



# ЛЕКЦИЯ №5

## ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ

# ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Режимы движения жидкости (ламинарный и турбулентный). Числа и критерии гидродинамического подобия. Моделирование гидродинамических явлений.
2. Понятие о методе размерностей. Пи-теорема. Применение методов теории размерностей к исследованию гидравлических закономерностей.
3. Гидравлические сопротивления, их физическая природа и классификация. Структура формул для вычисления потерь энергии (напора).

# РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

В природе существует два режима движения жидкости.

Ламинарный (слоистый) режим движения, при котором частицы жидкости в потоке движутся упорядоченно в виде несмешивающихся струек или слоев.

Турбулентный, при котором частицы жидкости имеют сложные неупорядоченные траектории движения, вследствие чего происходит интенсивное перемешивание потока.



# РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

**1869 год** немецкий ученый Хаген отметил, что закон сопротивления движению жидкости зависит от режима движения.

**1880 год** русский ученый Менделеев в своем сочинении «О сопротивлении жидкости и о воздухоплавании» указал на существование в природе двух режимов движения жидкости с разным законом ее сопротивления.

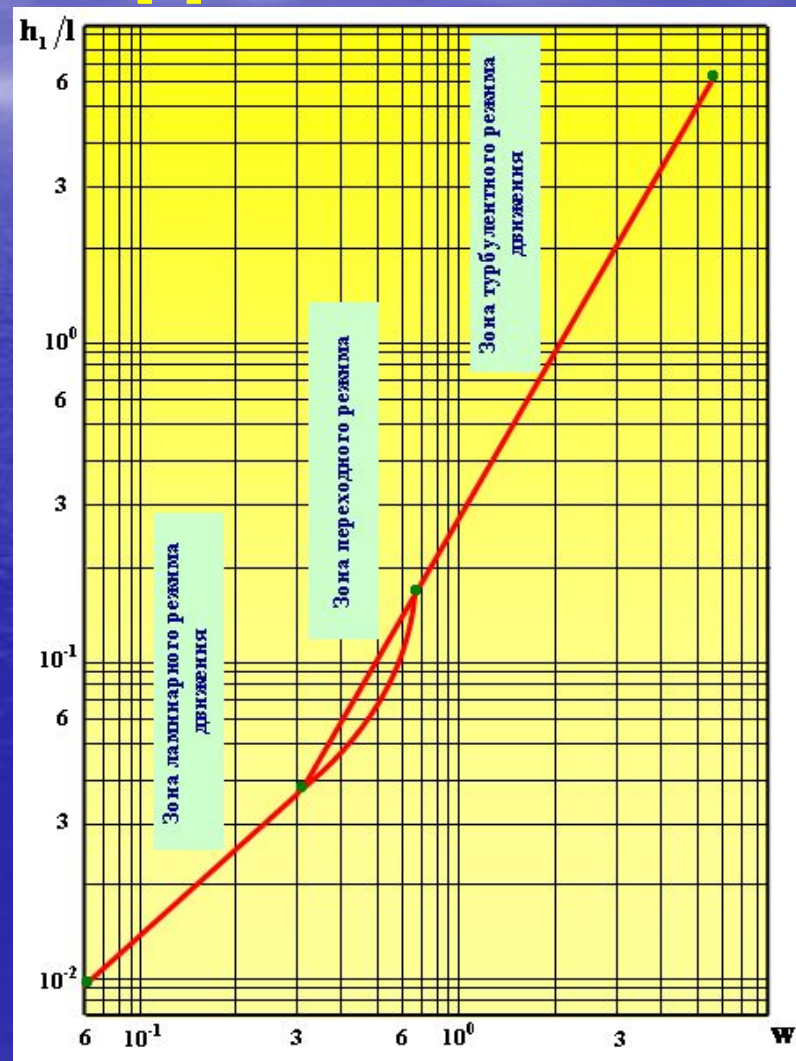
**1883 год** русский физик Петров установил, что при смазке силы трения, определяемые вязким сопротивлением, при ламинарном режиме, пропорциональны первой степени скорости.

# РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Наиболее полные исследования жидкости в трубах были проведены английским физиком Рейнольдсом (1881-1883 г.), который предложил установку для экспериментального определения режима движения жидкости.

Рейнольдс установил, что *границы ламинарного и турбулентного режима движения жидкости необходимо определять не постоянной величиной скорости потока, а постоянной величиной числа Рейнольдса.*

# РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ





# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

$$N = f(n_1, n_2, n_3, \dots, n_i)$$

**Законы сочетания аналитических и экспериментальных исследований в значительной степени определяет теория подобия – наука о правильной организации и проведении эксперимента и теория размерностей.**

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

**Теория подобия дает ответ:**  
*какие условия необходимы и достаточны для существования подобия двух или более систем; какие физические величины необходимо измерять в процессе исследования, как обрабатывать результаты исследований, чтобы их можно было распространить на все подобные процессы и явления.*



# УСЛОВИЯ И МАСШТАБЫ ПОДОБИЯ

Геометрическое подобие – равенство соответствующих углов и пропорциональность сходственных линейных размеров, площадей и объемов

$$l_M / l_H = \lambda_l$$

$$F_M / F_H = \lambda_l^2 = \lambda_f$$

$$V_M / V_H = \lambda_l^3 = \lambda_v$$

$$\lambda_l$$

Линейный масштаб  
подобия

# УСЛОВИЯ И МАСШТАБЫ ПОДОБИЯ

Кинематическое подобие – пропорциональность местных скоростей в сходственных точках и равенство углов, характеризующих направление этих скоростей

$$\tau_{\text{м}} / \tau_{\text{н}} = \lambda_{\tau}$$

Масштаб времени

$$\lambda_{\text{л}} / \lambda_{\tau} = \lambda_{\text{w}}$$

Масштаб скорости

# УСЛОВИЯ И МАСШТАБЫ ПОДОБИЯ

Динамическое подобие –  
пропорциональность сил, действующих на  
сходственные объемы в кинематически  
подобных потоках и равенство углов,  
характеризующих направление этих сил

$$\rho_M / \rho_H = \lambda_\rho$$

Масштаб плотности

$$\frac{P_M}{P_H} = \frac{\rho_M m_M}{\rho_H m_H} = \lambda_\rho \lambda_l^2 \lambda_w^2 = \lambda_P$$

Масштаб сил



# КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Критерий Ньютона

$$Ne = P / (\rho \cdot w^2 l^2)$$

# КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Доминирующая сила – сила вязкого  
сопротивления

Критерий Рейнольдса

$$Re = (w \cdot d) / \nu = (\rho \cdot w \cdot d) / \mu$$

Критерий Рейнольдса – величина  
пропорциональная отношению сил  
инерции к силам трения

# КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Доминирующая сила – сила давления

Критерий Эйлера

$$Eu = p / (\rho \cdot w^2)$$

Критерий Эйлера – величина пропорциональная отношению сил давления к силам инерции



# КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Доминирующая сила – сила тяжести

Критерий Фруда

$$Fr = w^2 / (g \cdot l)$$

Критерий Фруда – величина пропорциональная отношению сил инерции к силам тяжести

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$N = f(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k)$$

При различных гидравлических исследованиях приходится устанавливать функциональные зависимости между физическими величинами, оказывающими влияние на исследуемые явления, которые могут быть получены из анализа размерностей. В основе этого метода лежит так называемая Пи-теорема, или теорема Бэкингема, основанная на том, что функциональная зависимость между «n» физическими размерными величинами всегда может быть преобразована в уравнение, содержащее «m» безразмерных комбинаций тех же физических величин (так называемых чисел  $\pi$  ).

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

Равенство безразмерных величин  $\pi$  в подобных потоках выражает равенство относительных значений соответствующих физических величин, поэтому эти величины могут представлять собой соответствующие критерии подобия.

При гидравлических исследованиях оказывается целесообразным из числа переменных выбрать следующие три величины с независимыми размерностями, включающими в себя три основных единицы (длины, времени и массы):

характерный линейный размер, как правило, для труб круглого сечения это диаметр трубопровода –  $[d] = \text{м}$ ;

средняя скорость потока –  $[w] = \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;

плотность жидкости –  $[\rho] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$ .



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

Через основные величины можно выразить размерность любой величины, входящей в функциональные зависимости

$$[N] = [w]^x [d]^y [\rho]^z$$

$$[n_i] = [w]^{x_i} [d]^{y_i} [\rho]^{z_i}$$

Численные значения

$$N = \pi \cdot w^x d^y \rho^z$$

$$n_i = \pi_i \cdot w^{x_i} d^{y_i} \rho^{z_i}$$

Значения отвлеченных чисел

$$\pi = N / (w^x d^y \rho^z)$$

$$\pi_i = n_i / (w^{x_i} d^{y_i} \rho^{z_i})$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$\frac{N}{w^x d^y \rho^z} = f \left( \frac{n_1}{w^{x_1} d^{y_1} \rho^{z_1}}, \frac{n_2}{w^{x_2} d^{y_2} \rho^{z_2}}, \dots, \frac{n_k}{w^{x_k} d^{y_k} \rho^{z_k}} \right)$$

Показатели степеней  $x_i, y_i, z_i$  находят из условия безразмерности числа  $\pi$ , т.е. путем сравнения размерностей левой и правой частей при первичных единицах – метр, секунда и килограмм.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

Свойства  $\pi$  теоремы

- Если в числителе и знаменателе содержатся величины с одинаковой размерностью, то число  $\pi$  представляет собой отношение этих величин.
- Если в числителе и знаменателе имеются одинаковые величины, то число  $\pi$  равно единице ( ).

$\pi$

$\pi = 1$



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$\Delta p = f(w, d, l, \Delta, \mu, \rho)$$

$$n = 7 \quad m = 4$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta p}{w^x d^y \rho^z} &= f\left(\frac{l}{w^{x_1} d^{y_1} \rho^{z_1}}, \frac{\Delta}{w^{x_2} d^{y_2} \rho^{z_2}}, \frac{\mu}{w^{x_3} d^{y_3} \rho^{z_3}}, 1, 1, 1\right) \text{ или} \\ \pi &= f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, 1, 1, 1) \end{aligned} \right\}$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$[\Delta p] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} \quad [l] = \text{м} \quad [\Delta] = \text{м} \quad [\mu] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$$

$$\pi_1 = l/d \quad \text{симплекс геометрического подобия}$$

$$\pi_2 = \Delta/d \quad \text{относительная шероховатость}$$

$$[\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}] = \pi \cdot [\text{м} \cdot \text{с}^{-1}]^x \cdot [\text{м}]^y \cdot [\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}]^z$$

$$[\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}] = \pi_3 \cdot [\text{м} \cdot \text{с}^{-1}]^{x_3} \cdot [\text{м}]^{y_3} \cdot [\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}]^{z_3}$$

Показатели степени      При кг:       $1 = z; \quad 1 = z_3;$

При м:       $-1 = x + y - 3z; \quad -1 = x_3 + y_3 - 3z_3;$

При с:       $-2 = -x; \quad -1 = -x_3.$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$x = 2; \quad y = 0; \quad z = 1;$$

$$x_3 = 1; \quad y_3 = 1; \quad z_3 = 1.$$

$$\pi = \frac{\Delta p}{w^2 \rho} = Eu, \quad \text{а} \quad \pi_3 = \frac{\mu}{wd\rho} = \frac{1}{Re}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho w^2} = f \left( \frac{l}{d}; \frac{\Delta}{d}; \frac{1}{Re} \right)$$



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$\frac{\Delta p}{\rho w^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{d} \cdot 2 \cdot f_1 \left( \frac{\Delta}{d}; \frac{1}{Re} \right)$$

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g}$$

$$\lambda = f_1 \left( \frac{\Delta}{d}; \frac{1}{Re} \right)$$