

**Теорем**

**а**

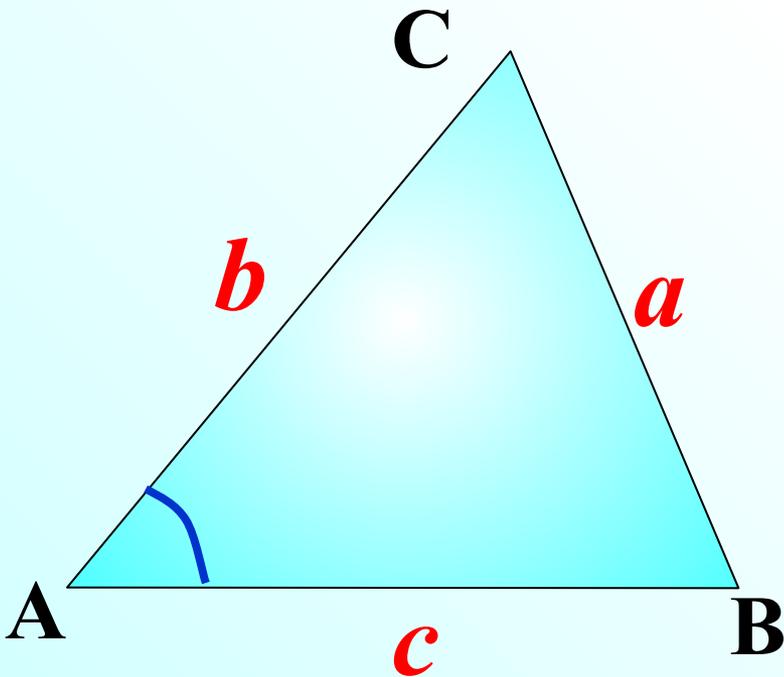
**КОСИНУ**

*Теорема 12.1  
(Теорема косинусов)*

***Квадрат любой стороны  
треугольника равен сумме  
квадратов двух других  
сторон минус удвоенное  
произведение этих сторон на  
косинус угла между ними.***

**Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



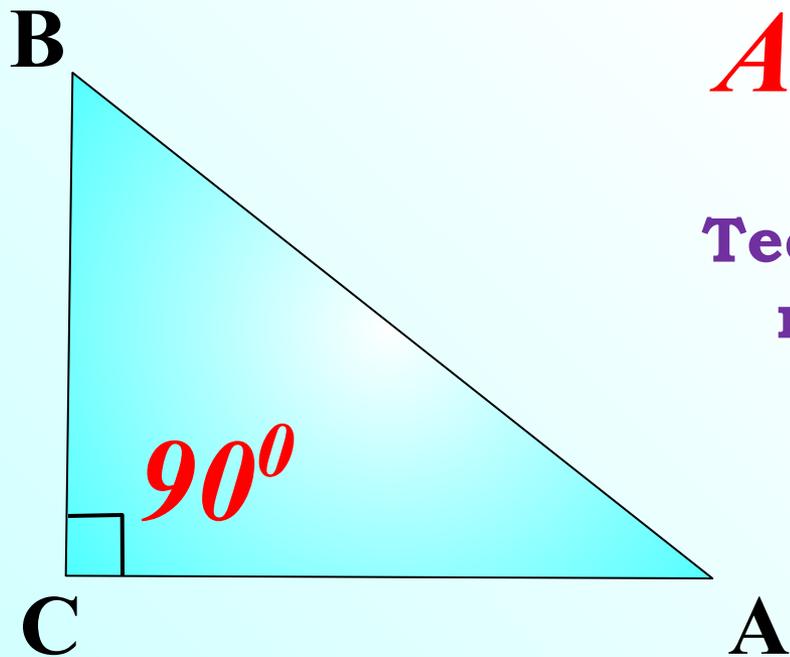
**Теорема косинусов ( $\triangle ABC$  – прямоугольный)**

**Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.**

$$AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2 \cdot BC \cdot CA \cos C$$

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$

**Теорему косинусов иногда называют обобщенной теоремой Пифагора.**

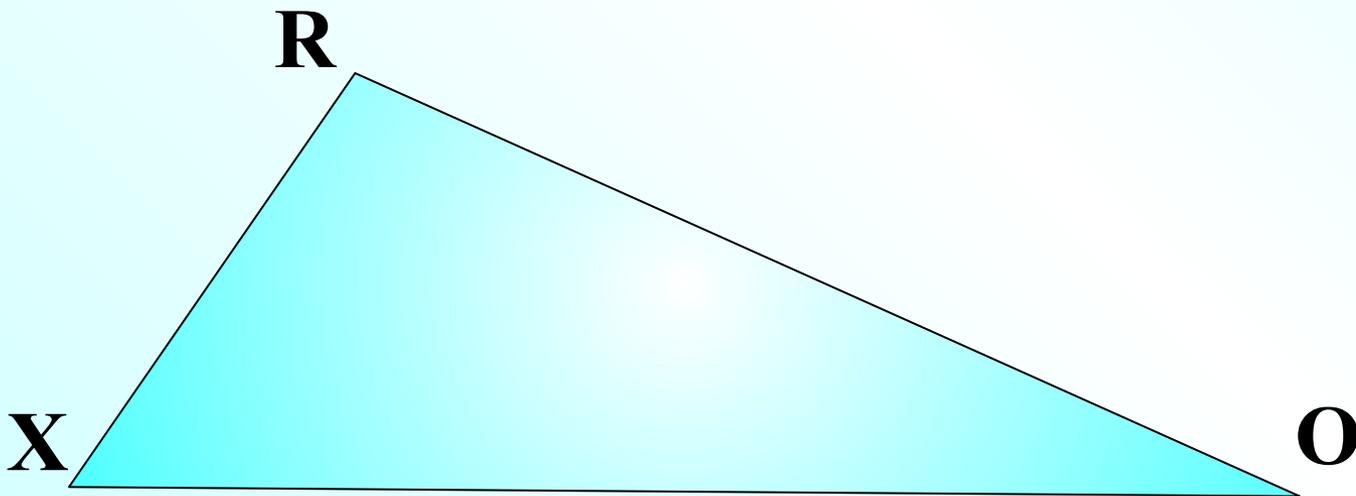


*Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.*

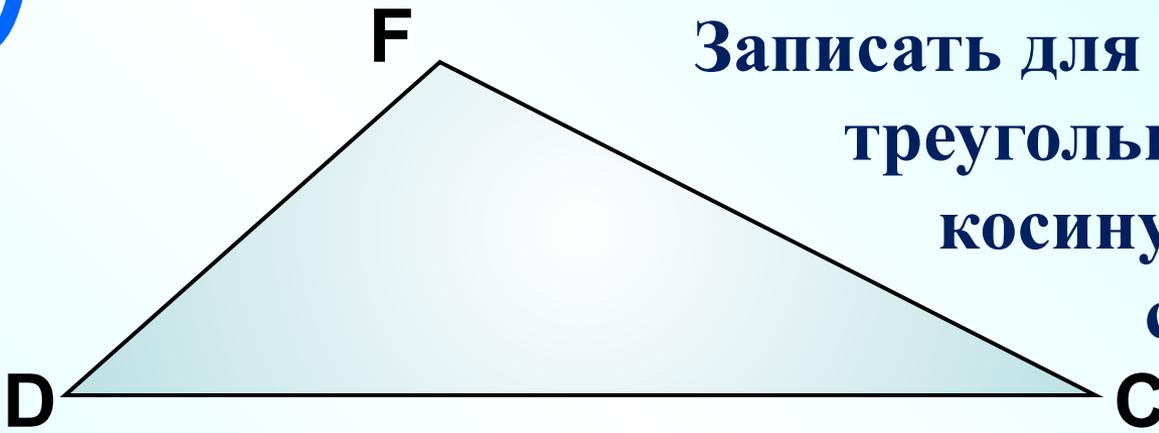
$$XR^2 = RO^2 + XO^2 - 2 \cdot RO \cdot XO \cos O$$

$$RO^2 = RX^2 + XO^2 - 2 \cdot RX \cdot XO \cos X$$

$$XO^2 = RX^2 + RO^2 - 2 \cdot RX \cdot RO \cos R$$



**Записать для данного  
треугольника теорему  
косинусов для каждой  
стороны.**



A spiral-bound notebook page is shown, partially open, with a light blue cover and a white page. The page is blank, intended for writing the cosine theorem for each side of the triangle.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

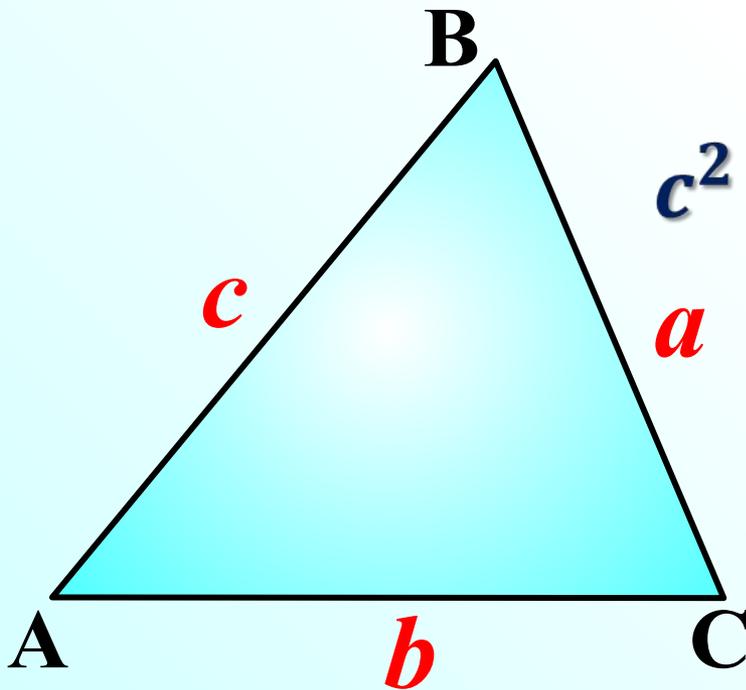
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



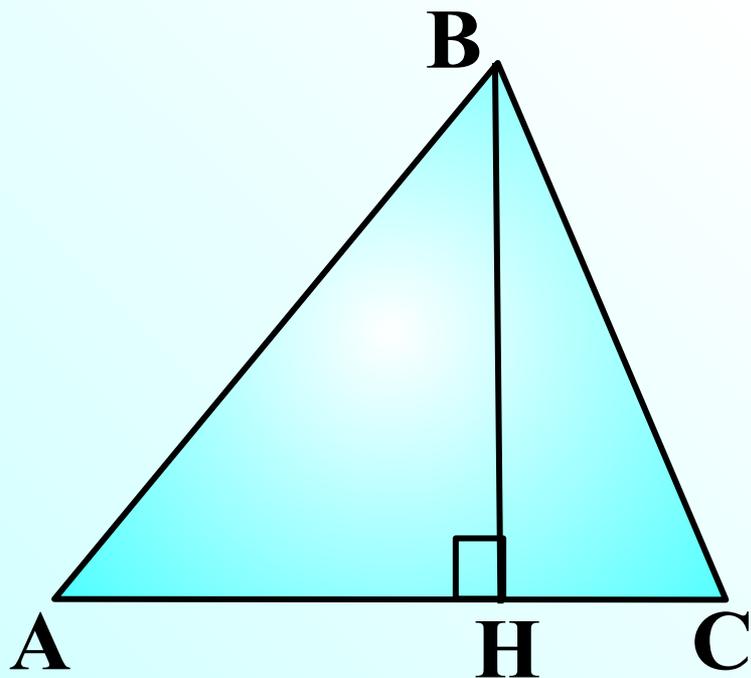
## *Следствие из теоремы косинусов*

**Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон  $\pm$  удвоенное произведение одной из этих сторон на проекцию другой.**

**Знак «+» ставится, когда противолежащий угол тупой, знак «-», когда он острый.**

**Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон  $\pm$  удвоенное произведение одной из этих сторон на проекцию другой.**

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \pm 2 \cdot AC \cdot CH$$



$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab} > 0$$

На практике удобно сравнивать квадрат *большей* стороны и сумму квадратов двух других.

$$b^2 + a^2 = c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = 0, \angle C = 90^\circ$$

$$b^2 + a^2 > c^2 > 0 \Rightarrow \cos C > 0, \angle C - \text{острый}$$

$$b^2 + a^2 < c^2 < 0 \Rightarrow \cos C < 0, \angle C - \text{тупой}$$

## Устная работа

**Определить вид треугольника со сторонами  
5, 6, 7 см.**

$5^2 + 6^2 > 7^2 \Rightarrow$  *треугольник остроугольный*

**Определите вид треугольника со сторонами  
2, 3, 4 см.**

$2^2 + 3^2 < 4^2 \Rightarrow$  *треугольник тупоугольный*

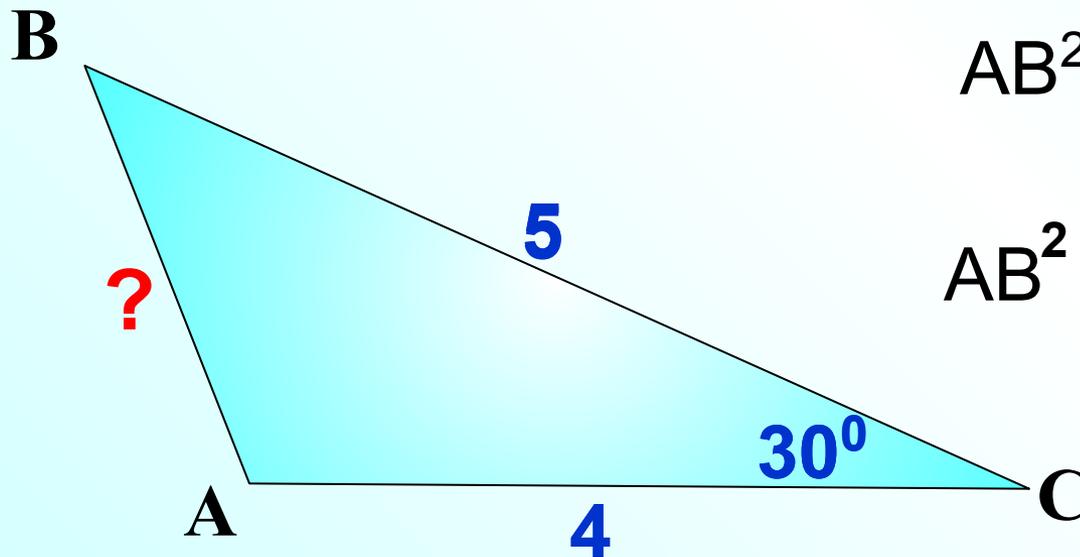
Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

*Найти  $AB$*

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cos C$$

$$AB^2 = 41 - 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB^2 = \sqrt{41 - 20 \cdot \sqrt{3}}$$



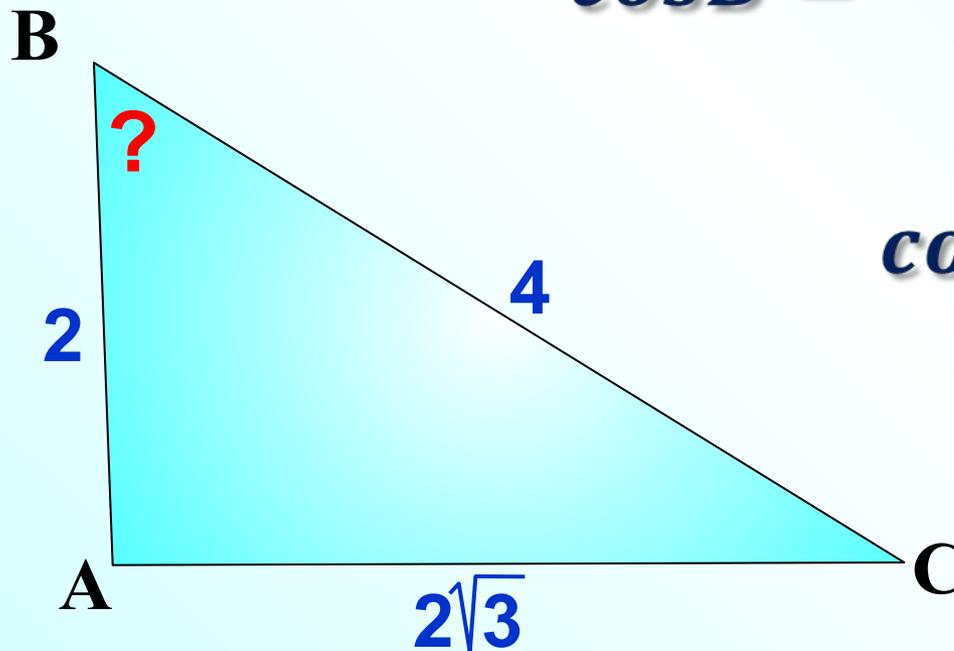
# Найти угол В

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$\cos B = \frac{2^2 + 4^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \cdot 2 \cdot 4}$$

$$\cos B = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

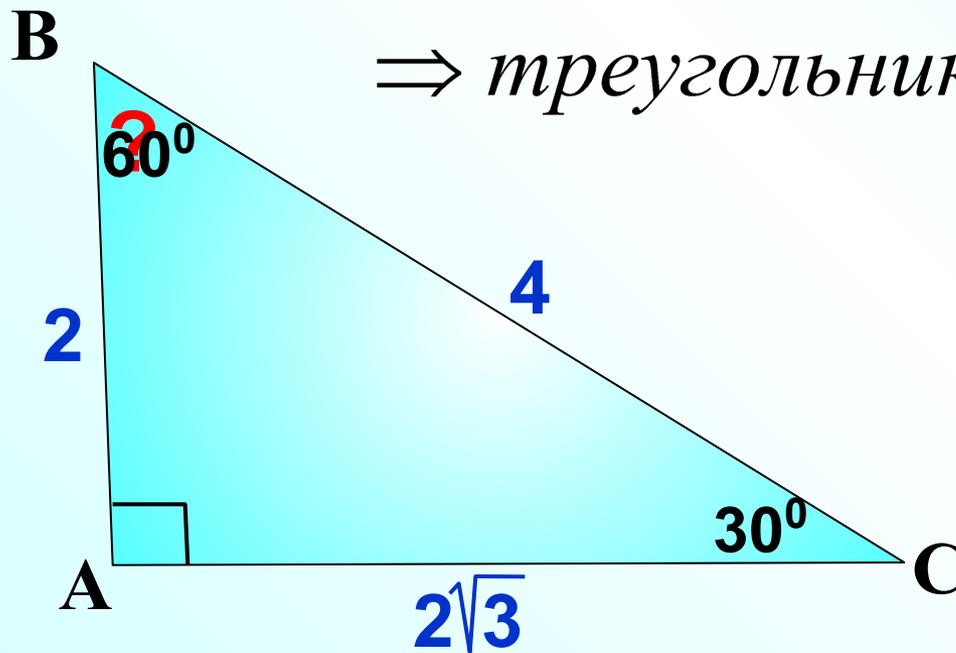
$$\angle B = 60^\circ$$



Найти угол В

$$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2$$

$\Rightarrow$  треугольник прямоугольный



**ABCD – параллелограмм. Найти BD.**

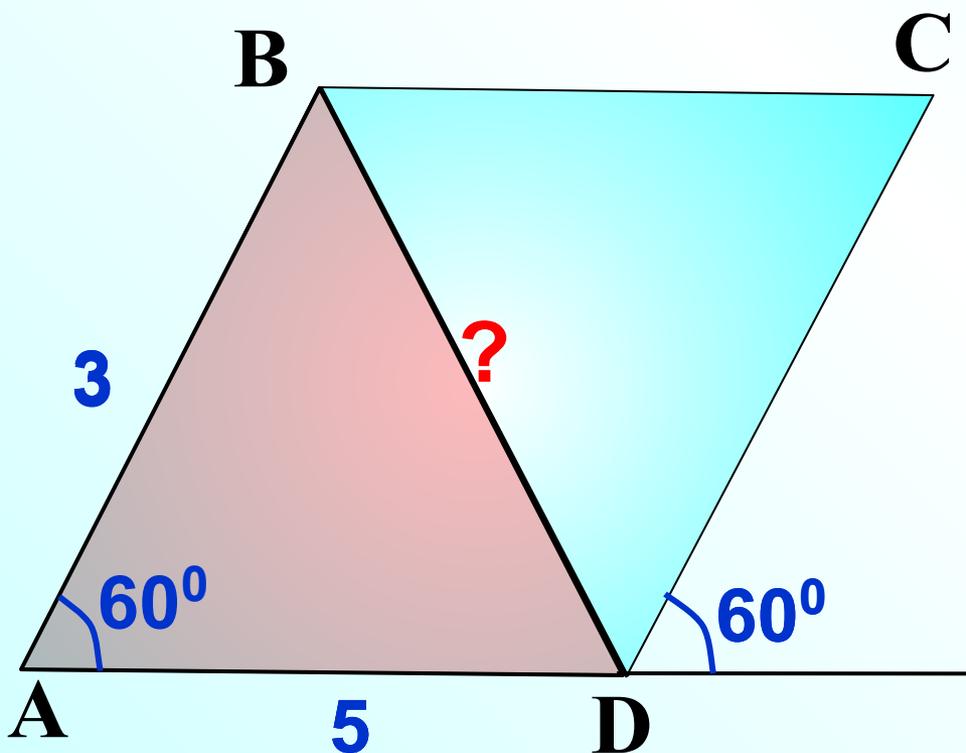
**2** **2** *Рассмотрим  $\triangle ABD$*

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cos A$$

$$BD^2 = 34 - 30 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BD^2 = 19$$

$$BD = \sqrt{19}$$



# Домашнее задание

**Стр. 177, п. 110;  
№ 1, 2, 6**

