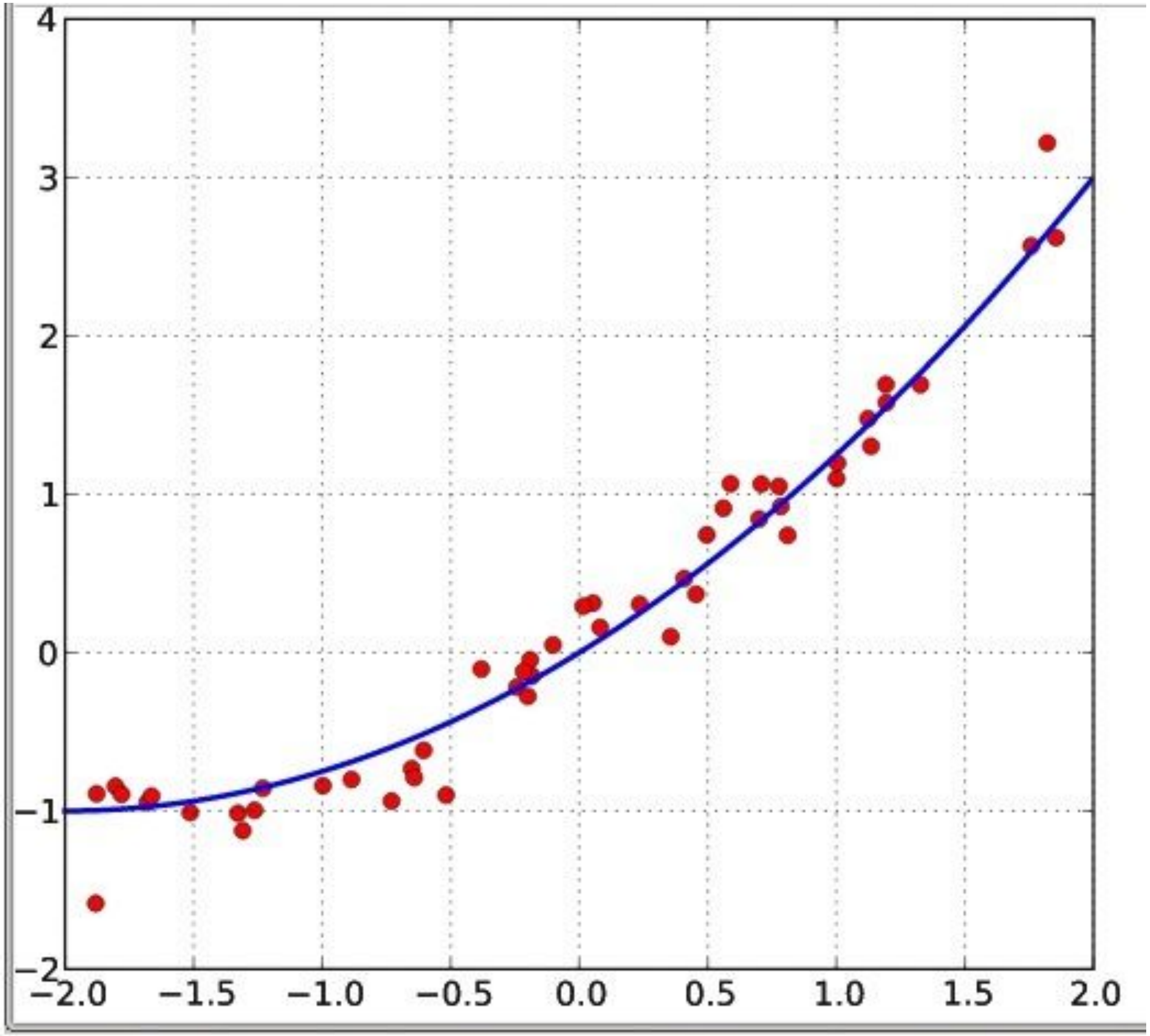
# Метод наименьших квадратов. Ordinary Least Squares, OLS

# МНК

Математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомых переменных.

# МНК



# МНК в случае линейной регрессии

Пусть регрессионная зависимость является линейной:

$$y_t = \sum_{j=1}^{k} b_j x_{tj} + \varepsilon = x_t^T b + \varepsilon_t.$$

Пусть $y$ — вектор-столбец наблюдений объясняемой переменной, а $X$ — это $(n \times k)$-матрица наблюдений факторов (строки матрицы — векторы значений факторов в данном наблюдении, по столбцам — вектор значений данного фактора во всех наблюдениях). Матричное представление линейной модели имеет вид:

# МНК в случае линейной регрессии

$$y = Xb + \varepsilon.$$

Тогда вектор оценок объясняемой переменной и вектор остатков регрессии будут равны

$$\hat{y} = Xb, \quad e = y - \hat{y} = y - Xb.$$

соответственно сумма квадратов остатков регрессии будет равна

$$RSS = e^T e = (y - Xb)^T (y - Xb).$$

Дифференцируя эту функцию по вектору параметров $b$ и приравняв производные к нулю, получим систему уравнений (в матричной форме):

$$(X^T X)b = X^T y.$$

В расшифрованной матричной форме эта система уравнений выглядит следующим образом:

# МНК в случае линейной регрессии

$$\begin{pmatrix} \sum x_{t1}^2 & \sum x_{t1}x_{t2} & \sum x_{t1}x_{t3} & \dots & \sum x_{t1}x_{tk} \\ \sum x_{t2}x_{t1} & \sum x_{t2}^2 & \sum x_{t2}x_{t3} & \dots & \sum x_{t2}x_{tk} \\ \sum x_{t3}x_{t1} & \sum x_{t3}x_{t2} & \sum x_{t3}^2 & \dots & \sum x_{t3}x_{tk} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_{tk}x_{t1} & \sum x_{tk}x_{t2} & \sum x_{tk}x_{t3} & \dots & \sum x_{tk}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_{t1}y_t \\ \sum x_{t2}y_t \\ \sum x_{t3}y_t \\ \vdots \\ \sum x_{tk}y_t \end{pmatrix}$$