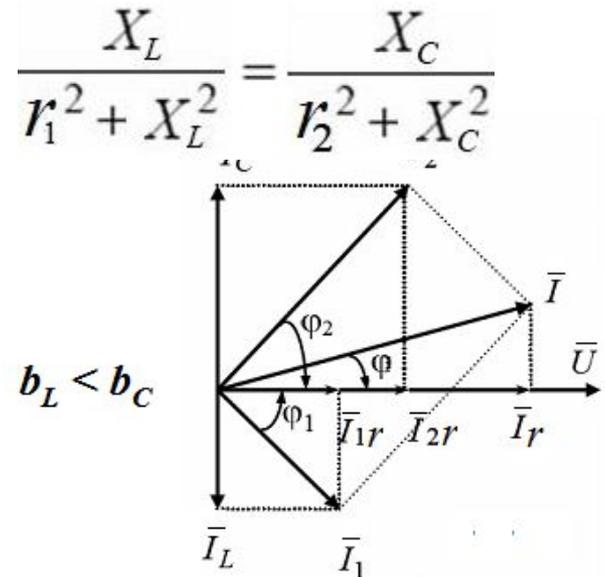
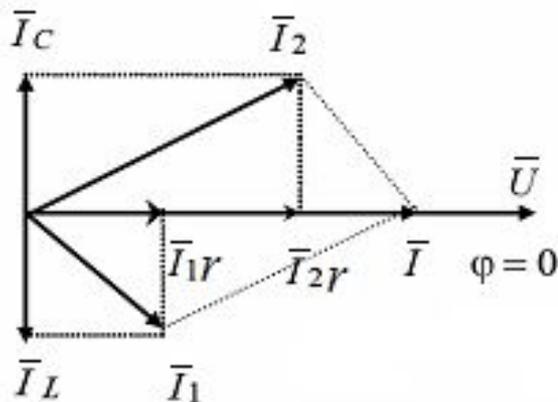
Пример: определить условие резонанса токов для заданной схемы



$$g = g_1 + g_2, \quad b = b_C - b_L$$

$$\sqrt{g^2 + b_L^2} = y, \quad \varphi = \arctg \frac{b}{g}$$

Условие резонанса токов -



$$\frac{X_L}{r_1^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{r_2^2 + X_C^2}$$