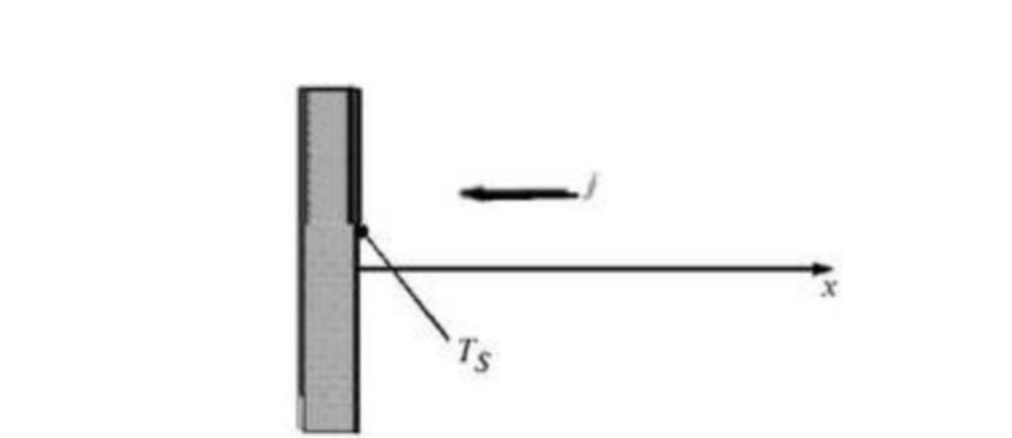
Вариант №2

На межфазную поверхность, поддерживаемую при постоянной температуре $T_i = 36\ K$, натекает поток газообразного азота, имеющий температуру $T_\infty = 200\ K$ со скоростью, соответствующей числу Маха $M_\infty = 0.51$, в режиме одномерной стационарной десублимации. Каково давление пара P_∞, если коэффициент конденсации $\beta = 0.9$? Зависимость давления насыщения азота $p_{нас}(T_i)$ от температуры межфазной поверхности T_i определяется следующим выражением:

$$p_{нас}(T_i) = 10^{\left(-\frac{385.0}{T_i}+10.3\right)},$$

в которое T_i подставляется в K, а результат получается в Па.



Дано

$T_s = 36K$ $\quad R = 296{,}8 \frac{Дж}{кг \cdot K}$

$T_\infty = 200K$

$M_\infty = 0{,}51$

$\beta = 0{,}9$

p_∞ - ?

Решение

$$\begin{cases} j_{конд} = 1{,}67 \dfrac{p_\infty - p_s}{\sqrt{2\pi R T_\infty}} \left\{1 + 0{,}51 \ln\left(\dfrac{p_\infty}{p_s}\sqrt{\dfrac{T_s}{T_\infty}}\right)\right\} \\ j_{конд} = \rho_\infty u_\infty \quad (*) \end{cases}$$

$$M_\infty = \frac{u_\infty}{a_\infty} = \frac{u_\infty}{\sqrt{\gamma R T_\infty}} = \underbrace{\frac{u_\infty}{\sqrt{\frac{7}{5} R T_\infty}}}_{\text{для } \cancel{\text{одноатомного}} \text{ двухатомного газа}}$$

$$u_\infty = M_\infty \sqrt{\frac{7}{5} R T_\infty} \quad (**)$$

Подставим $(**)$ в $(*)$ получим $j_{конд} = \rho_\infty M_\infty \sqrt{\frac{7}{5} R T_\infty}$

$$1{,}67 \frac{p_\infty - p_s}{\sqrt{2\pi R T_\infty}} \left\{1 + 0{,}51 \ln\left(\frac{p_\infty}{p_s}\sqrt{\frac{T_s}{T_\infty}}\right)\right\} = \rho_\infty M_\infty \sqrt{\frac{7}{5} R T_\infty}$$

$$1,67 \quad \frac{\dots}{\sqrt{2\pi RT_{\text{ж}}}} \{ \dots$$

Исходя из условий $p_s(T_s) = 10^{\left(\frac{385}{T_s}+10,3\right)}$ $\rightarrow$ $p_s = 0,4$ Па.

$$\frac{T_s}{T_{\text{ж}}} = 0,18, \quad \rho_{\text{ж}} = \frac{p_{\text{ж}}}{RT_{\text{ж}}}$$

$$1,67 \frac{p_{\text{ж}} - p_s}{\sqrt{2\pi RT_{\text{ж}}}} \left\{1+0,51 \ln\left(\frac{p_{\text{ж}}}{p_s}\sqrt{\frac{T_s}{T_{\text{ж}}}}\right)\right\} = \frac{p_{\text{ж}}}{RT_{\text{ж}}}\sqrt{\frac{7}{5}RT_{\text{ж}}}\cdot M_{\text{ж}} \quad (***)$$

Необходимо выразить $p_{\text{ж}}$

$$\cancel{\left(\frac{1,67\, p_{\text{ж}}}{\sqrt{2\pi}\sqrt{RT_{\text{ж}}}} - \frac{p_s \cdot 1,67}{\sqrt{2\pi RT_{\text{ж}}}}\right)\left\{1+0,51 \ln\left(\frac{p_{\text{ж}}}{p_s}\sqrt{\frac{T_s}{T_{\text{ж}}}}\right)\right\} = \frac{p_{\text{ж}}}{\sqrt{RT_{\text{ж}}}}\sqrt{\frac{7}{5}}}$$

$$\frac{1,67\,(p_{\text{ж}} - p_s)}{\sqrt{2\pi}\sqrt{RT_{\text{ж}}}} \left\{1+0,51 \ln\left(\frac{p_{\text{ж}}}{p_s}\sqrt{\frac{T_s}{T_{\text{ж}}}}\right)\right\} = \frac{p_{\text{ж}}}{\sqrt{RT_{\text{ж}}}}\sqrt{\frac{7}{5}}\cdot M_{\text{ж}}$$

$$(0,67\,p_{\text{ж}} - 0,268)\{1+0,51 \ln p_{\text{ж}}\} = p_{\text{ж}} \cdot 1,18 \cdot 0,51$$

Вывод: в результате полученного выражения, можно определить p∞ методом подбора

Подбором возьмем p∞ = 1.6 Па

$$p := 1.6 \quad Па$$

$$(0.67 \cdot p - 0.267) \cdot (1 + 0.51 \cdot \ln(1.006 \cdot p)) = 1 \qquad p \cdot 1.18 \cdot 0.51 = 0.963$$

Отличие в полученных значениях можно уменьшить, подобрав меньшее значение p∞

Возьмем p∞ = 1.522 Па

$$p := 1.522 \, Па$$

$$(0.67 \cdot p - 0.267) \cdot (1 + 0.51 \cdot \ln(1.006 \cdot p)) = 0.916$$

$$p \cdot 1.18 \cdot 0.51 = 0.916$$

Таким образом, методом подбора мы получили, что p∞ = 1.522 Па