Уфимский государственный авиационный технический университет

Математическое и программное обеспечение для исследования простых эвристик при решении задач линейного раскроя

Зозуленко А.С., ст.гр. ПРО-410

руководитель:
Валеева А.Ф.

Цель работы:

» Сравнение эффективности различных алгоритмов для решения разных классов задач линейного раскроя на основе вычислительного эксперимента.

» **Задачи:**

- выполнить аналитический обзор методов решения целочисленных задач линейного раскроя;
- реализовать в виде программного продукта алгоритмы линейного раскроя на базе метода простых эвристик;
- провести вычислительный эксперимент для исследования влияния исходных данных на результат решения задачи линейного раскроя;
- разработать рекомендации по выбору алгоритма в зависимости от исходных данных.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

A0

СТРУКТУРА РЕШЕНИЯ

A1

A2

A3

A21

A22

A23

A24

КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ РАСКРОЯ

ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО РАСКРОЯ В УСЛОВИЯХ ЕДИНИЧНОГО (МЕЛКОСЕРИЙНОГО) ПРОИЗВОДСТВА

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дано:

- **набор стержней длины L;**
- **комплект требуемых заготовок** $W = \{1, \dots, m\}$, где

  m – количество заготовок;

  l_i – длина i-й заготовки, $l_i \in (0,L)$, $i \in (1..m)$;

  b_i - необходимое количество каждой заготовки $i \in (1..m)$;

Найти:

Рациональный план раскроя, который включает в себя:

– $r_1, r_2, \dots, r_p$ – совокупность способов раскроев;

– $x_1, x_2, \dots, x_p$ – вектор интенсивностей способов раскроев, где x_j – количество единиц материала, раскраиваемого по способу r_j, $j \in [1, p]$.

Произвести раскрой заготовок, минимизируя отходы.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматриваемая задача раскроя сводится к следующей целочисленной модели линейного программирования:

При заданных целых параметрах заготовок $l_i, b_i, i = 1..m$ и стандартных длин материала L, требуется найти совокупность раскроев r_v и неотрицательных чисел x_v , $v = 1..p$, удовлетворяющих условиям :

$$\sum_{v=1}^{p} a_i(r_v)x_v = b_i, i \in [1, m]$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i(r_v)l_i \le L; v \in [1, p]$$

и минимизирующими функцию

$$M(x) = \sum_{v=1}^{p} Lx_v$$

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ

МЕТОД ПРОСТЫХ ЭВРИСТИК

Типы стратегий

Следующий подходящий

Первый предмет выкраивается из стержня №1.
Каждая последующая заготовка выкраивается из того же стержня, если позволяет его остаточная длина; в противном случае – из нового.

Сложность:
O(m) для онлайн версии (NF);
O($m * \log m$ **)** для офлайн версии (NFD).

Первый подходящий

На каждом шаге **текущая заготовка** выкраивается из частично раскроенного стержня с наименьшим порядковым номером, имеющего подходящую остаточную длину.
Если ни один из стержней не подходит, заготовка выкраивается из нового стержня.

Сложность:
O($m * \log m$**)** для онлайн и офлайн версий (FF и FFD).

Типы алгоритмов

Онлайн

1) Рассматривают заготовки в заданном порядке;

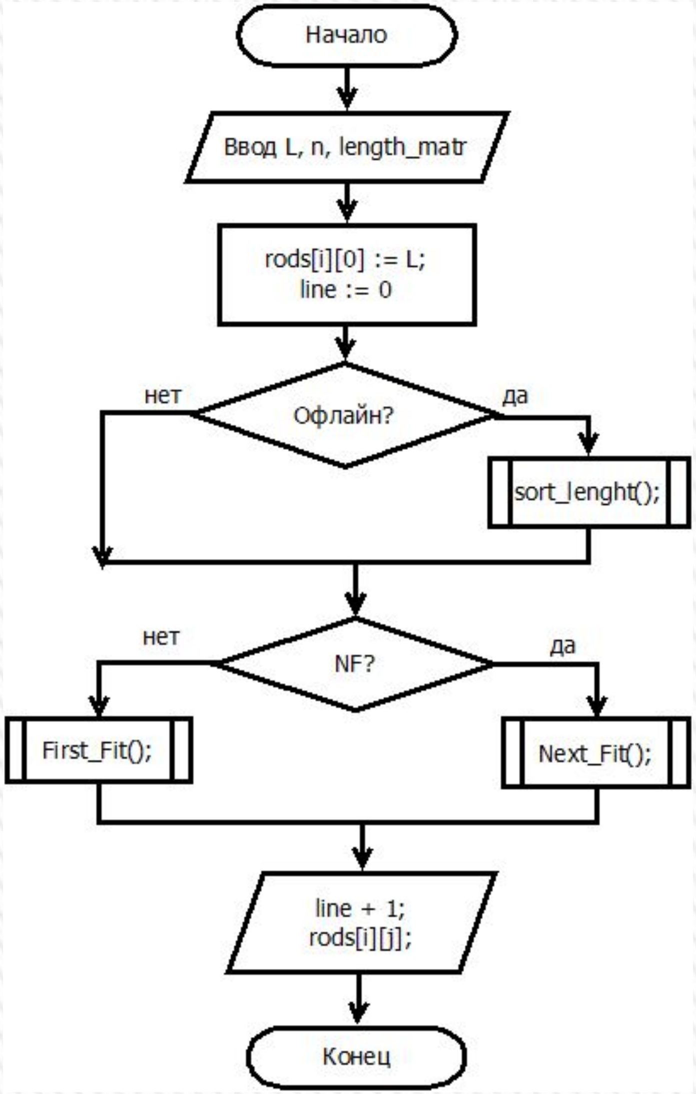
2) Раскраивают стержни с помощью некоторой стратегии

Офлайн

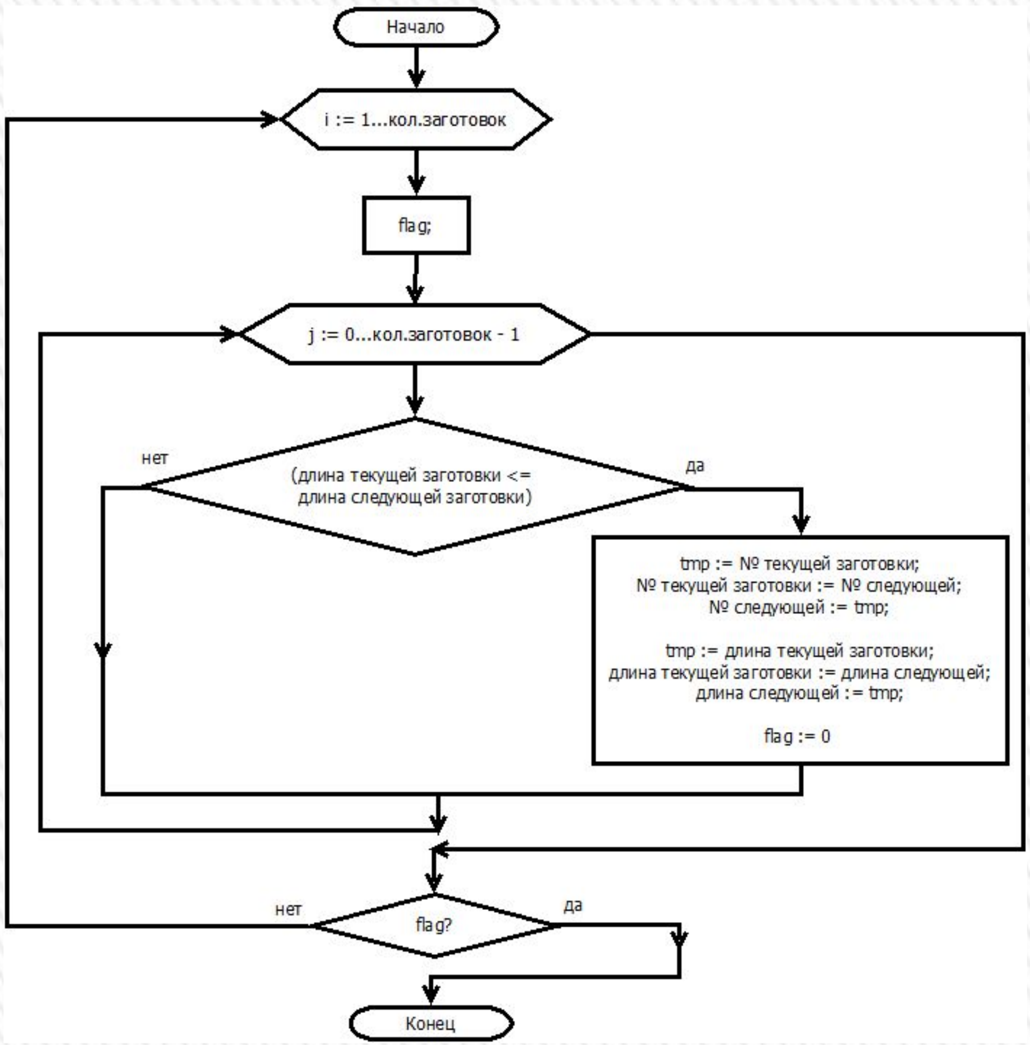
1) Упорядочивают заготовки (как правило, в порядке невозрастания их длин);

2) Раскраивают стержни с помощью некоторой стратегии

БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМОВ ЛИНЕЙНОГО РАСКРОЯ



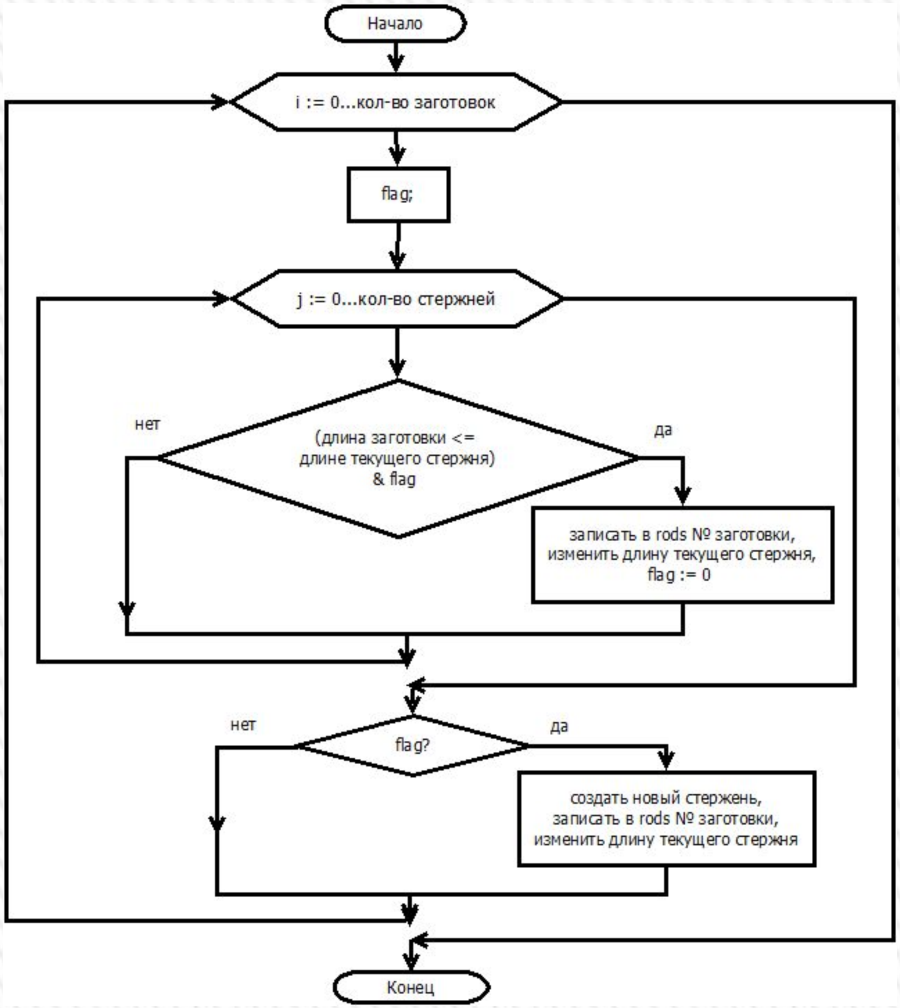
Сортировка по длине
sort_length()

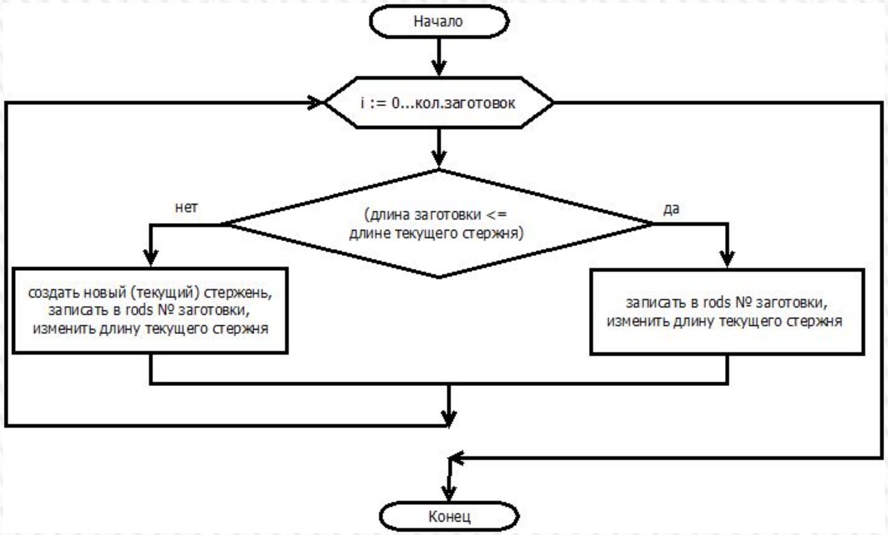


БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМОВ ЛИНЕЙНОГО РАСКРОЯ

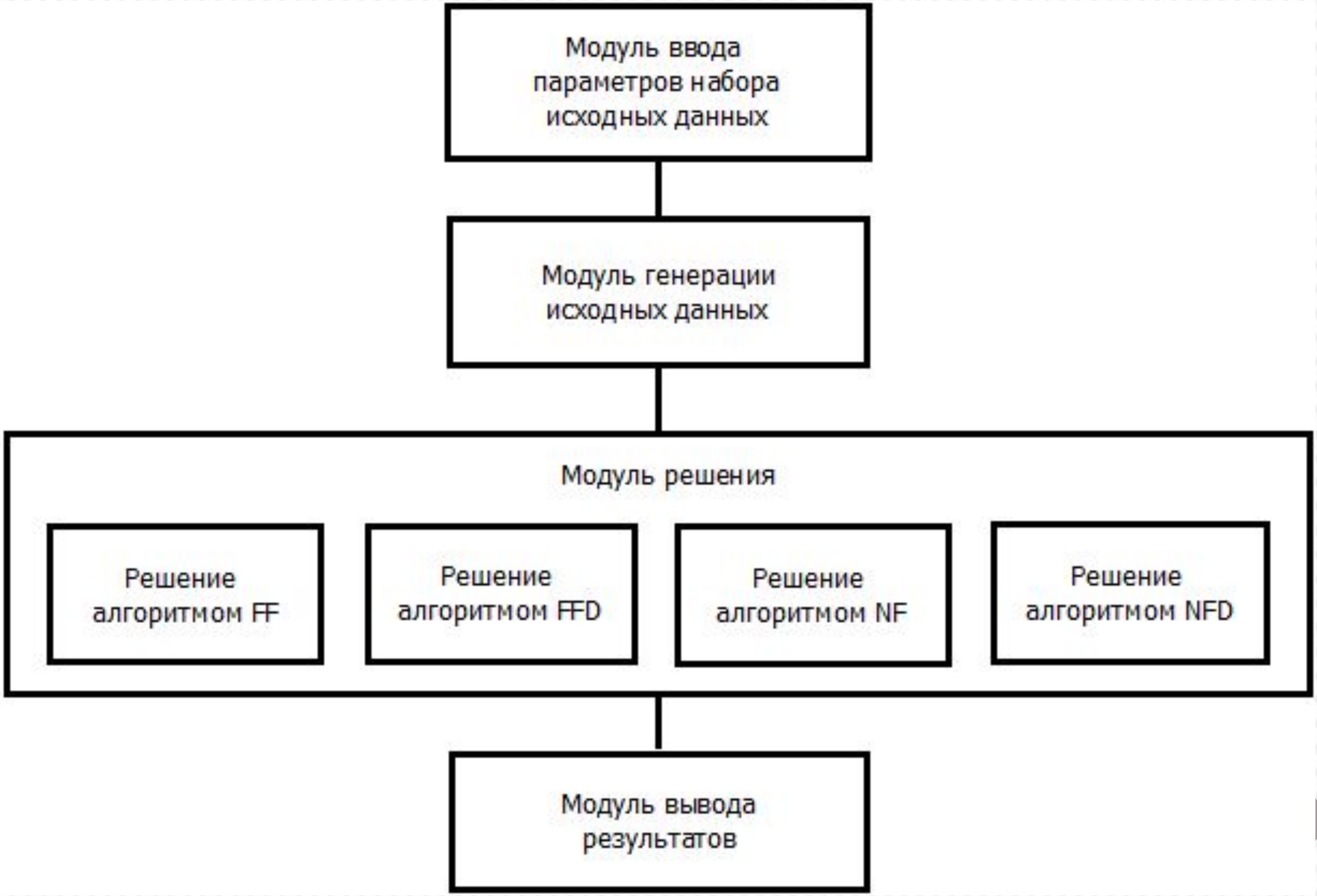
Первый подходящий (FF)
First_Fit()

Следующий подходящий (NF)
Next_Fit()

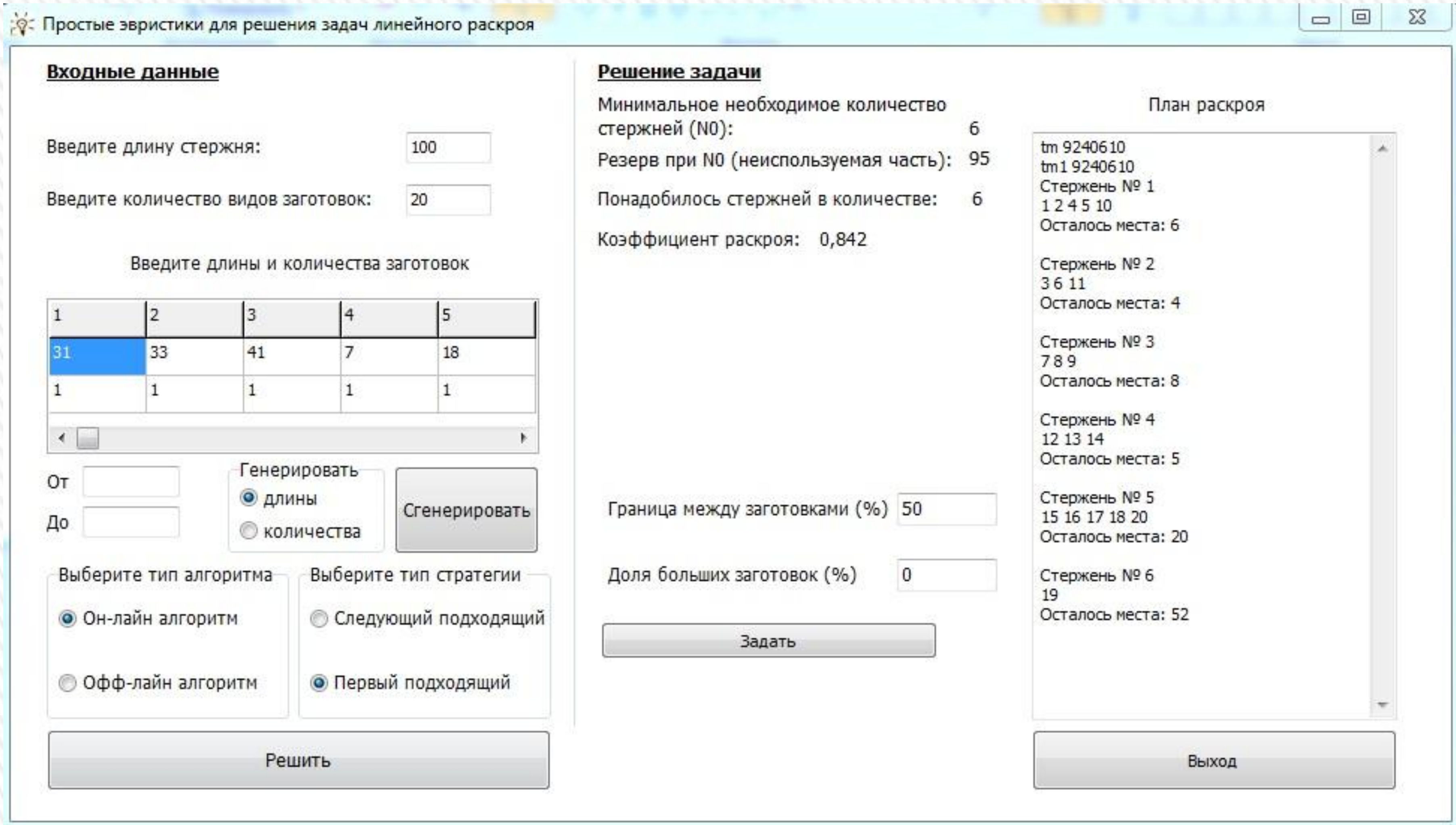




СТРУКТУРА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА



ИНТЕРФЕЙС ПРОГРАММЫ



МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

1) установить параметры исходных данных (границу между большими и маленькими заготовками, долю больших заготовок в общем количестве заготовок);
2) сгенерировать исходные данные с учетом заданных параметров;
3) найти решение задачи линейного раскроя для каждого из классов задач четырьмя алгоритмами;
4) для каждого решения выводятся рациональный план раскроя, минимальное количество материала и коэффициент раскроя; проанализировать выходные данные и определить рекомендуемый алгоритм для каждого из классов задач;
5) рассчитать качество и стабильность работы каждого алгоритма для разных типов исходных данных.
6) выдать рекомендации к использованию алгоритмов для решения задач разных классов.

»

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

» » $k_{раскроя}$ – процентное соотношение суммы длин заготовок, размещенных в данной области, к длине этой области.

» Предлагается рассмотреть $k_{раскроя}$ как случайную величину. И тогда возникает возможность применять методы аппарата математической статистики для исследования и анализа результатов работы вероятностного алгоритма.

» В качестве оценки точности решения берется оценка математического ожидания. Математическое ожидание характеризует «центр», вокруг которого расположены возможные значения наблюдаемой случайной величины.

» В качестве оценки стабильности решения берется среднеквадратическое отклонение, которое характеризует рассеивание значений, т.е. разброс от их среднего.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Исходные данные		
Обозн-е	Объект	Значение
L	длина стержня	100
m	количество заготовок	50
v	граница между большими и маленькими заготовками	0,5L
p	% больших заготовок	[0,100], шаг 10

- Разделение задач на классы проводилось по параметрам p и v. Длины (l_i) и количества заготовок каждого вида (b_i) генерируются с учетом параметров p и v.

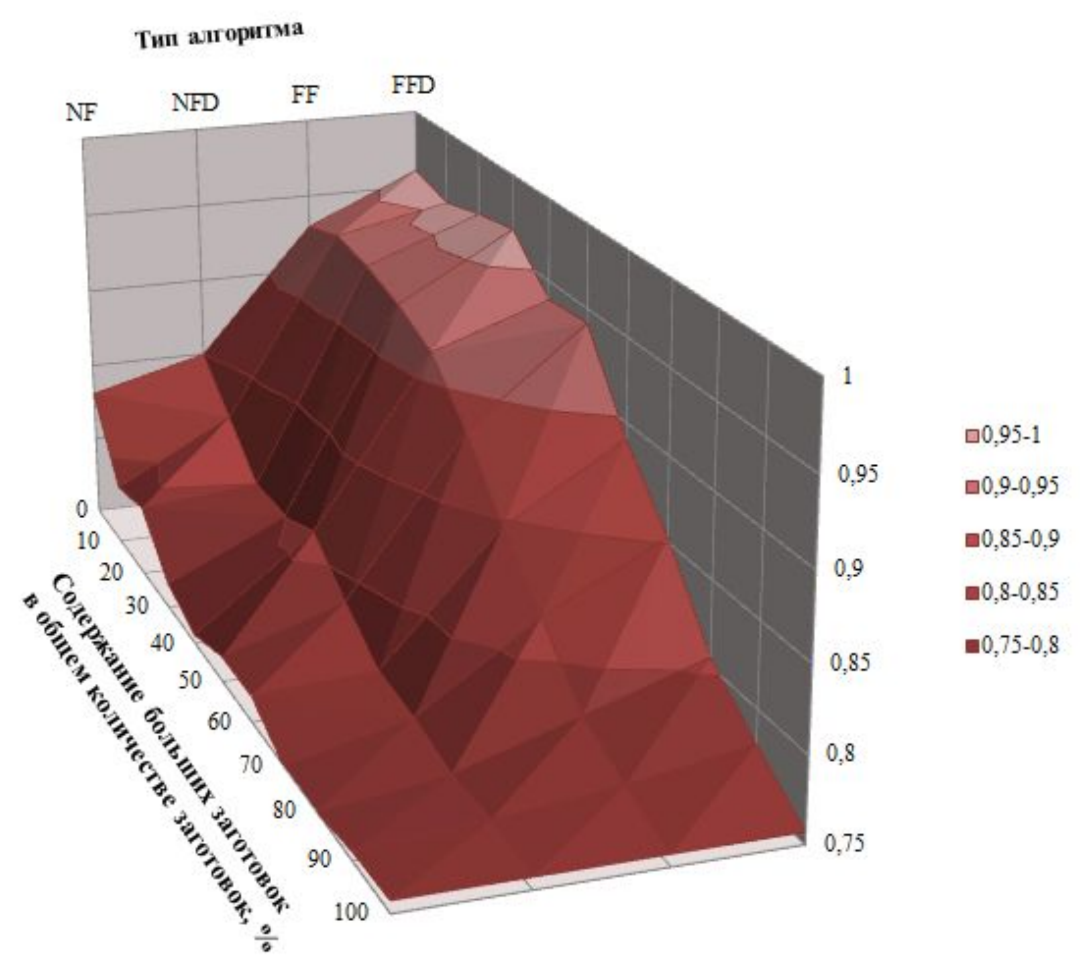
- Для каждого класса была произведена генерация 50 наборов исходных данных и посчитаны коэффициенты раскроя каждого из алгоритмов.

p	Характеристика	FFD	FF	NFD	NF
		v = 50			
100	Качество	0,7573	0,7573	0,7573	0,7573
	Стабильность	0,02	0,02	0,02	0,02
90	Качество	0,7802	0,7682	0,7608	0,7554
	Стабильность	0,014	0,014	0,014	0,017
80	Качество	0,8055	0,7821	0,7596	0,747
	Стабильность	0,026	0,022	0,017	0,017
70	Качество	0,8527	0,8158	0,7669	0,7463
	Стабильность	0,024	0,035	0,024	0,032
60	Качество	0,8905	0,847	0,7703	0,7659
	Стабильность	0,032	0,035	0,028	0,02
50	Качество	0,9413	0,8841	0,789	0,7655
	Стабильность	0,02	0,026	0,024	0,017
40	Качество	0,9386	0,9137	0,8107	0,7553
	Стабильность	0,014	0,017	0,017	0,028
30	Качество	0,9662	0,9263	0,7992	0,7653
	Стабильность	0,014	0,026	0,02	0,026
20	Качество	0,9608	0,9343	0,7999	0,7934
	Стабильность	0,017	0,017	0,03	0,028
10	Качество	0,9533	0,9384	0,8251	0,7863
	Стабильность	0,02	0,014	0,02	0,024
0	Качество	0,9607	0,9293	0,8496	0,8307
	Стабильность	0,024	0,02	0,026	0,037

КАЧЕСТВО РАБОТЫ АЛГОРИТМОВ

Лучшие значения качества работы алгоритмов для разного p

p, %	M	алгоритм
100	0,7573	FFD
90	0,7554	FFD
80	0,747	FFD
70	0,7463	FFD
60	0,7659	FFD
50	0,7655	FFD
40	0,7553	FFD
30	0,7653	FFD
20	0,7934	FFD
10	0,7863	FFD
0	0,8307	FFD



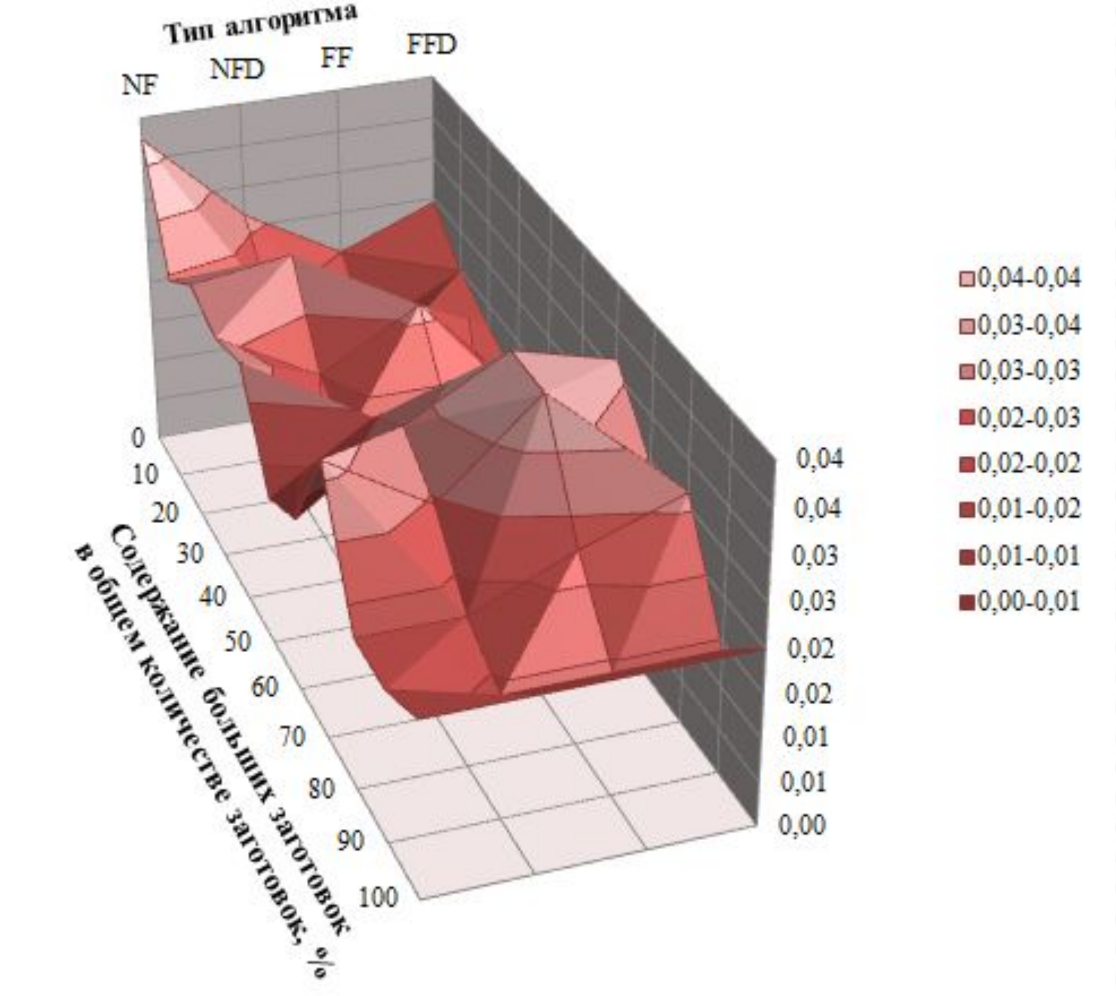
» Вывод:

- при v = 0,5L алгоритм FFD работает качественнее остальных и находит лучшие коэффициенты раскроя при любом проценте больших заготовок;
- при v = 0,5L алгоритм NF работает наименее качественно и находит худшие коэффициенты раскроя при любом проценте больших заготовок;
- с увеличением доли больших заготовок падает качество решения.

СТАБИЛЬНОСТЬ РАБОТЫ АЛГОРИТМОВ

Лучшие значения стабильности работы алгоритмов для разного р

р, %	М	алгоритм
100	0,02	все
90	0,014	FFD, FF, NFD
80	0,017	NFD, NF
70	0,024	FFD, FFD
60	0,020	NF
50	0,017	NF
40	0,014	FFD
30	0,014	FFD
20	0,017	FF, FFD
10	0,014	FF
0	0,02	FF



» Вывод:

- разброс оценки дисперсии минимален, это значит, что в целом все рассмотренные алгоритмы показывают высокую стабильность.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВКР

1. выполнен аналитический обзор методов решения целочисленных задач линейного раскроя и выбран для реализации метод простых эвристик;
2. рассмотрены и реализованы в виде программного продукта алгоритмы линейного раскроя на базе выбранного метода;
3. предложен способ разбиения множества заготовок на две группы: “большие” (длина которых больше половины длины стержня) и “маленькие” заготовки;
4. проведен вычислительный эксперимент, который показал влияние различных вариантов соотношения количества “больших” заготовок к общему числу заготовок на результат решения задачи: с повышением доли больших заготовок ухудшается качество решения;
5. разработаны рекомендации по выбору алгоритма для решения задач линейного раскроя: алгоритм FFD работает качественнее остальных и находит лучшие коэффициенты раскроя при любом проценте больших заготовок, при этом стабильность работы всех алгоритмов практически одинакова.

Спасибо за внимание!