

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В.И. ВЕРНАДСКОГО»  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
Кафедра экспериментальной физики

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО  
ПОЛЯ, ИНДУЦИРУЕМОГО В ПРОВОДНИКАХ С ДЕФЕКТАМИ**

Научный руководитель:  
Доцент кафедры компьютерной инженерии  
и моделирования, к.т.н. Д.М. Филиппов

Шуйский А.А.

# Цель работы

- *Цель* работы — обобщение разработанной математической модели трехмерного квазистационарного электромагнитного поля вблизи поверхности объекта контроля, содержащего дефекты различной геометрии, на случай наличия ферромагнитных тел.

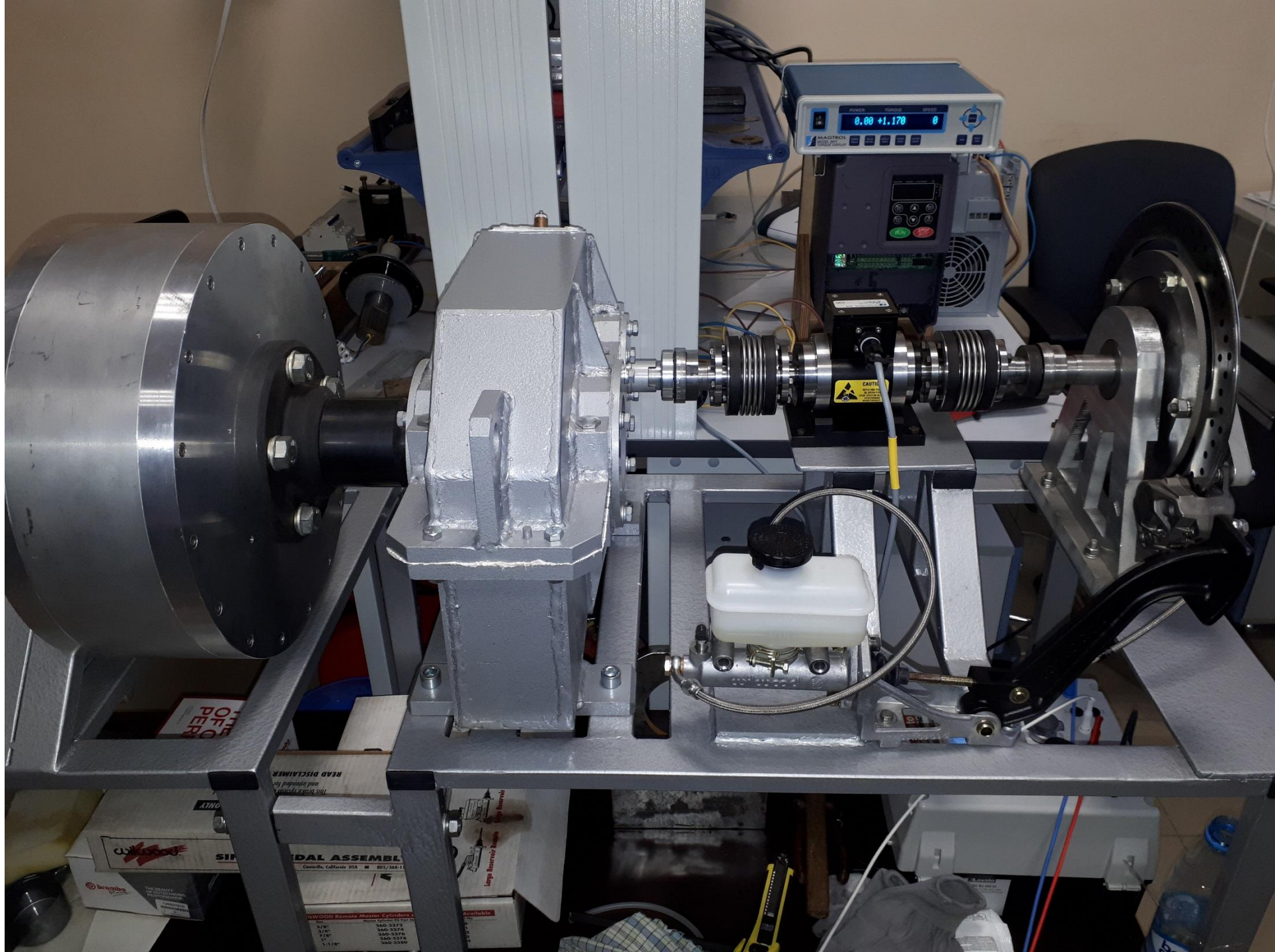
# Постановка задачи исследований

- Возникает необходимость управления топологией внешнего магнитного поля для получения более существенных искажений вихревых токов. Например, концентрация магнитного потока в интересующей области. Это может быть реализовано с помощью магнитного сердечника индуктора.

# Синхронная машина осевого потока



Рис.1. 3D модель генератора осевого потока с постоянными магнитами.





# Характеристики рассчитываемой машины

Пусть требуется рассчитать машину осевого потока с бескаркасной обмоткой с целью получения следующих технических характеристик:

- номинальная мощность 3000 Вт;
- номинальное линейное напряжение (амплитудное значение) 32 В;
- номинальный линейный ток (амплитудное значение) 53 А;
- КПД на номинальном токе не ниже 0,9;
- номинальная скорость вращения 3200 об/мин;
- число пар полюсов 8;
- диаметр машины не более 210 мм;
- осевая длина машины не более 70 мм.

Примем величину намагниченности постоянных магнитов равной:  $J = 1.14/\mu_0$  (А/м). Также зафикси-

# Трёхмерная модель магнитного поля магнитной системы машины осевого потока.

$$\sigma(Q) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{S^*} \sigma(P) \frac{\vec{r}_{PQ} \vec{n}_Q}{r_{PQ}^3} dS_P = 2\lambda H_{0n}(Q) - 2\chi J,$$

где  $Q \in S^*$ ;  $\lambda = (\mu - \mu_0) / (\mu + \mu_0)$ ;  $\chi = \mu_0 / (\mu + \mu_0)$ .

$$\sigma(Q) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{S^0} \sigma(P) \frac{\vec{r}_{PQ} \vec{n}_Q}{r_{PQ}^3} dS_P = 2\lambda H_{0n}(Q),$$

где  $Q \in S^0$ .

$\sigma(P)$  — плотность простого слоя фиктивных магнитных зарядов, индуцируемых на поверхностях стальных дисков ротора

# Численная модель простого слоя

$$\sigma_k - \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{i=1}^{Ns} \sigma_i \int_{\Delta S_i} \frac{\vec{r}_{PQ} \cdot \vec{n}_k}{r_{PQ}^3} dS_P = 2\lambda \vec{H}_0(Q) \cdot \vec{n}_k, \quad k = 1, 2, \dots, Ns$$

$$\oint_S \sigma(Q) dS_Q = 0.$$





Нахождение псевдорешения данной СЛАУ может быть сведено к отысканию решения СЛАУ с квадратной матрицей<sup>1</sup>:

$$\sum_{i=1}^{Ns} \sigma_i(\vec{f}_i^{*H}, \vec{f}_k^{*H}) = (\vec{b}^{*H}, \vec{f}_k^{*H}), \quad k = 1, 2, \dots, Ns.$$

$$\vec{f}_k^{*H} = \{a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{Ns+mk}\}, \quad \vec{b}^{*H} = \{b_1^{*H}, b_2^{*H}, \dots, b_{Ns+m}^{*H}\}.$$

---

<sup>1</sup> Стадник, И.П. Методы и алгоритмы синтеза магнито- и электростатических полей: дисс... док. тех. наук: 05.09.05. / Стадник И.П. . — Симферополь, 1987. — 369 с.

# Распределение вторичных источников

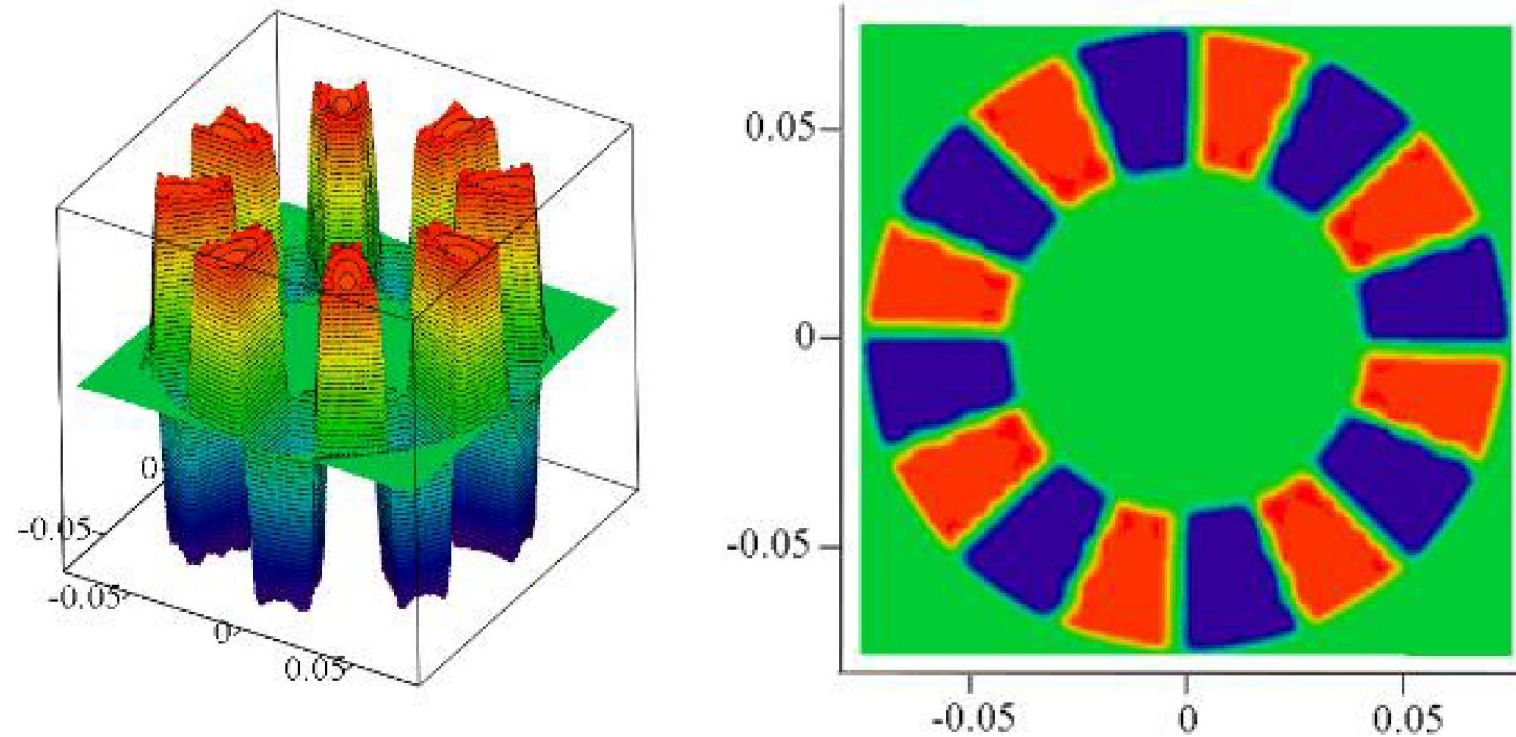


Рис.2. Распределение плотности фиктивных магнитных зарядов по поверхности магнитных дисков ротора.

# Оптимизация машины по массе используемых постоянных магнитов

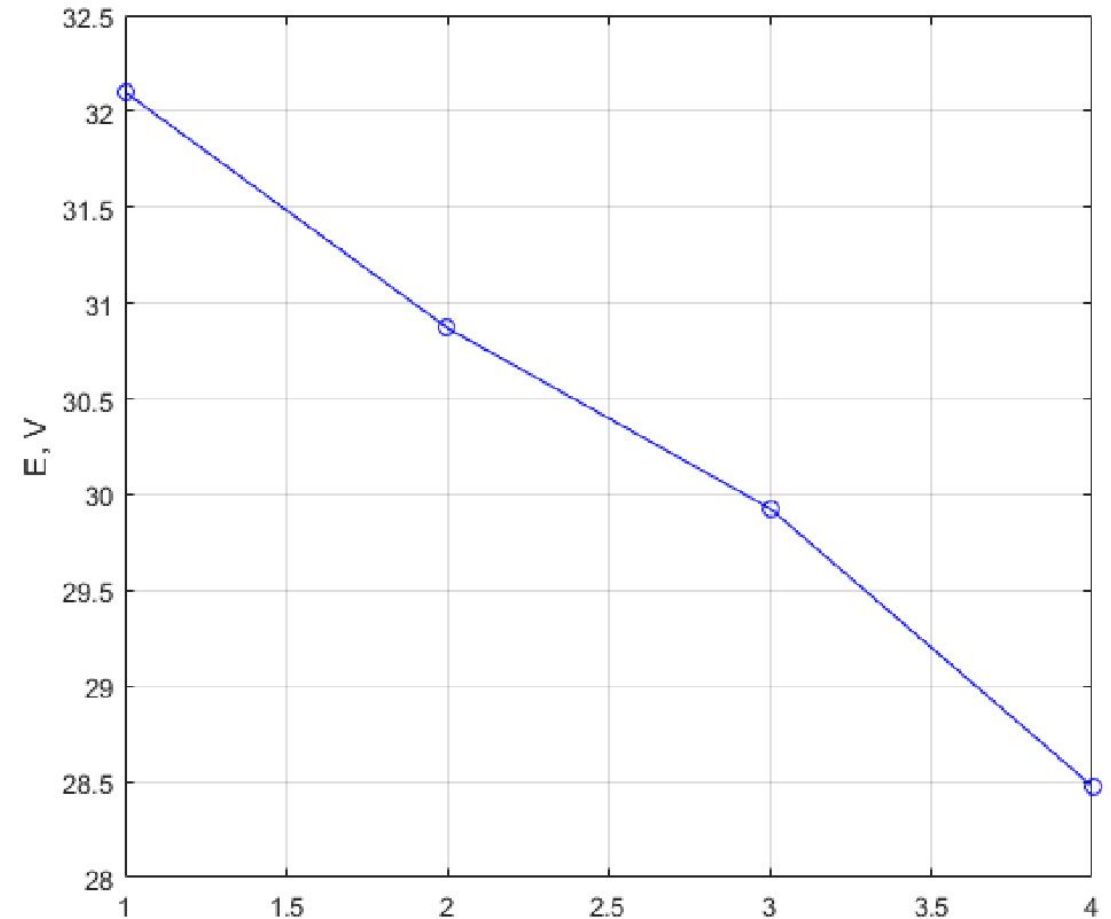
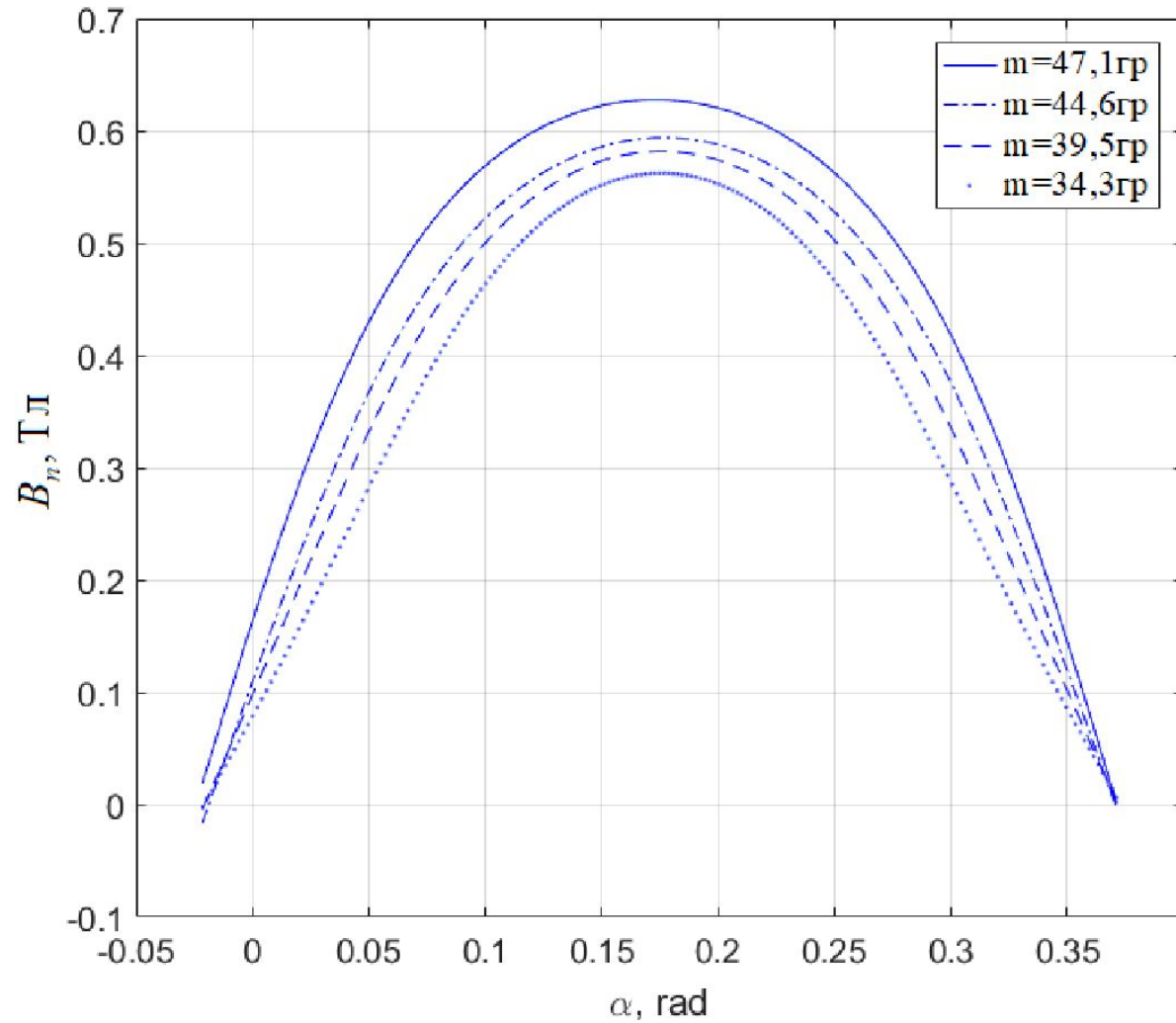


Рис.3. Распределение поля вдоль полюсного деления и значение ЭДС в зависимости от массы магнитов.

# Объяснение незначительности снижения ЭДС с уменьшением массы магнитов

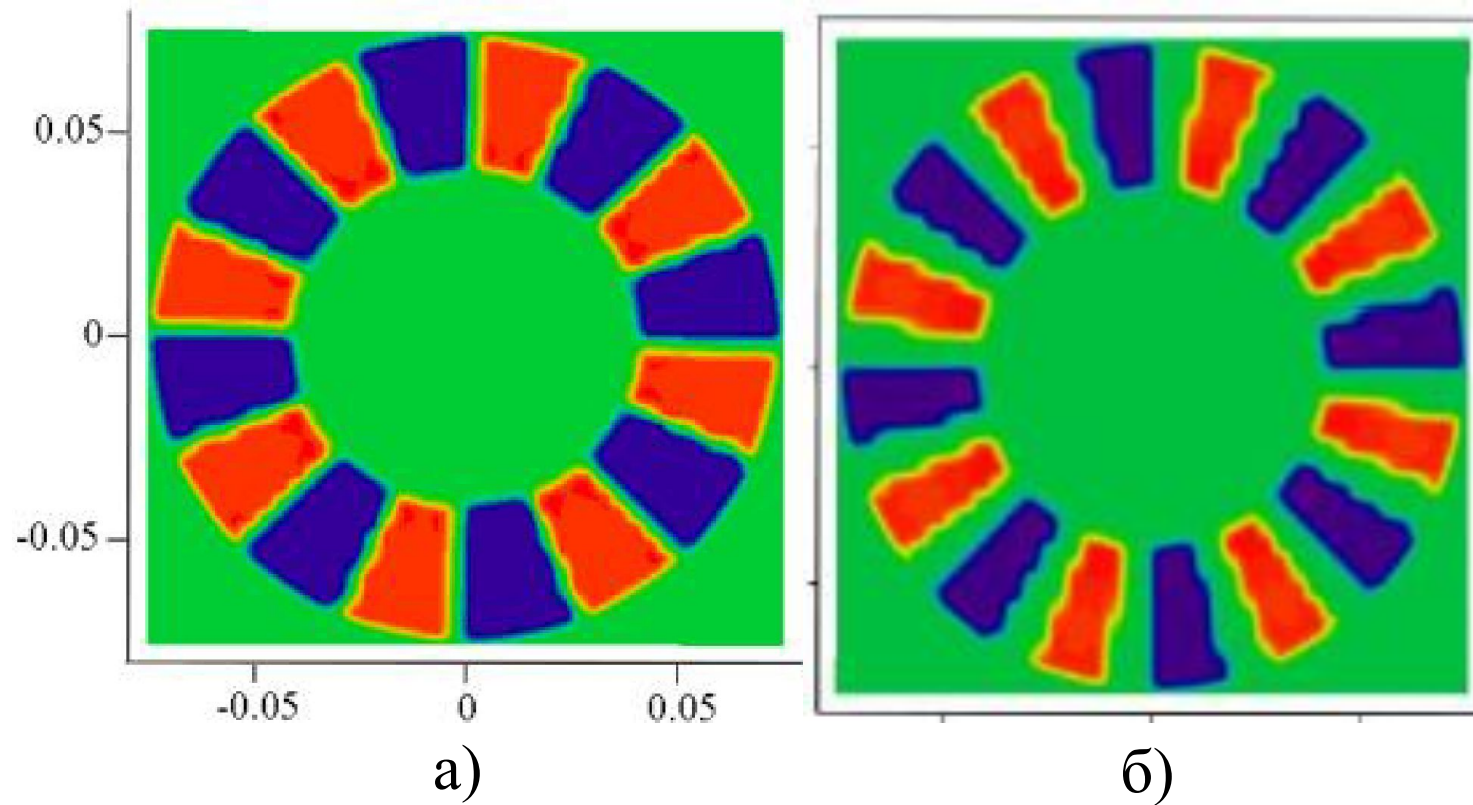


Рис.4. Распределение зарядов для случая массы магнитов 47.1 гр. (а)  
и 34.3 гр. (б)



- Разработана математическая модель для расчёта поля ферромагнитного тела на основе метода двойного слоя магнитных зарядов.
- Данная модель получена в результате применения подхода интегральных граничных соотношений к поиску распределения вторичных источников в виде двойного слоя фиктивных магнитных зарядов на поверхности ферромагнетика.

# Численная модель метода двойного слоя, модифицированного в рамках подхода интегральных граничных соотношений

$$V_{k+1} - V_{k-1} - \frac{\mu - \mu_0}{2\pi(\mu + \mu_0)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{Ns} V_j \int_{\Delta l_k} \int_{\Delta S_j} \frac{3(\vec{r}_{PQ} \cdot \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5} dS_P d\vec{l}_Q = 2 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \int_{\Delta l_k} \vec{B}_0 d\vec{l}_Q,$$

$$k = 1, 2, \dots, Ns .$$

# Особенности реализации: переопределение СЛАУ

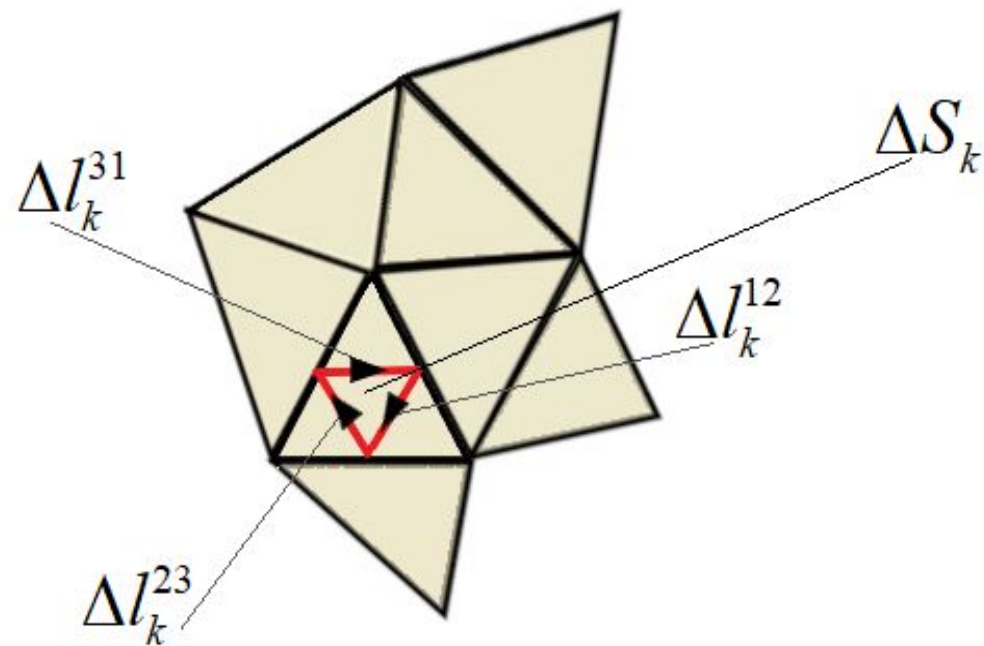


Рис.5. Иллюстрация выбора отрезков интегрирования.

## Особенности реализации: триангуляция

- Разработан алгоритм триангуляции с контролируемым шагом для случая поверхности произвольной трёхмерной многосвязной области.
- С использованием данного алгоритма триангуляции представляется возможным моделирование электродинамических задач, имеющих усложненную геометрию, так как расчетная сетка в данном случае является универсальной.

# Пример триангулированной геометрической области

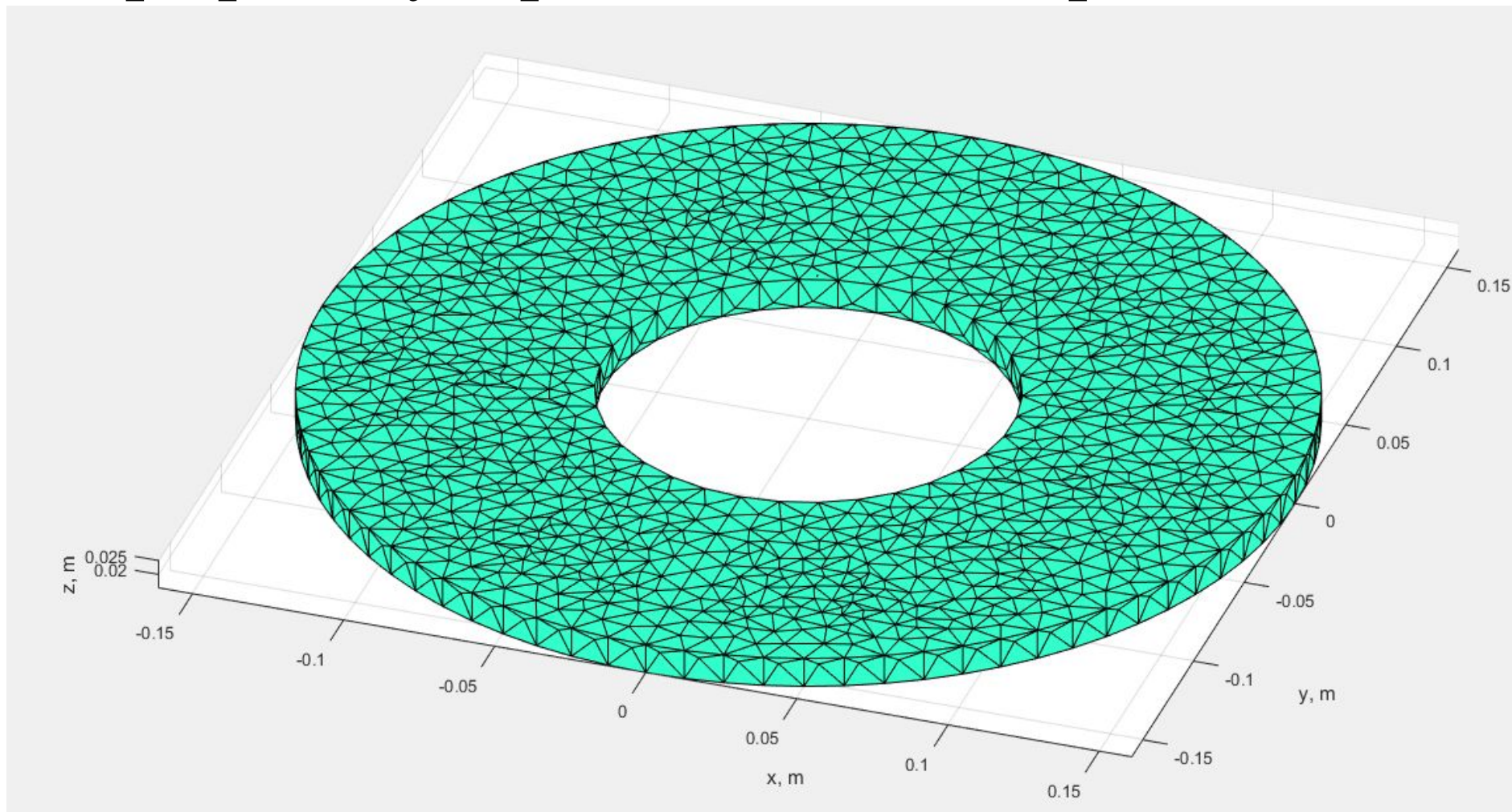


Рис.6. Триангуляция поверхности стального диска магнитопровода.



# Выводы

Разработана и реализована модель для расчёта магнитного поля ферромагнетика на основе метода простого слоя магнитных зарядов. Решена вспомогательная задача оптимизации магнитной системы генератора осевого потока методом простого слоя. Осуществлено сравнение экспериментальных характеристик генератора с теоретическими.

Так как метод простого слоя неприменим для задач дефектоскопии, среди известных методов вторичных источников для применения к задачам дефектоскопии был выбран метод двойного слоя магнитных зарядов. **Разработана и реализована математическая модель для расчета поля ферромагнетика на основе метода двойного слоя магнитных зарядов.** Данная математическая модель является уникальной, так как не имеет близких аналогов. Данная модель получена в результате применения подхода интегральных граничных соотношений к поиску распределения вторичных источников в виде двойного слоя фиктивных магнитных зарядов на поверхности ферромагнетика.

Разработан алгоритм адаптивной триангуляции, позволяющий накладывать расчетную сетку с контролируемым шагом на поверхность произвольного трёхмерного тела. С использованием данного алгоритма триангуляции представляется возможным моделирование электродинамических задач, имеющих усложненную геометрию.

**Спасибо за внимание!**