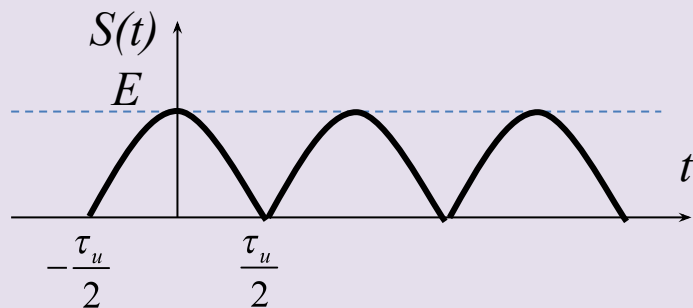


Связь между спектрами периодического и апериодического сигналов

Задач

а Найти спектр сигнала, представляющего собой периодическую последовательность косинусоидальных импульсов, по известной спектральной плотности одиночного косинусоидального импульса



$$S(\omega) = \frac{2\pi E}{\tau_u} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\omega\tau_u}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{\tau_u}\right)^2 - \omega^2}$$

1. Спектр периодического сигнала дискретный

$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\tau_u}$$

2. Т.к. форма импульса косинусоидальная, то огибающая амплитудного спектра

будет с точностью до масштабного коэффициента повторять спектральную

плотность одиночного косинусоидального импульса:

$$4 \cdot \frac{\Omega_1}{\pi} \cdot |S(\omega)| \cdot \frac{2}{\tau_u} \cdot |S(\omega)|$$

Для одиночного косинусоидального импульса:

| ω | 0 | π/τ_u | $2\pi/\tau_u$ | $3\pi/\tau_u$ | $4\pi/\tau_u$ | $5\pi/\tau_u$ | $6\pi/\tau_u$ | $7\pi/\tau_u$ | $8\pi/\tau_u$ |
|-------------|------------------------|---------------------|--|---------------|--|---------------|---|---------------|--|
| $S(\omega)$ | $\frac{2E\tau_u}{\pi}$ | $\frac{E\tau_u}{2}$ | $\frac{2E\tau_u}{\pi} \cdot \frac{1}{3}$ | 0 | $-\frac{2E\tau_u}{\pi} \cdot \frac{1}{15}$ | 0 | $\frac{2E\tau_u}{\pi} \cdot \frac{1}{35}$ | 0 | $-\frac{2E\tau_u}{\pi} \cdot \frac{1}{63}$ |

Амплитуды

гармоник:

$$A_1 = \frac{2}{\tau_u} \cdot |S(\Omega_1)| = \frac{2}{\tau_u} \cdot \frac{2E\tau_u}{3\pi} = \frac{4E}{\pi} \cdot \frac{1}{3}$$

$$A_2 = \frac{2}{\tau_u} \cdot |S(2\Omega_1)| = \frac{2}{\tau_u} \cdot \left| -\frac{2E\tau_u}{15\pi} \right| = \frac{4E}{\pi} \cdot \frac{1}{15}$$

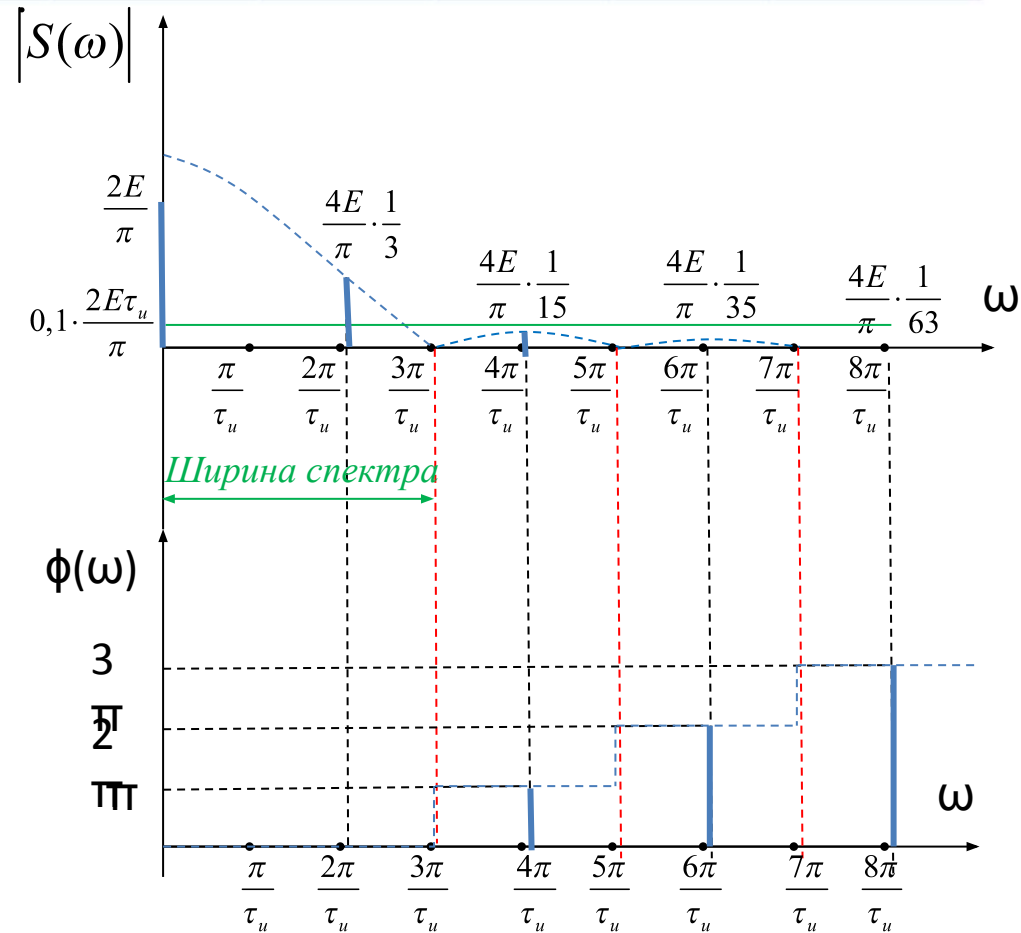
...

Постоянная

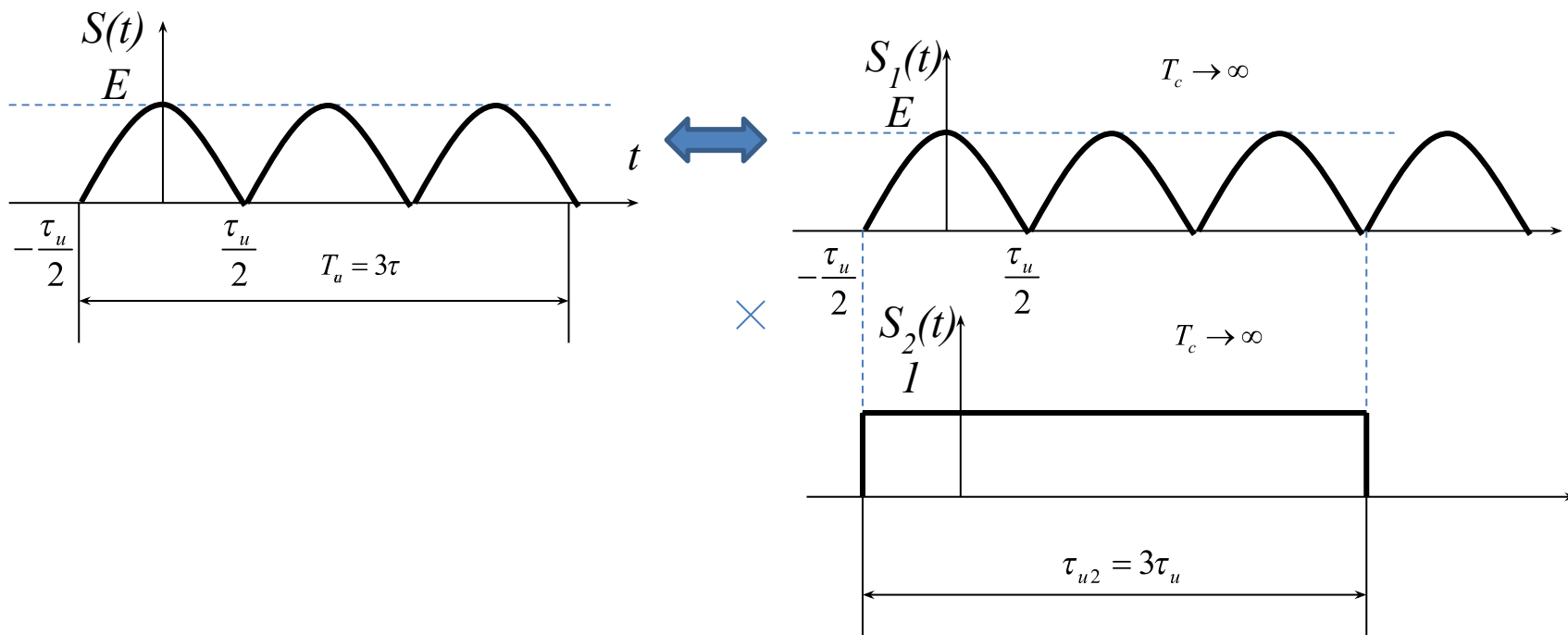
составляющая:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} S(t) dt = \frac{E}{\tau_u} \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos \omega_0 t dt =$$

$$\frac{E}{\tau_u} \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos \left(\frac{\pi}{\tau_u} t \right) dt = \frac{2E}{\pi}$$



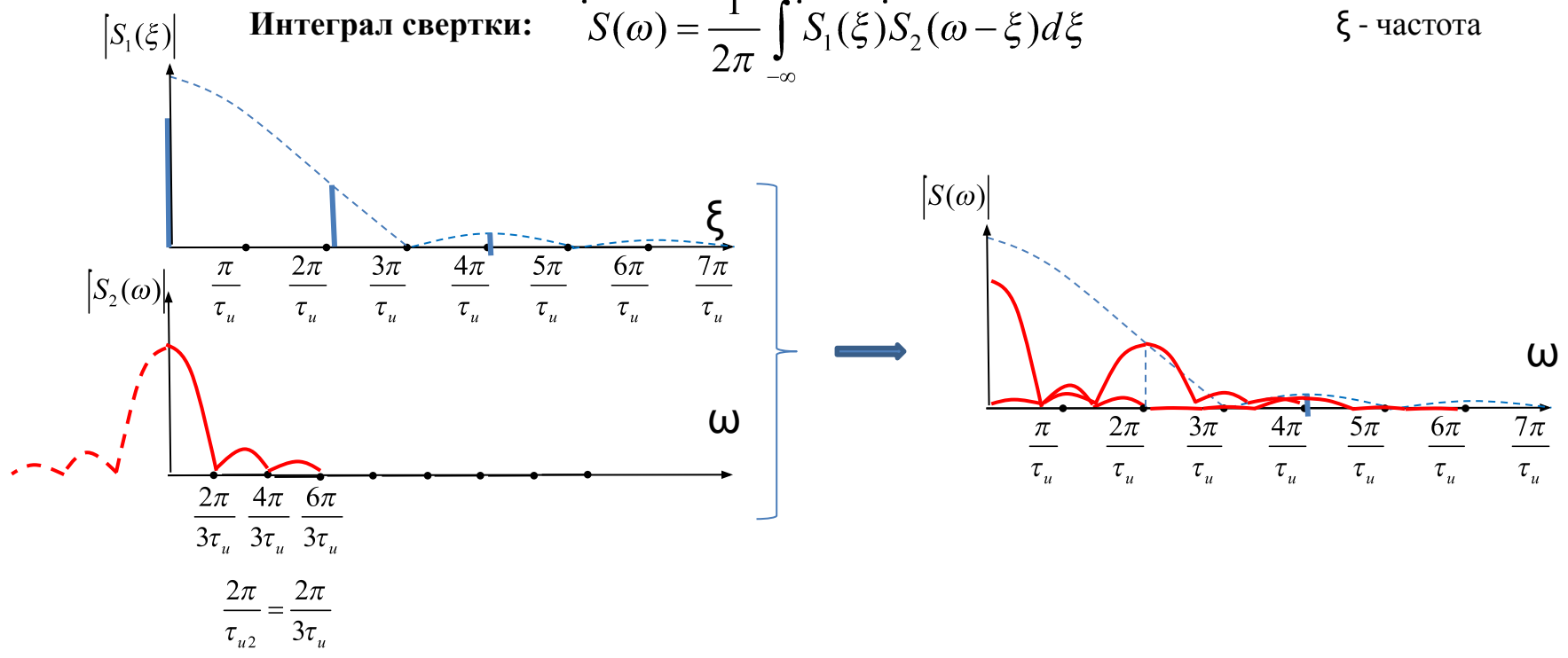
Спектры финитных сигналов



Интеграл свертки:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\xi) S_2(\omega - \xi) d\xi$$

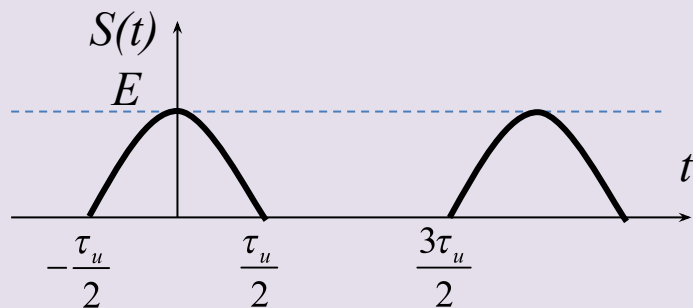
ξ - частота



Домашнее

задание

1. Найти спектр сигнала, представляющего собой периодическую последовательность косинусоидальных импульсов, по известной спектральной плотности одиночного косинусоидального импульса



$$S(\omega) = \frac{2\pi E}{\tau_u} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\omega\tau_u}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{\tau_u}\right)^2 - \omega^2}$$

2. Построить спектр этого же сигнала, но ограниченный по длительности четырьмя периодами повторения