

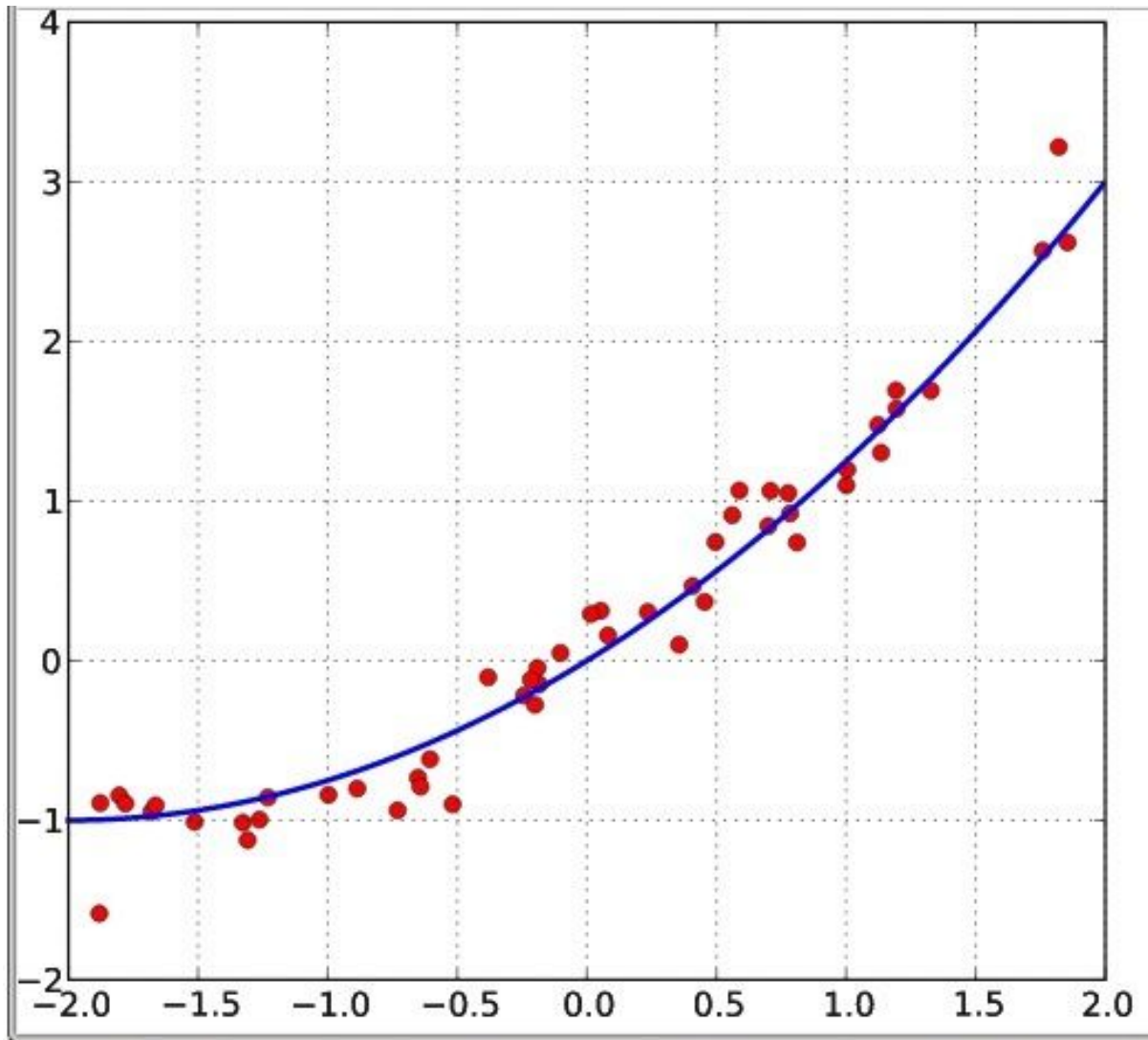
Метод наименьших
квадратов.

Ordinary Least Squares,
OLS

МНК

Математический метод,
применяемый для решения
различных задач, основанный на
минимизации суммы квадратов
отклонений некоторых функций
от искомым переменных.

MHK



МНК в случае линейной регрессии

Пусть регрессионная зависимость является линейной:

$$y_t = \sum_{j=1}^k b_j x_{tj} + \varepsilon = x_t^T b + \varepsilon_t.$$

Пусть y — вектор-столбец наблюдений объясняемой переменной, а X — это $(n \times k)$ -матрица наблюдений факторов (строки матрицы — векторы значений факторов в данном наблюдении, по столбцам — вектор значений данного фактора во всех наблюдениях). Матричное представление линейной модели имеет вид:

МНК в случае линейной регрессии

$$y = Xb + \varepsilon.$$

Тогда вектор оценок объясняемой переменной и вектор остатков регрессии будут равны

$$\hat{y} = Xb, \quad e = y - \hat{y} = y - Xb.$$

соответственно сумма квадратов остатков регрессии будет равна

$$RSS = e^T e = (y - Xb)^T (y - Xb).$$

Дифференцируя эту функцию по вектору параметров b и приравня производные к нулю, получим систему уравнений (в матричной форме):

$$(X^T X)b = X^T y.$$

В расшифрованной матричной форме эта система уравнений выглядит следующим образом:

МНК в случае линейной регрессии

$$\begin{pmatrix}
 \sum x_{t1}^2 & \sum x_{t1}x_{t2} & \sum x_{t1}x_{t3} & \dots & \sum x_{t1}x_{tk} \\
 \sum x_{t2}x_{t1} & \sum x_{t2}^2 & \sum x_{t2}x_{t3} & \dots & \sum x_{t2}x_{tk} \\
 \sum x_{t3}x_{t1} & \sum x_{t3}x_{t2} & \sum x_{t3}^2 & \dots & \sum x_{t3}x_{tk} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \sum x_{tk}x_{t1} & \sum x_{tk}x_{t2} & \sum x_{tk}x_{t3} & \dots & \sum x_{tk}^2
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 b_1 \\
 b_2 \\
 b_3 \\
 \vdots \\
 b_k
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 \sum x_{t1}y_t \\
 \sum x_{t2}y_t \\
 \sum x_{t3}y_t \\
 \vdots \\
 \sum x_{tk}y_t
 \end{pmatrix}$$