

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

---

# ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ $R^3$

---

Положение прямой  $l$  в пространстве  $R^3$  определяется заданием:

- 1) любых двух точек;
- 2) ее точки и вектора параллельного этой прямой;
- 3) двух пересекающихся плоскостей.

# Векторное уравнение прямой

---

По точке  $(x_0; y_0; z_0)$  и направляющему вектору  $\{m; n; p\}$

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$$

параметрические уравнения прямой  $l$  с параметром  $t$  в пространстве  $\mathbf{R}^3$ .

- Канонические уравнения прямой  $l$  в пространстве  $\mathbf{R}^3$ .

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

---

# УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ ПО ДВУМ ЕЕ ТОЧКАМ $(x_1, y_1, z_1)$ и $(x_2, y_2, z_2)$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

# ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

$$\alpha_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \quad \alpha_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\alpha_1 \cap \alpha_2 = l:$$

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

$$\vec{s} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}$$

# УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ПРЯМЫМИ

$$\cos \varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{\left| \vec{s}_1 \right| \left| \vec{s}_2 \right|} = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}.$$

условиями параллельности двух прямых в пространстве  $R^3$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

условием перпендикулярности двух прямых в пространстве  $R^3$

$$m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2 + p_1 \cdot p_2 = 0$$