

Алгебра и начала анализа



Исследование функции

© СПб, ГОУ школа № 564, Акимова О.Б., 2005/06 уч.г.

© СПб, ГОУ школа № 286, Акимов Б.В., 2005/06 уч.г.

Знаете ли вы, что называется ...

- областью определения функции;
- множеством значений функции;
- корнями (нулями) функции
- корнями (нулями) функции;
- промежутками постоянного
- знака
- промежутками постоянного
- знака
- точками экстремума
- точками
- монотонности;
- наибольшим (наименьшим) значением
- функции?



Да?!

**Хочешь проверить свои
знания?**

Нет?!

**Попробуем
разобраться?**

Выход

Да?!

Хочешь проверить свои знания?

Выбери уровень сложности:

легкий

средний

трудный

Нет?!

Попробуем

разобраться?

Выход

Область определения функции

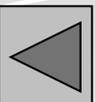
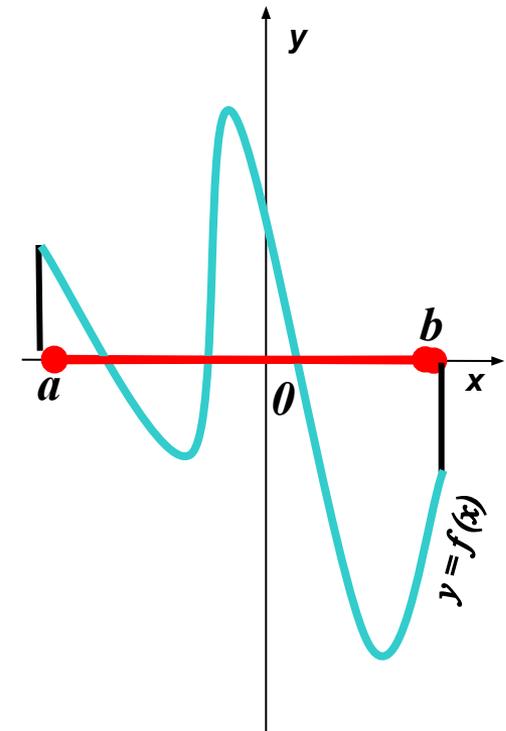
$$y = f(x)$$

Область
определения
функции
[a; b]

иначе: $a \leq x \leq b$

- Область определения функции - это те значения аргумента, при которых функция задана, определена

- Геометрически - это проекция графика функции на ось Ox



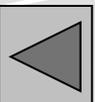
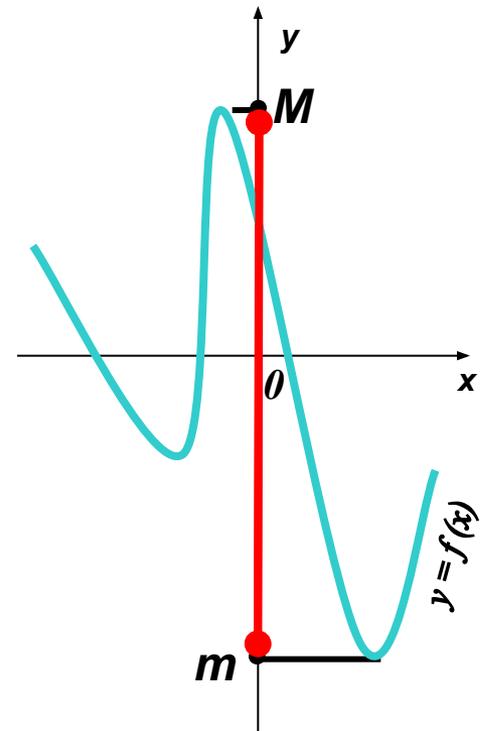
Множество значений функции

$$y = f(x)$$

Множество
значений
функции
[m; M]

иначе: $m \leq y \leq M$

- **Множество значений функции** - это множество чисел, состоящее из всех значений функции
- **Геометрически** - это проекция графика функции на ось Oy



Корни (нули) функции

$$y = f(x)$$

Корни
функции

$$f(x) = 0$$

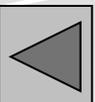
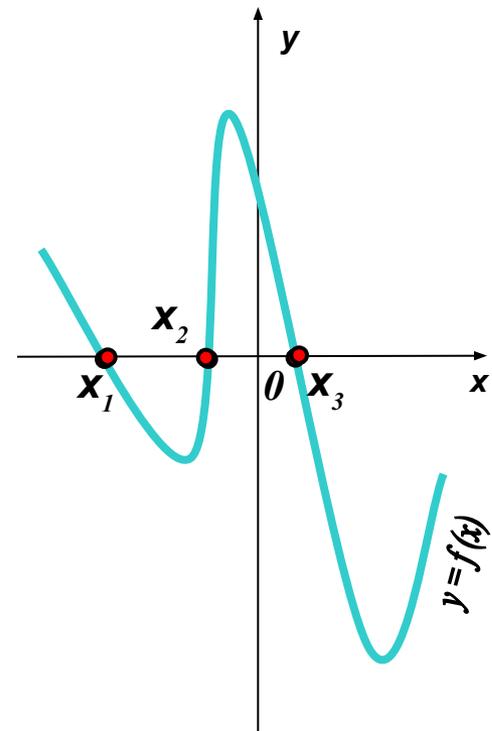
$$x = x_1;$$

$$x = x_2;$$

$$x = x_3.$$

- **Корни функции** - это точки, в которых функция обращается в нуль. Эти точки являются решениями уравнения $f(x) = 0$

- **Геометрически** - это абсциссы точек пересечения графика функции с осью Ox



Промежутки постоянного знака

$$y = f(x)$$

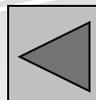
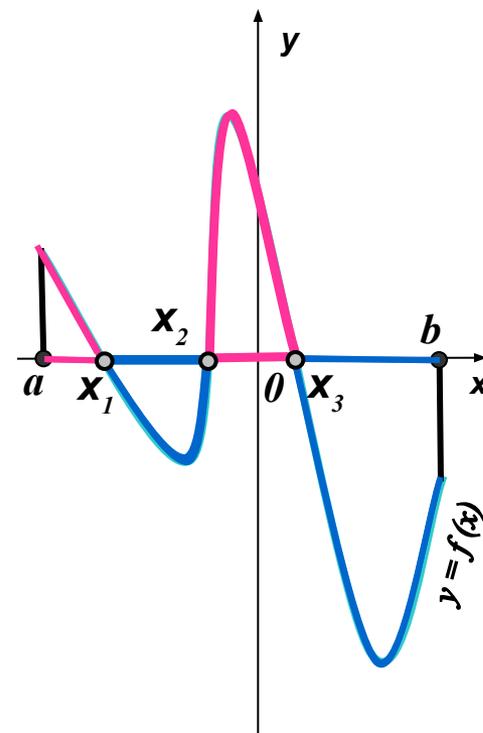
Промежутки
постоянного
знака

$$f(x) > 0; \quad f(x) < 0$$

функция принимает
положительные
значения при
 $a \leq x < x_1, \quad x_2 < x < x_3;$

отрицательные
значения при
 $x_1 < x < x_2, \quad x_3 < x \leq b.$

- Промежутки постоянного знака - это решения неравенств $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$
- Геометрически - это интервалы оси Ox , соответствующие точкам графика, лежащим выше (или ниже) этой оси



Промежутки монотонности

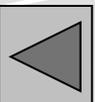
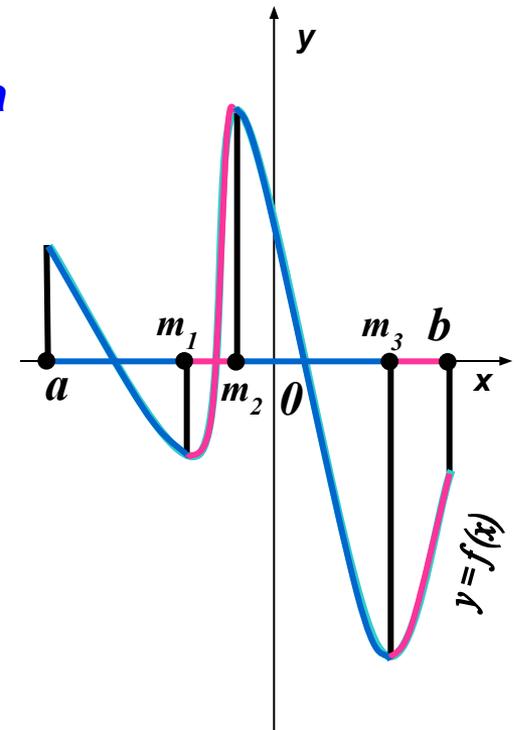
$$y = f(x)$$

Промежутки
монотонности
функции

функция возрастает
при $m_1 \leq x \leq m_2$
и при $m_3 \leq x \leq b$;

функция убывает
при $a \leq x \leq m_1$
и при $m_2 \leq x \leq m_3$.

- Промежутки монотонности - это промежутки оси Ox , на которых функция возрастает (промежутки возрастания) или убывает (промежутки убывания)
- Геометрически - это интервалы оси Ox , где график функции идет вверх или вниз



Точки экстремума функции

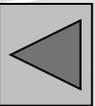
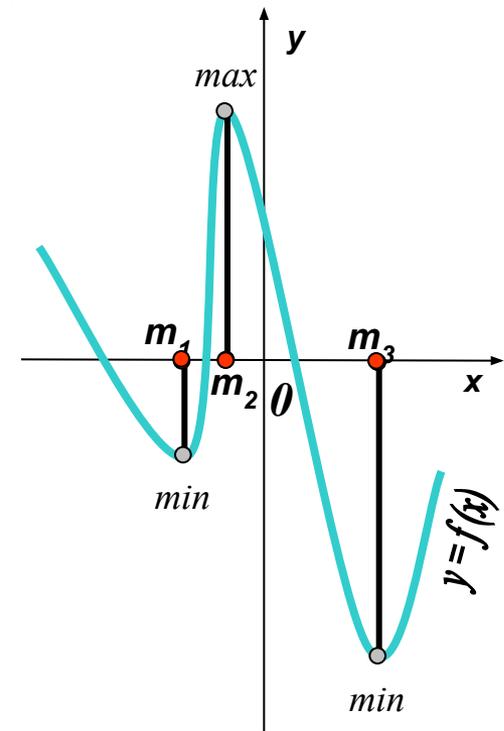
$$y = f(x)$$

Точки экстремума

$x = m_2$ - точка максимума;

$x = m_1, x = m_3$ - точки минимума

- Точки экстремума - точки, лежащие **внутри** области определения, в которых функция принимает самое большое (максимум) или самое малое (минимум) значение по сравнению со значениями в близких точках
- Геометрически - около точек экстремума график выгибается вверх или вниз



Наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = f(x)$$

Наибольшее

значение функции

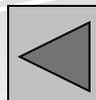
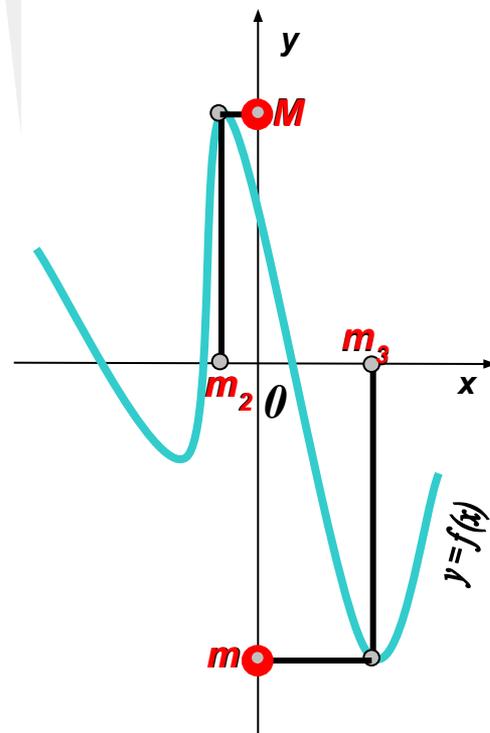
$$f(x) = M \text{ при } x = m_2,$$

наименьшее

значение функции

$$f(x) = m \text{ при } x = m_3.$$

- Говорят, что в точке x_0 функция f принимает **наибольшее** (наименьшее) значение, если $f(x_0) \geq f(x)$ ($f(x_0) \leq f(x)$) для любого значения x . Само число $f(x_0)$ называется **наибольшим** (наименьшим) значением функции
- **Геометрически** - это ординаты самой высокой (самой низкой) точки графика

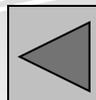
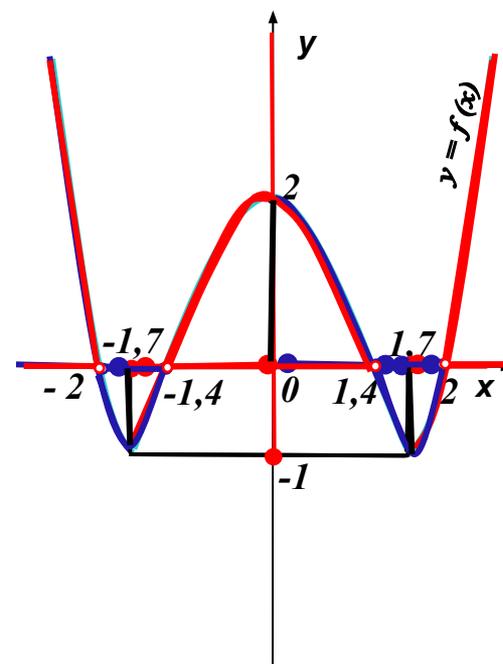


Проверь себя

Уровень сложности: легкий

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции $y = f(x)$ x - любое число.
2. Множество значений функции $y = f(x)$ $y \geq -1$.
3. Корни функции $y = f(x)$ $f(x) = 0$: $x = -2$; $x = -1,4$; $x = 1,4$; $x = 2$.
4. Промежутки постоянного знака функции $y = f(x)$
 $f(x) > 0$ при $x < -2$; $-1,4 < x < 1,4$; $x > 2$
 $f(x) < 0$ при $-2 < x < -1,4$; $1,4 < x < 2$
5. Функция $y = f(x)$ возрастает при $-1,7 \leq x \leq 0$ и при $x \geq 1,7$.
Функция $y = f(x)$ убывает при $x \leq -1,7$ и при $0 \leq x \leq 1,7$.
6. Точки экстремума: $x = 0$ - точка максимума;
 $x = -1,7$, $x = 1,7$ - точки минимума.
7. Наибольшее значение функции $y = f(x)$ не существует.
Наименьшее значение функции $y = f(x)$
 $y = -1$ при $x = -1,7$, $x = 1,7$.

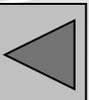
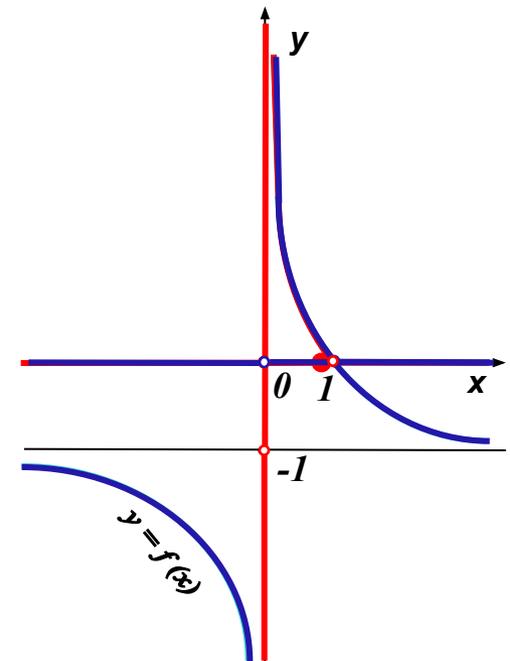


Проверь себя

Уровень сложности: средний

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции $y = f(x)$ $x < 0, x > 0$.
2. Множество значений функции $y = f(x)$ $y < -1, y > -1$.
3. Корни функции $y = f(x)$ $f(x) = 0: x = 1$.
4. Промежутки постоянного знака функции $y = f(x)$
 $f(x) > 0$ при $0 < x < 1$;
 $f(x) < 0$ при $x < 0, x > 1$.
5. Функция $y = f(x)$ возрастает **нет**.
Функция $y = f(x)$ убывает **при $x < 0$ и при $x > 0$** .
6. Точки экстремума: **нет**
7. Наибольшее значение функции $y = f(x)$ **не существует**.
Наименьшее значение функции $y = f(x)$ **не существует**.

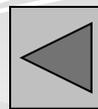
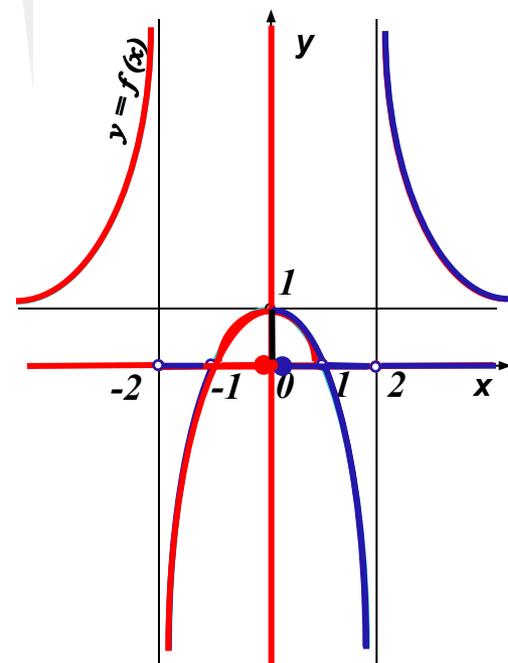


Проверь себя

Уровень сложности: трудный

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции $y = f(x)$ $x < -2$; $-2 < x < 2$; $x > 2$.
2. Множество значений функции $y = f(x)$ y – любое число.
3. Корни функции $y = f(x)$ $f(x) = 0$: $x = -1$; $x = 1$.
4. Промежутки постоянного знака функции $y = f(x)$
 $f(x) > 0$ при $x < -2$; $-1 < x < 1$; $x > 2$
 $f(x) < 0$ при $-2 < x < -1$; $1 < x < 2$
5. Функция $y = f(x)$ возрастает при $x < -2$ и при $-2 < x \leq 0$.
Функция $y = f(x)$ убывает при $0 \leq x < 2$ и при $x > 2$.
6. Точки экстремума: $x = 0$ - точка максимума.
7. Наибольшее значение функции $y = f(x)$ не существует.
Наименьшее значение функции $y = f(x)$ не существует.



***При создании презентации
использовалась литература:***

***Башмаков М.И. Уроки математики. Вып.2. - Глядя на график.
Учеб. Для учащихся ст. кл. с гуманитарным профилем обучения. -
СПб.: Издательство «СВЕТ». 1995.***

Спасибо за работу



Желаем успеха!