# Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդ

Կ.ԴԵՄԻՐՃՅԱՆԻ ԱՆՎ. Հ.139 ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Ուսուցչուհի: Ս. Հակոբյան

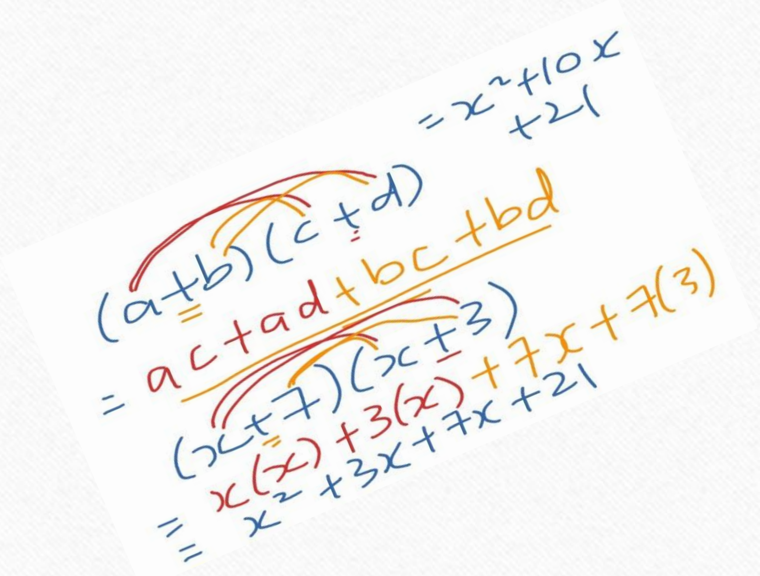
# Բովանդակություն

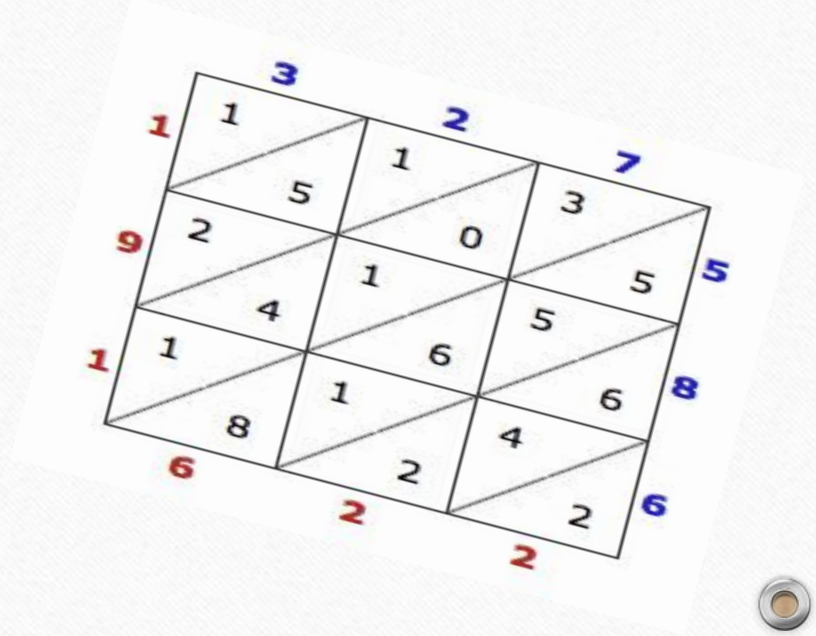
- 1.ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ
- 2.ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԸ.
- 3. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՆ ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ

# ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկական հետազոտություններ կատարելու համար

գոյություն ունեն տարբեր մեթոդներ:

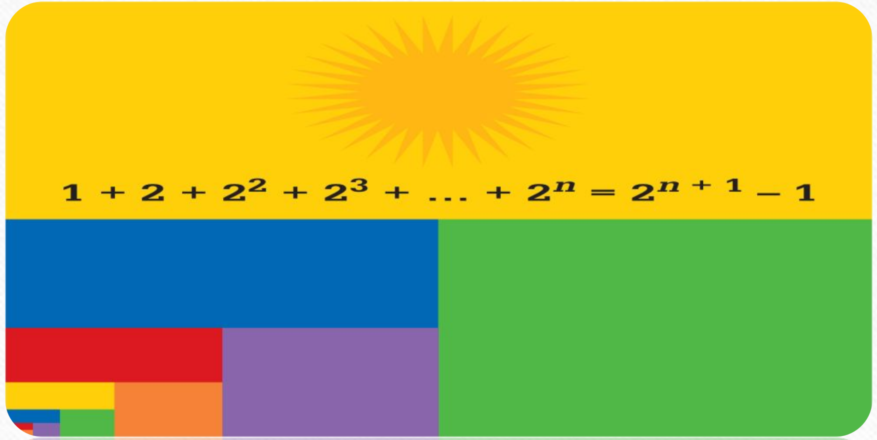


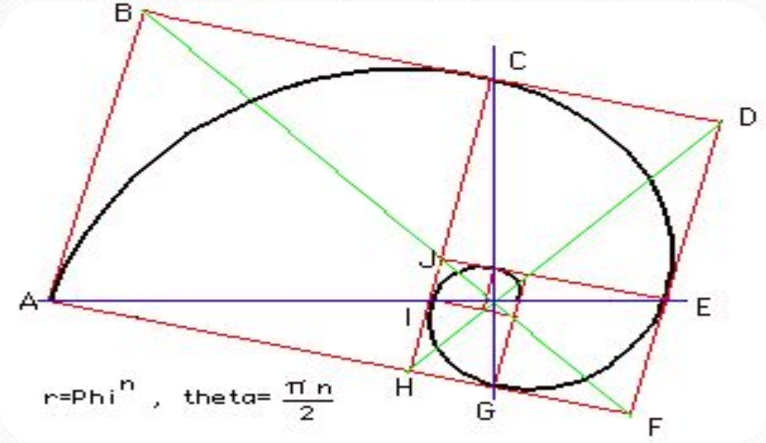



# Մաթեմատիկական հետազոտություններ կատարելու մեթոդներ

Ինդուկցիա

Դեդուկցիա



# Դեդուկցիան կամ դեդուկտիվ մտահանգում

Դեդուկցիան կամ դեդուկտիվ մտահանգումը՝ դատողությունների շղթա է, որի օղակները կապված են տրամաբանական կանոնով: Այդ շղթայի սկիզբը որևէ ճշմարիտ դրույթ է, որից տրամաբանական դատողություններով հանգումեն վերջնական դրույթին, ինչն անվանում են եզրակացություն:

# Ինդուկցիան

Ինդուկցիան մտածողության այնպիսի ձև է, որը մասնավոր դեպքերը հանգեցնում է ընդհանուր եզրակացության, և ընդհանուր դրույթը բխեցնում է մասնավորից:

# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԸ

Ըստ երևույթին մաթեմատիկական պնդումների վերաբերյալ տրամաբանական կառույցում ամենամեծ դժվարությունը հիմնականում ներկայացնում է մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդը:

Մաթեմատիկական ինդուկցիայի սկզբունքի խորությամբ ընկալումը և նրա ճիշտ կիրառումը տրամաբանական մրքի հասունության չափանիշ է,որը խիստ անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր մաթեմատիկոսին:

Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդը լայն կիրառություն

ունի մաթեմատիկայի տարբեր բաժիններում:

# Օրինակներ

Պահանջվում է ապացուցել, որ ցանկացած բնական զույգ n ($4<n<20$) թիվ կարելի է ներկայացնել երկու պարզ թվերի գումարի տեսքով:

Դրա համար վերցնում ենք բոլոր զույգ թվերը այդ միջակայքի և գրում դրանց համապատասխան

տրոհումները:

| | | |
|---|---|---|
| 4=2+2 | | 12=7+5 |
| 6=3+3 | 20=13+7 | 14=7+7 |
| 8=5+3 | | 16=11+5 |
| 10=7+3 | | 18=13+5 |

Այս ինը հավասարությունները ցույց են տալիս, որ մեզ հետաքրքրող ամեն մի թիվ ներկայացվում է երկու պարզ թվերի գումարի տեսքով:

Այսպիսով լրիվ ինդուկցիան կայանում է նրանում, որ ընդհանուր պնդումն ապացուցվում է նրանում առաջացող վերջավոր հնարավոր դեպքերից յուրաքանչյուրի համար:

Երբեմն հաջողվում է ընդհանուր արդյունքը կռահել ոչ թե բոլոր, այլ բավականաչափ մեծ թվով մասնավոր դեպքերի դիտարկման հիման վրա, այլ կերպ, եզրակացություն է արվում ոչ բոլոր դեպքերի քննարկումով:Այս մեթոդը անվանել են **ոչ լրիվ** կամ **թերի ինդուկցիա**:

# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻԱՅԻ ՍԿԶԲՈՒՆՔ

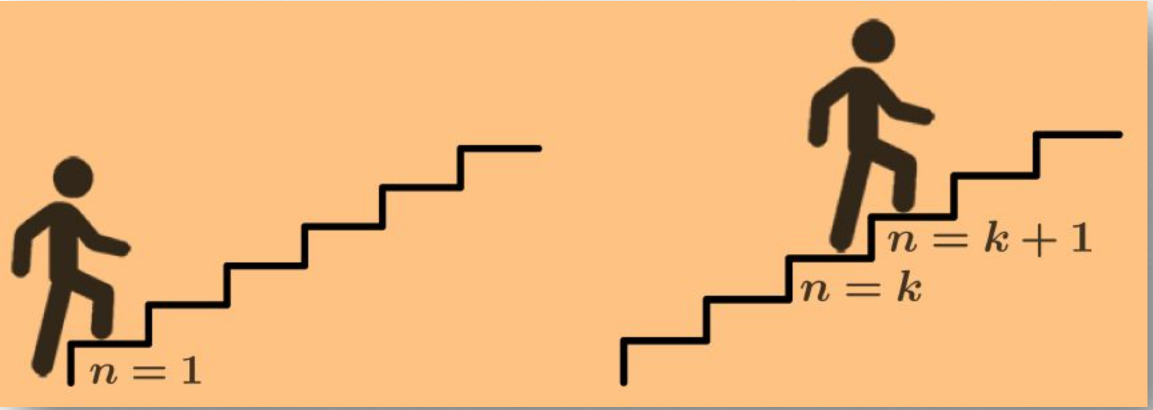
Փոփոխական բոլոր արժեքների համար A(n) պնդումը համարվում է ճիշտ, եթե տեղի ունի հետևյալ երկու պայմանները՝

1) n=1-ի դեպքում պնդումը ճշմարիտ է

2)Այն ենթադրությունից , թե A(n) պնդումը ճիշտ է n=k-ի դեպքում, որտեղ k –ն կամայական բնական թիվ է,

հետևում է, որ այն ճիշտ է նաև n=k+1- ի դեպքում:

Մաթեմատիկական ինդուկցիայիա մեթոդով ապացուցումը բաղկացած է երկու մասից:
Սկզբում ապացուցվելիք պնդումը ստուգվում է դեպքում: Ապացուցման այս մասը կոչվում է **ինդուկցիայի բազիս**:
Ապացուցման հաջորդ մասն անվանում են **ինդուկտիվ քայլ**: Այդ մասում ապացուցվում է պնդման ճշմարիտ լինելը դեպքում՝ այն ենթադրությամբ, որ պնդումը ճիշտ է դեպքում (ինդուկցիայի ենթադրություն):



# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՆ ՕՐԻՆԱԿ-ՆԵՐ:

- Օրինակ 1: Ապացուցենք, որ ցանկացած ռ –ի դեպքում $7^n$ -1 առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի Լուծում:

  1) ռ=1-ի դեպքում կունենանք $7^1$ -1 =6, որը առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի: Հետևաբար ռ=1-ի դեպքում պնդումը ճիշտ է:

2) Ենթադրենք, որ n=k-ի դեպքում, $7^k-1$ առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի դեպքում պնդումը ճիշտ է:
3) Ապացուցենք, որ պնդումը ճիշտ է n=k+1-ի դեպքում:

$$7^{(k+1)}-1=7(7^k-1)+6$$

Առաջին գումարելին առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի, քանի որ $7^k$ -1 առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի  ըստ ինդուկցիոն ենթադրության, իսկ երկրորդ գումարելին հանդիսանում է հենց 6-ը: Ուրեմն $7^n$-1 առանց մնացորդի բաժանվում է 6-ի ցանկացած բնական n-ի դեպքում:

Օրինակ 2: Ապացուցենք որ,

$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^n=(x^{(n+1)}-1)/(x-1)$

Լուծում:

1) $n=1$-ի դեպքում կունենանք

$$1+x=(x^2-1)/(x-1)=(x-1)(x+1)/(x-1)=x+1$$

ուստի, $n=1$-ի դեպքում բանաձևը ճիշտ է:

2) Ենթադրենք $n=k$-ի դեպքում բանաձևը ճիշտ է՝

$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k=(x^{(k+1)}-1)/(x-1)$

Ցույց տանք, որ տեղի կունենա հետևյալ հավասարությունը՝

$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k+x^{k+1}=(x^{k+2}-1)/(x-1).$

$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k+x^{k+1}=(1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k)+x^{k+1}=$

$(x^{k+1}-1)/(x-1)+x^{k+1}=(x^{k+2}-1)/(x-1).$

$A(k) > A(k+1)$

Ստացվեց, որ բանաձև ճիշտ է ցանկացած բնական –ի դեպքում:

Օրինակ 3: Ցույց տանք, որ n>2-ի դեպքում անհավասարությունը ճիշտ է՝ $1+(1/2^2)+(1/3^2)+\ldots+(1/n^2)<1,7-(1/n)$.

Լուծում:

1) n=3-ի դեպքում անհավասարությունը ճիշտ է

$1+(1/2^2)+(1/3^2)=245/180<246/180=1,7-(1/3)$.

2) Ենթադրենք n=k-ի դեպքում անհավասարությունը ճիշտ է՝

$1+(1/2^2)+(1/3^2)+\ldots+(1/k^2)<1,7-(1/k)$.

3) Ապացուցենք $n=k+1$-ի դեպքում

$1+(1/2^2)+\ldots+(1/k^2))+(1/(k+1)^2)<1,7(1/k)+(1/(k+1)^2)$.

Ցույց տանք,որ

$1,7(1/k)+(1/(k+1)^2)<1,7-(1/k+1)$

$(1/(k+1)^2)+(1/k+1)<1/k$

$(k+2)/(k+1)^2<1/k$

$k(k+2)<(k+1)^2$

$k^2+2k<k^2+2k+1$.

Վերջինս ակնհայտ է , և հետևաբար

$1+(1/2^2)+(1/3^2)+\ldots+(1/(k+1)^2)<1,7-(1/k+1)$.

# Եզրահանգում

Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդը հնարավորություն է տալիս լուծել այնպիսի խնդիրներ, որոնք ժամանակին իրենցից դժվարություն էին ներկայացնում: Դրանք հիմնականում տրամաբանական խնդիրներ էին, որոնք բարձրացնում են հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի նկատմամբ, որպես գիտություն: