Алгебра и начала анализа

Исследование функции

© СПБ, ГОУ школа № 564, Акимова О.Б., 2005/06 уч.г.

© СПБ, ГОУ школа № 286, Акимов Б.В., 2005/06 уч.г.

Знаете ли вы, что называется ...

- областью определения функции;
- множеством значений функции;
- корнями (нулями) функциикорнями (нулями) функции;
- промежуткамипостоянного знакапромежуткамипостоянного знака;
- точкамиэкстремуматочкамимонотонности;
- наибольшим (наименьшим) значениемфункции?

Выход

Да?!

Хочешь проверить свои знания?

Нет?!

Попробуем разобраться?

Выход

Да?!

Хочешь проверить свои знания?

Выбери уровень сложности:

легкий

средний

трудный

Нет?!

Попробуем разобраться?

Выход

Область определения функции

$y = f(x)$

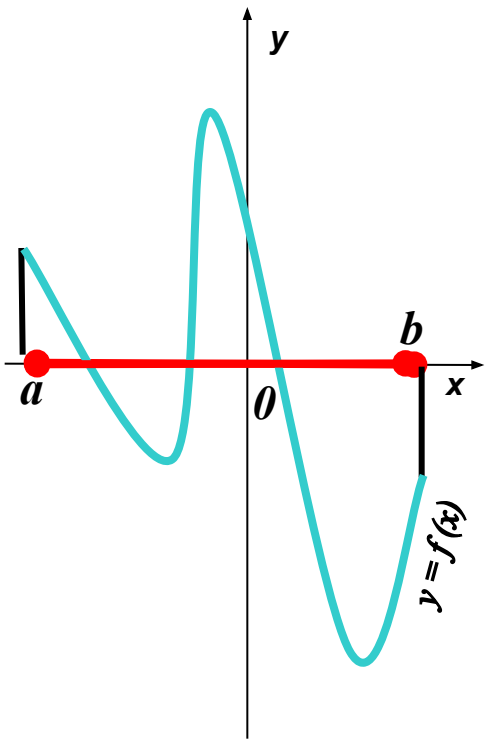
Область определения функции

[a; b]

иначе: $a \le x \le b$

- ***Область определения функции - это те значения аргумента, при которых функция задана, определена***

- ***Геометрически - это проекция графика функции на ось Ox***



Множество значений функции

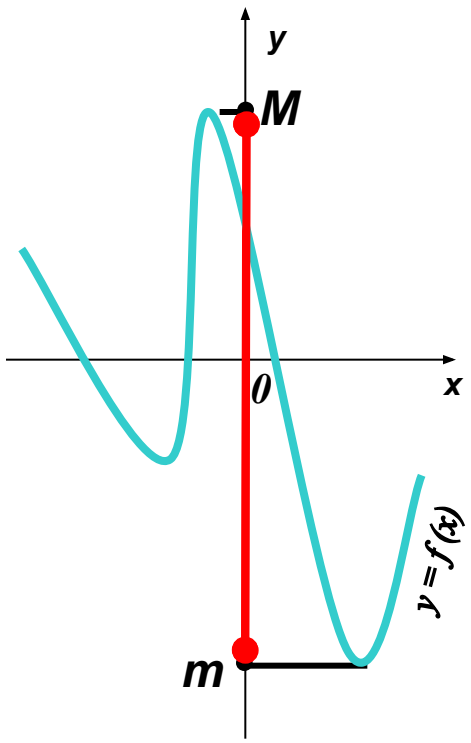
$y = f(x)$

Множество значений функции [m; M]

иначе: $m \le y \le M$

- ***Множество значений функции - это множество чисел, состоящее из всех значений функции***

- ***Геометрически - это проекция графика функции на ось Oy***



Корни (нули) функции

$y = f(x)$

Корни функции

$f(x) = 0$

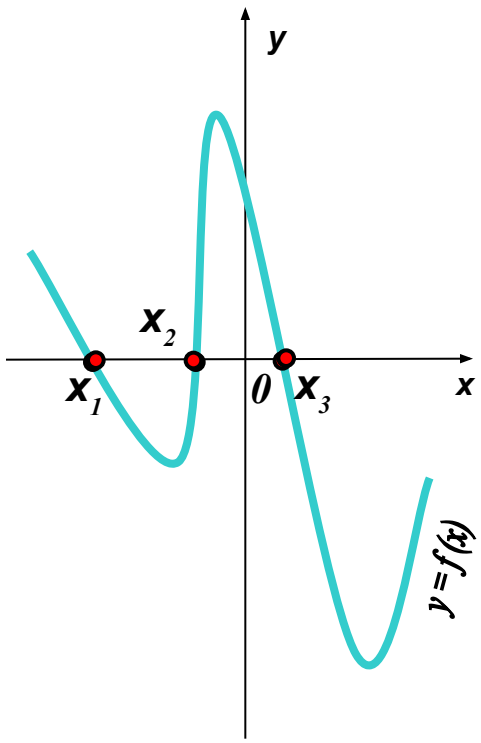
$x = x_1$;

$x = x_2$;

$x = x_3$.

- *Корни функции* - это точки, в которых функция обращается в нуль. Эти точки являются решениями уравнения $f(x) = 0$

- *Геометрически* - это абсциссы точек пересечения графика функции с осью Ox



Промежутки постоянного знака

$y = f(x)$

Промежутки постоянного знака

$f(x) > 0; \quad f(x) < 0$

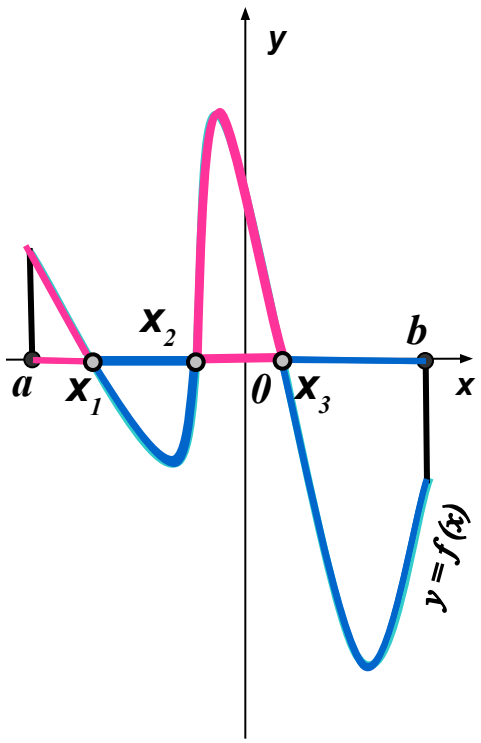
функция принимает положительные значения при

$a \le x < x_1, \; x_2 < x < x_3;$

отрицательные значения при

$x_1 < x < x_2, \; x_3 < x \le b.$

- **Промежутки постоянного знака - это решения неравенств** $f(x) > 0$ **и** $f(x) < 0$
- **Геометрически - это интервалы оси Ox, соответствующие точкам графика, лежащим выше (или ниже) этой оси**



Промежутки монотонности

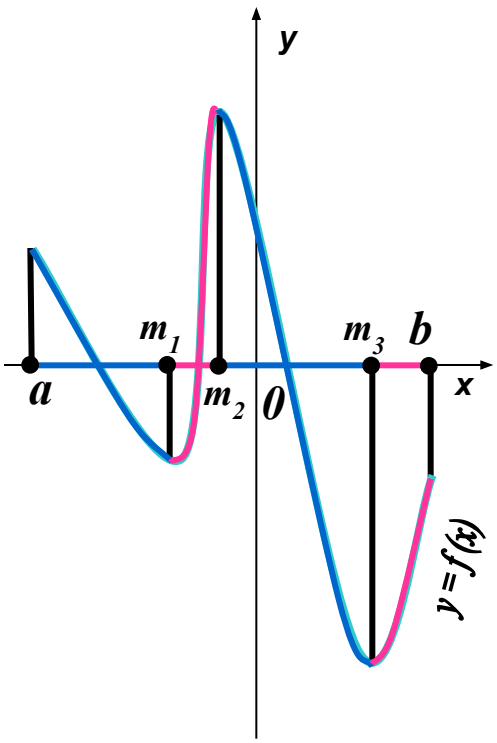
$y = f(x)$

Промежутки монотонности функции

функция возрастает при $m_1 \le x \le m_2$ и при $m_3 \le x \le b$;

функция убывает при $a \le x \le m_1$ и при $m_2 \le x \le m_3$.

- ***Промежутки монотонности - это промежутки оси Ox, на которых функция возрастает*** *(промежутки возрастания)* ***или убывает*** *(промежутки убывания)*
- ***Геометрически - это интервалы оси Ox, где график функции идет вверх или вниз***



Точки экстремума функции

$y = f(x)$

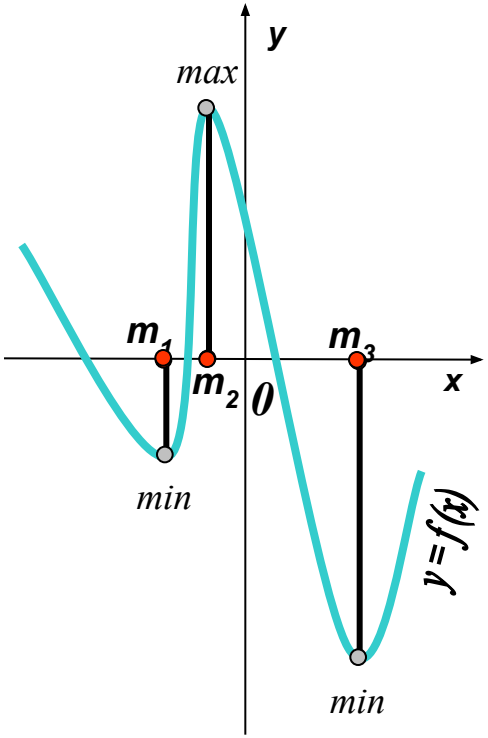
Точки экстремума

$x = m_2$ - точка максимума;

$x = m_1$, $x = m_3$ - точки минимума

- ***Точки экстремума - точки, лежащие внутри области определения, в которых функция принимает самое большое (максимум) или самое малое (минимум) значение по сравнению со значениями в близких точках***

- ***Геометрически - около точек экстремума график выгибается вверх или вниз***



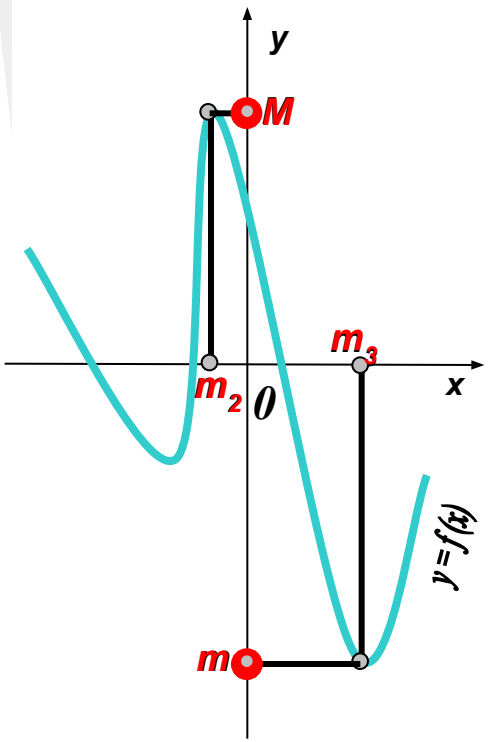
Наибольшее и наименьшее значение функции

$y = f(x)$

Наибольшее значение функции
$f(x) = M$ при $x = m_2$,

наименьшее значение функции
$f(x) = m$ при $x = m_3$.

- ***Говорят, что в точке x_0 функция f принимает наибольшее (наименьшее) значение, если $f(x_0) \geq f(x)$ ($f(x_0) \leq f(x)$) для любого значения x. Само число $f(x_0)$ называется наибольшим (наименьшим) значением функции***
- ***Геометрически - это ординаты самой высокой (самой низкой) точки графика***



Проверь себя

Уровень сложности: легкий

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции y = f(x) x - любое число.

2. Множество значений функции y = f(x) $y \geq -1$.

3. Корни функции y = f(x) f(x) = 0: x = -2; x = -1,4; x = 1,4; x = 2.

4. Промежутки постоянного знака функции y = f(x)

   f(x) > 0 при x < -2; -1,4 < x < 1,4; x > 2;

   f(x) < 0 при -2 < x < -1,4; 1,4 < x < 2

5. Функция y = f(x) возрастает при $-1,7 \leq x \leq 0$ и при $x \geq 1,7$.

   Функция y = f(x) убывает при $x \leq -1,7$ и при $0 \leq x \leq 1,7$.

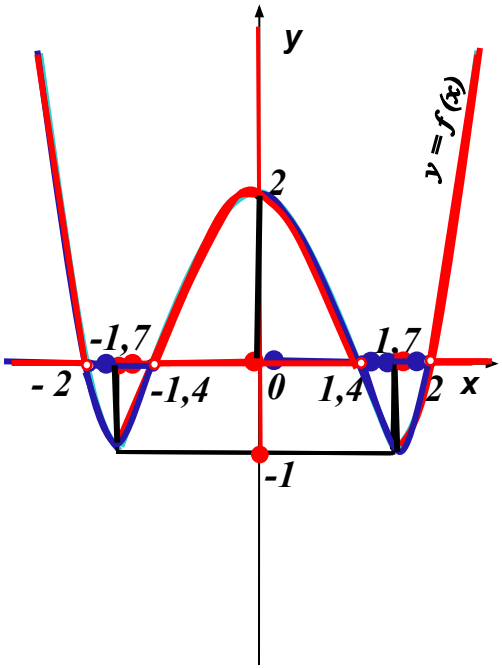
6. Точки экстремума: x = 0 - точка максимума;

   x = -1,7, x = 1,7 - точки минимума.

7. Наибольшее значение функции y = f(x) не существует.

   Наименьшее значение функции y = f(x)

   y = -1 при x = -1,7, x = 1,7.



Проверь себя

Уровень сложности: средний

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции $y = f(x)$ $x < 0, x > 0.$

2. Множество значений функции $y = f(x)$ $y < -1, y > -1.$

3. Корни функции $y = f(x)$ $f(x) = 0: x = 1.$

4. Промежутки постоянного знака функции $y = f(x)$

   $f(x) > 0$ при $0 < x < 1;$

   $f(x) < 0$ при $x < 0, x > 1.$

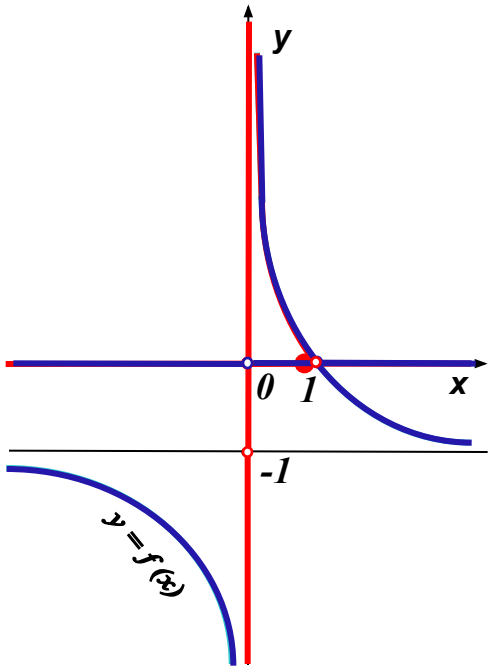
5. Функция $y = f(x)$ возрастает нет.

   Функция $y = f(x)$ убывает при $x < 0$ и при $x > 0.$

6. Точки экстремума: нет

7. Наибольшее значение функции $y = f(x)$ не существует.

   Наименьшее значение функции $y = f(x)$ не существует.



Проверь себя

Уровень сложности: трудный

Проведите полное исследование функции, заданной графически.

1. Область определения функции $y = f(x)$ $x < -2$; $-2 < x < 2$; $x > 2$.

2. Множество значений функции $y = f(x)$ y – любое число.

3. Корни функции $y = f(x)$ $f(x) = 0$: $x = -1$; $x = 1$.

4. Промежутки постоянного знака функции $y = f(x)$

   $f(x) > 0$ при $x < -2$; $-1 < x < 1$; $x > 2$;

   $f(x) < 0$ при $-2 < x < -1$; $1 < x < 2$

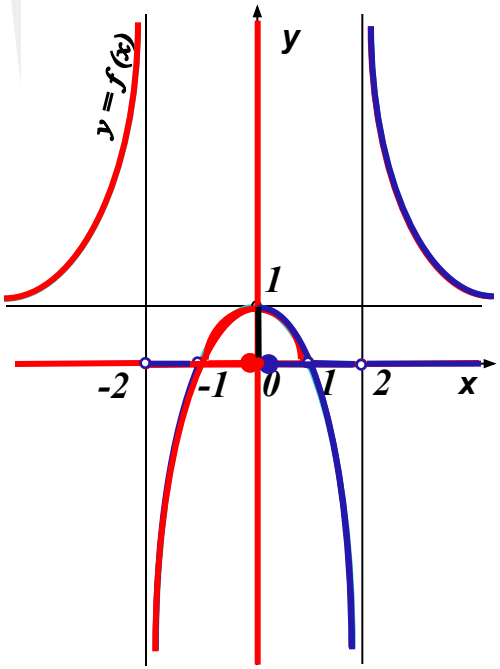
5. Функция $y = f(x)$ возрастает при $x < -2$ и при $-2 < x \leq 0$.

   Функция $y = f(x)$ убывает при $0 \leq x < 2$ и при $x > 2$.

6. Точки экстремума: $x = 0$ - точка максимума.

7. Наибольшее значение функции $y = f(x)$ не существует.

   Наименьшее значение функции $y = f(x)$ не существует.



При создании презентации использовалась литература:

Башмаков М.И. *Уроки математики. Вып.2. - Глядя на график. Учеб. Для учащихся ст. кл. с гуманитарным профилем обучения. - СПб.: Издательство «СВЕТ». 1995.*

Спасибо за работу

Желаем успеха!