Программирование на языке Паскаль

§ 54. Алгоритм и его свойства
§ 55. Простейшие программы
§ 56. Вычисления
§ 57. Ветвления
§ 58. Циклические алгоритмы
§ 59. Процедуры
§ 60. Функции
§ 61. Рекурсия

Программирование на языке Паскаль

§ 54. Алгоритм и его свойства

Что такое алгоритм?

Алгоритм — это точное описание порядка действий, которые должен выполнить исполнитель для решения задачи за конечное время.

Мухаммед ал-Хорезми
(ок. 783–ок. 850 гг.)

Исполнитель – это устройство или одушёвленное существо (человек), способное понять и выполнить команды, составляющие алгоритм.

Формальные исполнители: не понимают (и не могут понять) смысл команд.

Свойства алгоритма

Дискретность — алгоритм состоит из отдельных команд, каждая из которых выполняется за конечное время.

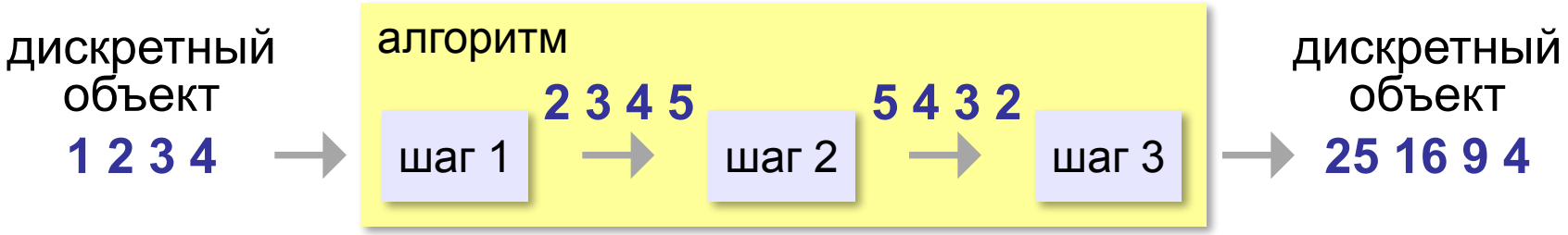
Детерминированность (определённость) — при каждом запуске алгоритма с одними и теми же исходными данными получается один и тот же результат.

Понятность — алгоритм содержит только команды, входящие в **систему команд исполнителя**.

Конечность (результативность) — для корректного набора данных алгоритм должен завершаться через конечное время.

Корректность — для допустимых исходных данных алгоритм должен приводить к правильному результату.

Как работает алгоритм?



- получает на вход дискретный объект
- в результате строит другой дискретный объект (или выдаёт сообщение об ошибке)
- обрабатывает объект по шагам
- на каждом шаге получается новый дискретный объект

Способы записи алгоритмов

- **естественный язык**

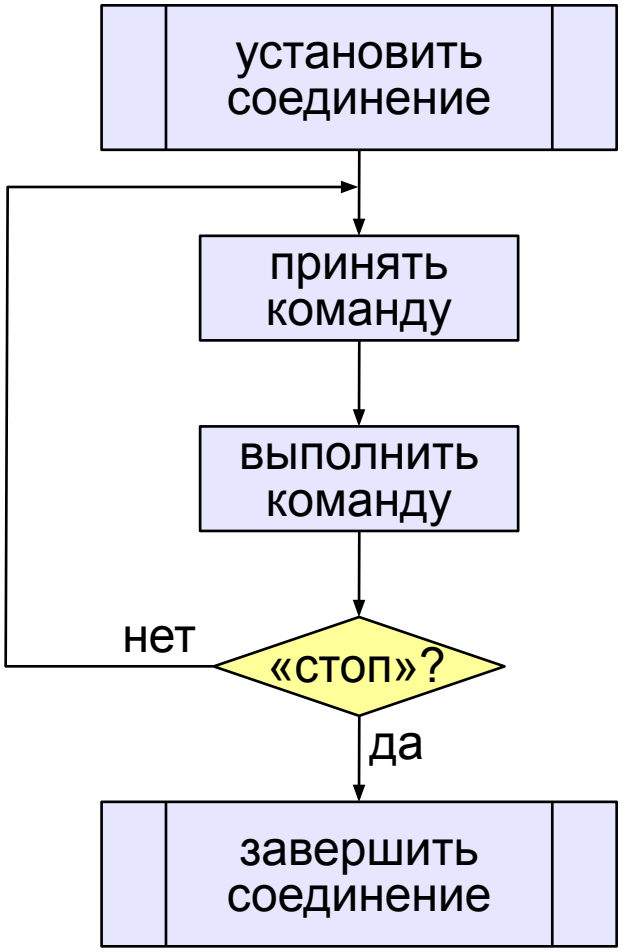
```
установить соединение
пока не принята команда «стоп»
   принять команду
   выполнить команду
завершить сеанс связи
```

- **псевдокод**

```
установить соединение
нц
   принять команду
   выполнить команду
кц_при команда = 'stop'
завершить сеанс связи
```

Способы записи алгоритмов

- **блок-схема**



- **программа**

```
setConnection;
repeat
   cmd:= getCommand;
   executeCommand(cmd);
until cmd = "stop";
closeConnection;
```

Программирование на языке Паскаль

§ 55. Простейшие программы

Простейшая программа

название алгоритма

```
program qq;
begin { начало программы }
      { тело программы }
end.  { конец программы }
```

комментарии в скобках {} не обрабатываются

? Что делает эта программа?

Вывод на экран

```
program qq;
begin
  write('2+');
  writeln('2=?'); { на новую строку}
  writeln('Ответ: 4');
end.
```

Протокол:

```
2+
Ответ: 4
```

Задания

«B»: Вывести на экран текст «лесенкой»

```
Вася
    пошел
        гулять
```

«C»: Вывести на экран рисунок из букв

```
  Ж
 ЖЖЖ
ЖЖЖЖЖ
ЖЖЖЖЖЖЖ
НН  НН
ZZZZZ
```

Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

```
Введите два целых числа
25 30
25+30=55
```

компьютер

пользователь

компьютер считает сам!

?

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

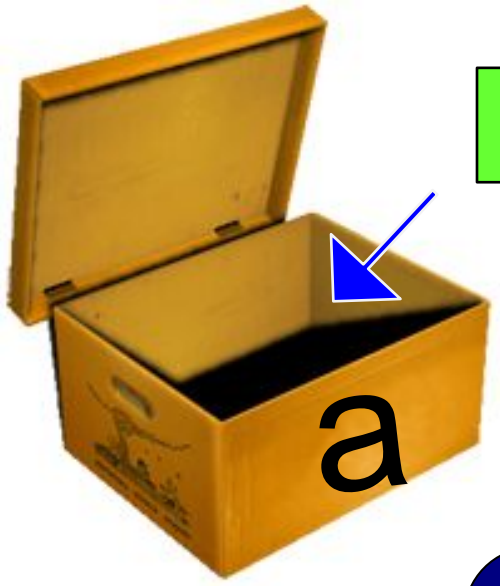
```
program qq;
begin
   { ввести два числа }
   { вычислить их сумму }
   { вывести сумму на экран }
end.
```

Псевдокод: алгоритм на русском языке с элементами Паскаля.

Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Имя

Значение

Другой тип данных

? Поместится?

! В переменной хранятся данные определенного типа!

Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z)

заглавные и строчные буквы **НЕ различаются**

- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

- ~~русские буквы~~
- ~~пробелы~~
- ~~скобки, знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

AXby R&B 4Wheel Вася “PesBarbos”
TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Объявление переменных

Типы переменных:

- `integer { целая }`
- `real { вещественная }`
- и другие…

выделение места в памяти

Объявление переменных:

variable – переменная

тип – целые

```
var a, b, c: integer;
```

список имен переменных

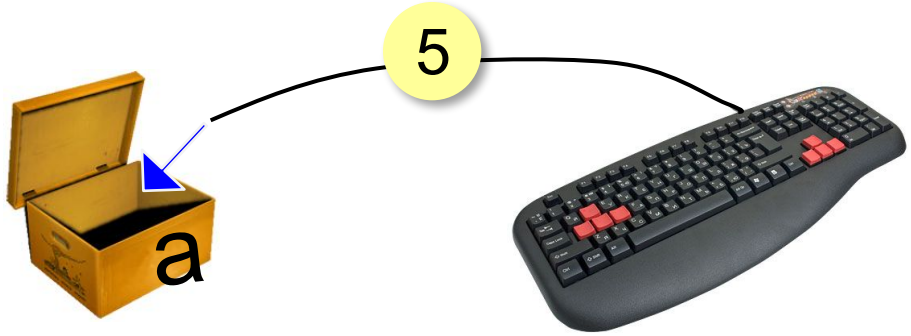
Тип переменной

- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных
- для предотвращения случайных ошибок

Ввод значения в переменную

оператор ввода

```
read ( a );
```



1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
2. Введенное значение записывается в переменную **a**.

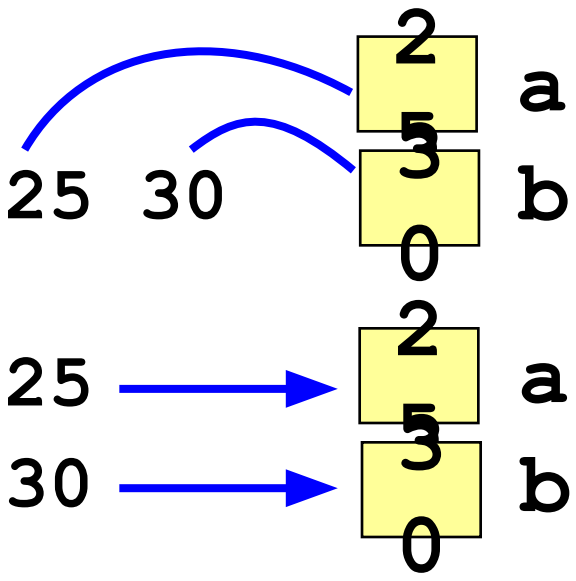
Ввод значений переменной

```
read ( a, b );
```

Ввод значений двух переменных (через пробел или *Enter*).

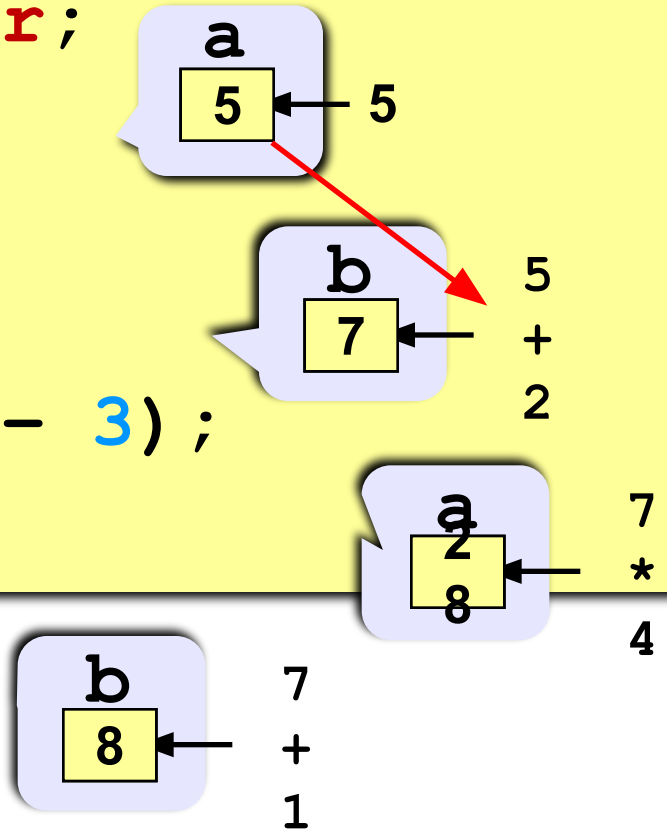
через пробел:

через *Enter*:



Изменение значений переменной

```
var a, b: integer;
...
a := 5;
b := a + 2;
a := (a + 2)*(b - 3);
b := b + 1;
```



Вывод данных

```
write( a );
```
{ вывод значения переменной a}

```
writeln( a );
```
{ вывод значения переменной a и переход на новую строку}

```
writeln( 'Привет!' );
```
{ вывод текста }

```
writeln( 'Ответ: ', c );
```
{вывод текста и значения переменной c}

```
writeln ( a, '+', b, '=', c );
```

Сложение чисел: простое решение

```
program Sum;
var a, b, c: integer;
begin
   read ( a, b );
   c := a + b;
   writeln ( c );
end.
```

Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

```
program Sum;
var a, b, c: integer;
begin
   writeln('Введите два целых числа');
   read ( a, b );
   c := a + b;
   writeln ( a, '+', b, '=', c );
end.
```

Протокол:

компьютер

```
Введите два целых числа
25 30
25+30=55
```

пользователь

Снова про оператор вывода

Вычисление выражений:

```
writeln ( a, '+', b, '=', a+b );
```

Форматный вывод:

```
a:= 123;
write( a:5 );
```

␣␣123

5 знаков

Программирование на языке Паскаль

§ 56. Вычисления

Типы данных

- byte { целые 0..255 }
- shortint { целые -128..128 }
- word { целые 0..65535 }
- longint { целые -2147483648..2147483647 }
- single { вещественная, 4 байта }
- real { вещественная, 6 байта }
- double { вещественная, 8 байтов }
- extended { вещественная, 10 байтов }
- boolean { логическая, 1 байт }
- char { символ, 1 байт }
- string { символьная строка }

Сколько байт в памяти?

Арифметические выражения

```
          3   1 2   4       5    6
a:= (c + b*5*3 - 1) / 2 * d;
```

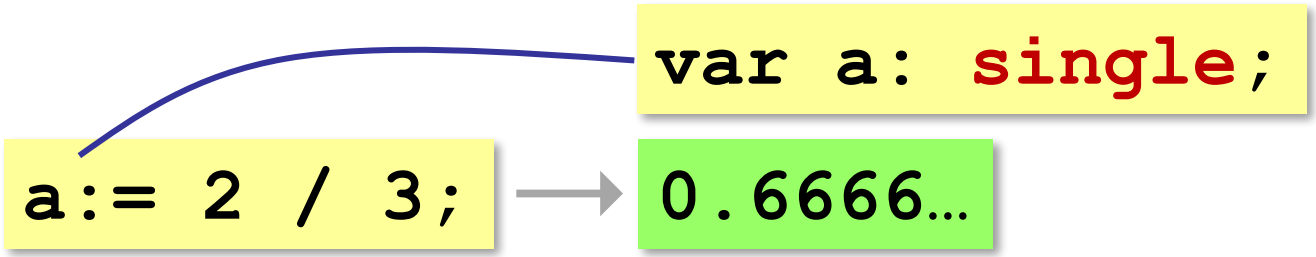
Приоритет (*старшинство*):

1)скобки
2)умножение и деление
3)сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b \cdot 5 \cdot 3 - 1}{2} \cdot d$$

Деление, div, mod

Результат деления «/» – вещественное число:



div – деление нацело (остаток отбрасывается)

mod – остаток от деления

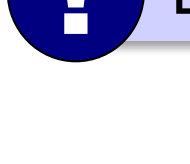
```
var a, b, d: integer;
...
d := 85;
b := d div 10;
a := d mod 10;
```

div и mod для отрицательных чисел

```
write(-7 div 2, ',');
write(-7 mod 2);
```

-3
-1

-7 = (-3)*2 + (-1)



В математике не так!

-7 = (-4)*2 + 1

остаток ≥ 0

Вещественные числа

Целая и дробная части числа разделяются **точкой**!

```
var x: double;
...
x:= 123.456;
```

Форматный вывод:

```
a:= 1;
write( a/3 );
write( a/3:7:3 );
```

3,333333 · 10^{-1} = 0,3333333

```
3.333333E-001
␣␣0.333
```

всего знаков

в дробной части

Стандартные функции

`abs(x)` – модуль
`sqrt(x)` – квадратный корень
`sin(x)` – синус угла, заданного **в радианах**
`cos(x)` – косинус угла, заданного **в радианах**
`exp(x)` – экспонента e^x
`ln(x)` – натуральный логарифм
`trunc(x)` – отсечение дробной части
`round(x)` – округление до ближайшего целого

Случайные числа

Случайно…

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?

Случайные числа на компьютере

Электронный генератор

- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно: 564321

в квадрате: 318458191041

209938992481

- малый период (последовательность повторяется через 10^6 чисел)

Линейный конгруэнтный генератор

```
X := (a*X+b) mod c | интервал от 0 до c-1
```

```
X := (X+3) mod 10 | интервал от 0 до 9
```

X := 0 → 3 → 6 → 9 → 2 → 5 → 8

8 → 1 → 4 → 7 → 0

зерно

зацикливание

Важен правильный выбор параметров a, b и c!

Компилятор GCC:

a = 1103515245

b = 12345

c = 2^{31}

Генератор случайных чисел

Вещественные числа в интервале [0,1):

```
var X, Y: double;
...
X:= random; { интервал от 0 до 1 (<1) }
Y:= random; { это уже другое число! }
```

англ. *random – случайный*

Целые числа в интервале [0,10):

```
var K, L: integer;
...
K:= random( 10 ) { интервал от 0 до 9 (<10) }
L:= random( 10 ) { это уже другое число! }
```

Другой интервал

Вещественные числа:

```
var X, a, b: double;
...
X:=random*10; { расширение интервала: [0,10) }
X:=random*10 + 5;
                { расширение и сдвиг: [5,15) }
X:=random*(b-a) + a;
                { расширение и сдвиг: [a,b) }
```

Целые числа:

```
var K, a, b: integer;
...
K:=random(10) + 5;      { [5,14] }
X:=random(b-a+1) + a; { [a,b]  }
```

Задачи

«A»: Ввести с клавиатуры три целых числа, найти их сумму, произведение и среднее арифметическое.

Пример:

```
Введите три целых числа:
5 7 8
5+7+8=20
5*7*8=280
(5+7+8)/3=6.667
```

«B»: Ввести с клавиатуры координаты двух точек (A и B) на плоскости (вещественные числа). Вычислить длину отрезка AB.

Пример:

```
Введите координаты точки A:
5.5 3.5
Введите координаты точки B:
1.5 2
Длина отрезка AB = 4.272
```

Задачи

«С»: Получить случайное трехзначное число и вывести через запятую его отдельные цифры.

Пример:

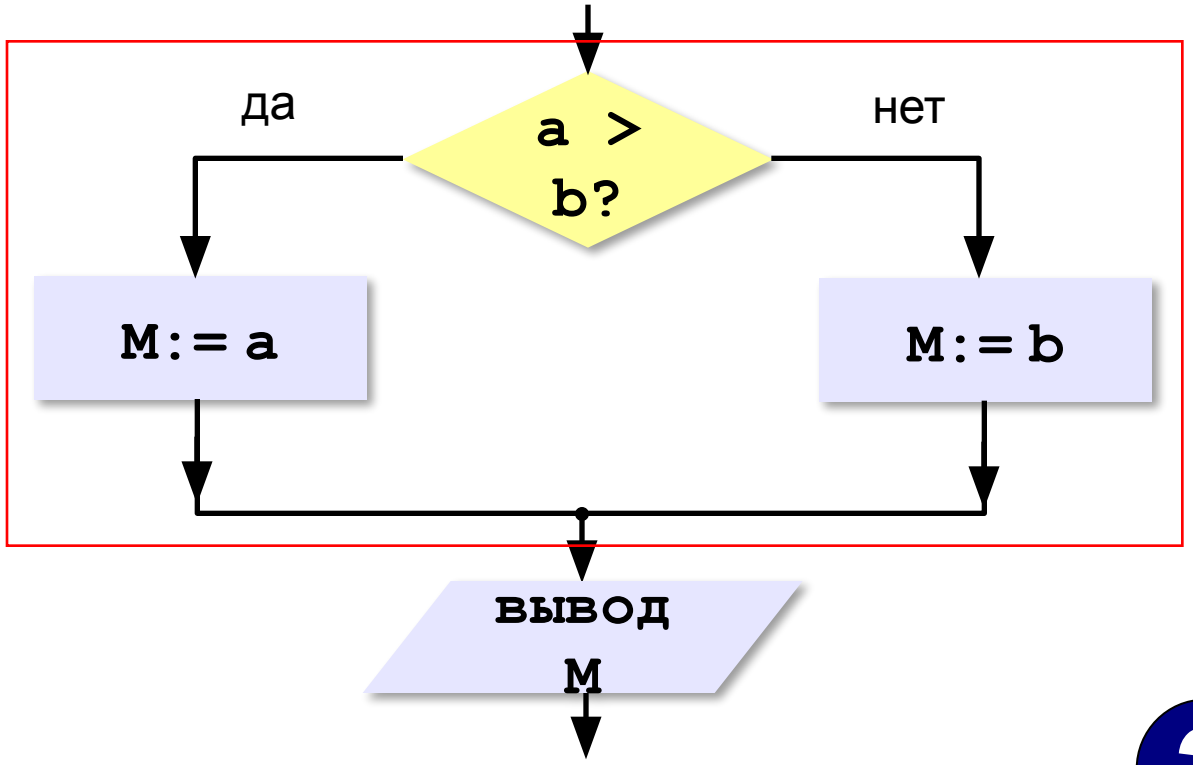
```
Получено число 123.
Его цифры 1, 2, 3.
```

Программирование на языке Паскаль

§ 57. Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.

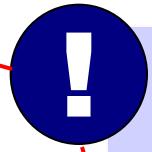


полная форма ветвления

? Если a = b?

Условный оператор: полная форма

```
if a > b then
  M:= a
else
  M:= b;
```

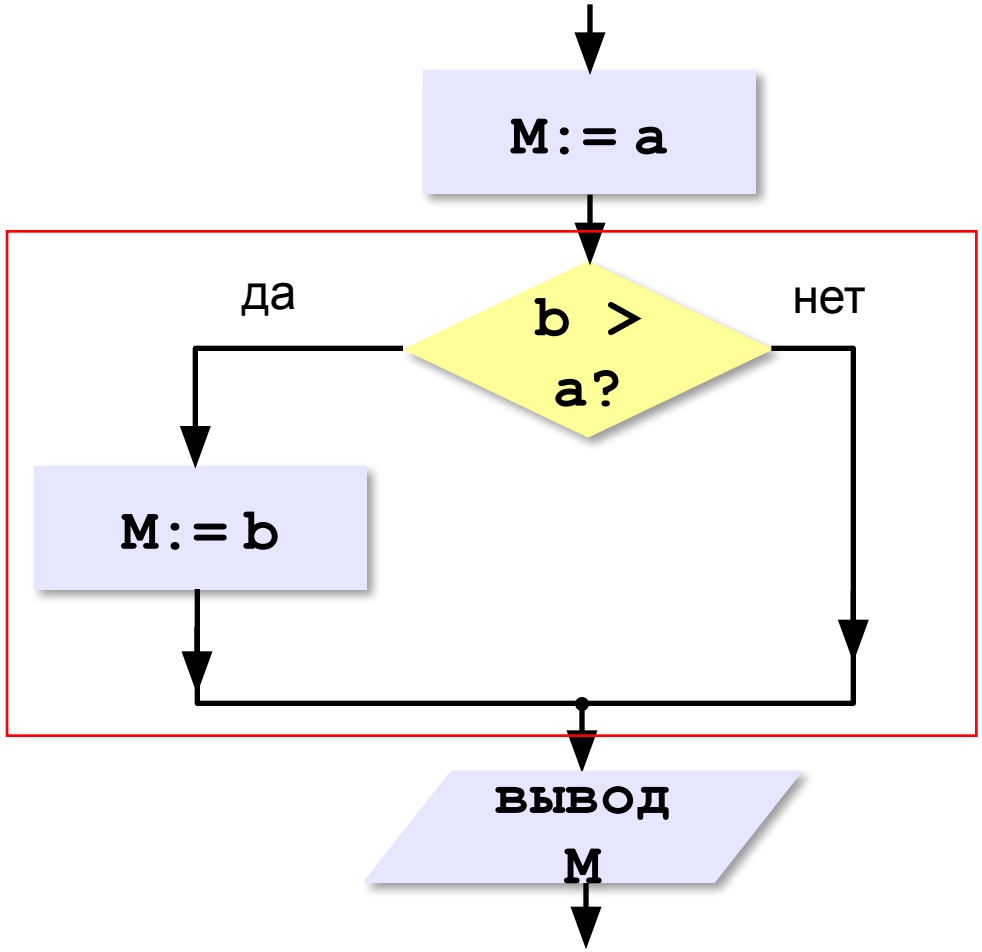


Перед **else** знак «;» **НЕ** ставится!

```
if a > b then begin
  M:= a;
end
else begin
  M:= b;
end;
```

операторные скобки

Условный оператор: неполная форма



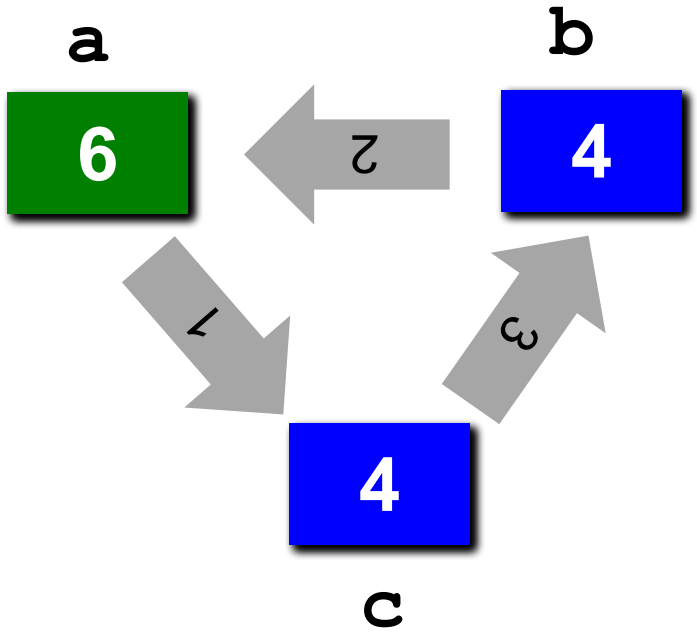

```
M:= a;
if b > a then
  M:= b;
```

неполная форма ветвления

Условный оператор

```
if a < b then begin
   c:= a;
   a:= b;
   b:= c
end;
```

? Что делает?



? Можно ли обойтись без переменной **c**?

Знаки отношений

> <	больше, меньше
>=	больше или равно
<=	меньше или равно
=	равно
<>	не равно

Вложенный условный оператор

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?

Сколько вариантов?

```
if a > b then
   writeln('Андрей старше')
else
   if a = b then
     writeln('Одного возраста')
   else
     writeln('Борис старше');
```

вложенный условный оператор

Зачем нужен?

Выделение структуры отступами

```
if a > b then write('A') else if a = b then
write('=') else write('Б');
```

```
if a > b then
  write('A')
else
  if a = b then
      write('=')
  else write('Б');
```

Задачи

«A»: Ввести три целых числа, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите три целых числа:
1 5 4
Максимальное число 5
```

«B»: Ввести пять целых чисел, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите пять целых чисел:
1 5 4 3 2
Максимальное число 5
```

Задачи

«С»: Ввести последовательно возраст Антона, Бориса и Виктора. Определить, кто из них старше.

Пример:

```
Возраст Антона: 15
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Борис старше всех.
```

Пример:

```
Возраст Антона: 17
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Антон и Борис старше Виктора.
```

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет** (включительно).

сложное условие

```
if (v >= 25) and (v <= 40) then
  writeln('подходит')
else
  writeln('не подходит');
```

and

or

xor

not

исключающее «ИЛИ»

Приоритет :

1) **not**
2) **and**
3) **or**, **xor**
4) отношения (**<**, **>**, **<=**, **>=**, **=**, **<>**)

? Почему скобки обязательны?

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает три числа и выводит количество одинаковых чисел в этой цепочке.

Пример:

```
Введите три числа:
5 5 5
Все числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 5
Два числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 8
Нет одинаковых чисел.
```

Задачи

«B»: Напишите программу, которая получает номер месяца и выводит соответствующее ему время года или сообщение об ошибке.

Пример:

```
Введите номер месяца:
5
Весна.
```

Пример:

```
Введите номер месяца:
15
Неверный номер месяца.
```

Задачи

«С»: Напишите программу, которая получает возраст человека (целое число, не превышающее 120) и выводит этот возраст со словом «год», «года» или «лет». Например, «21 год», «22 года», «25 лет».

Пример:

```
Введите возраст: 18
Вам 18 лет.
```

Пример:

```
Введите возраст: 21
Вам 21 год.
```

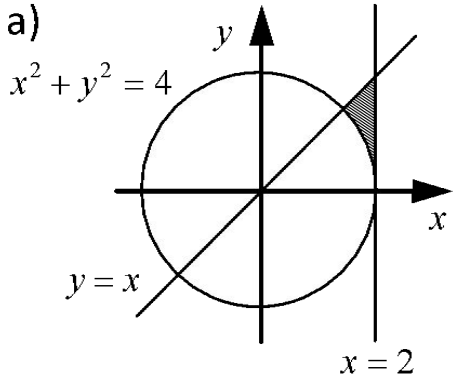
Пример:

```
Введите возраст: 22
Вам 22 года.
```

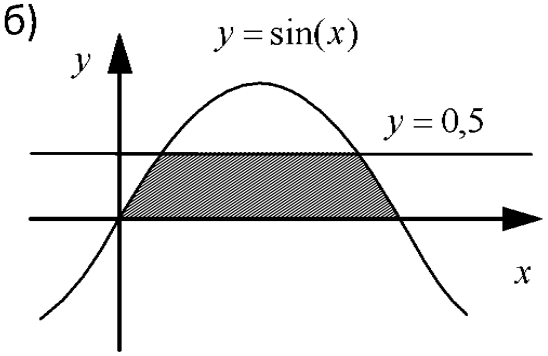
Задачи

«A»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

а)

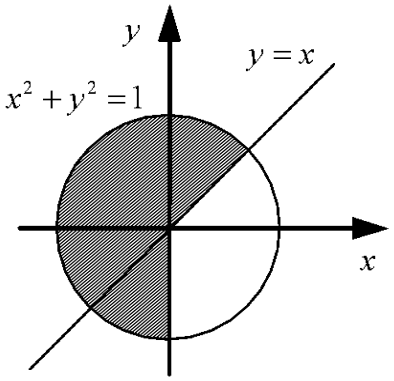


б)

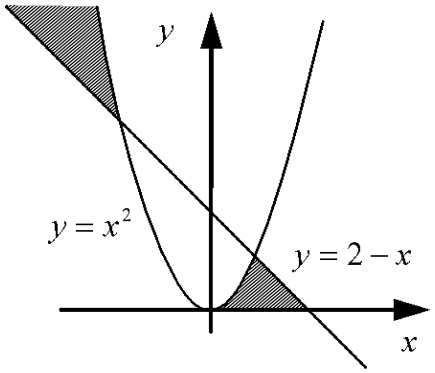


«B»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

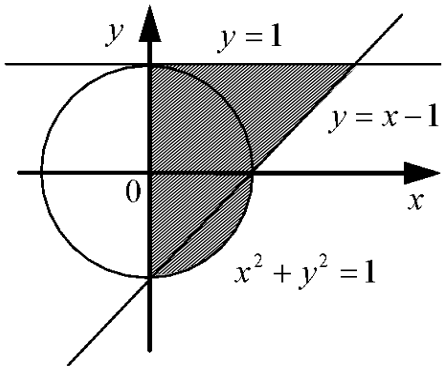
а)



б)

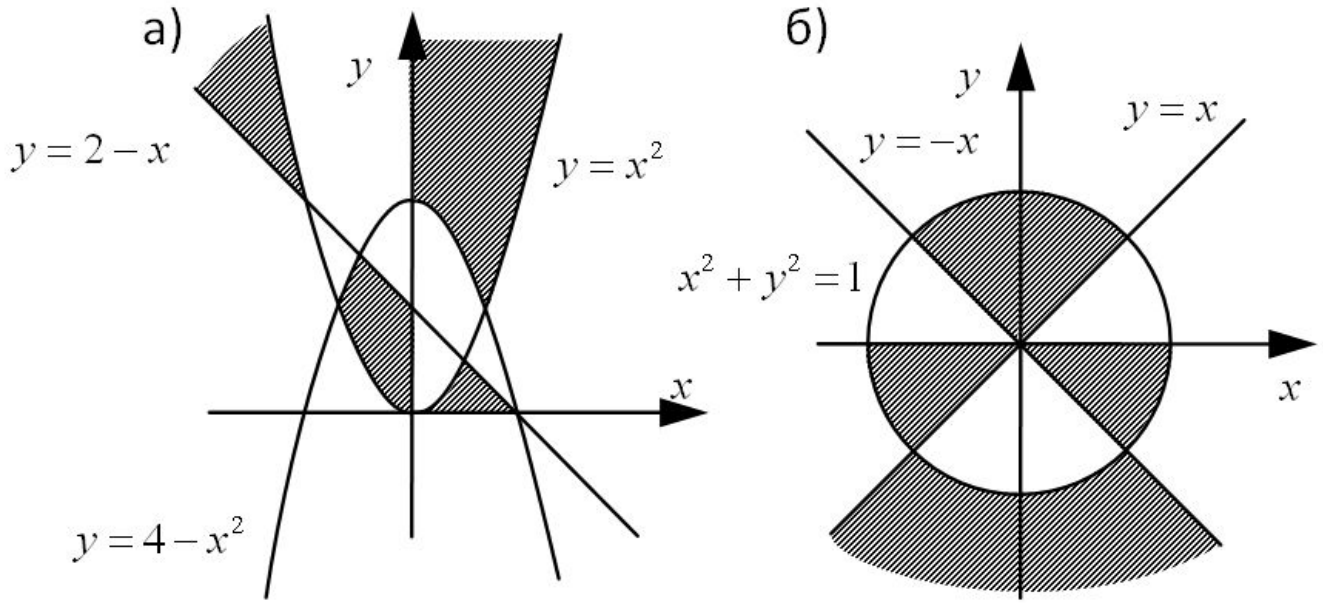


в)



Задачи

«С»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Множественный выбор

```
if m = 1 then
  write('январь');
if m = 2 then
  write('февраль');
...
if m = 12 then
  write('декабрь');
```

```
case m of
 1:  write('январь');
 2:  write('февраль');
 ...
 12: write('декабрь')
else write('ошибка')
end;
```

Использование списков и диапазонов

Число дней в месяце:

```
case m of
 2: d:= 28;  { невисокосный год }
 1,3,5,7,8,10,12: d:= 31
 else d:= 30
end;
```

Социальный статус:

```
case v of
 0..6:  write('дошкольник');
 7..17: write('школьник')
 else   write('взрослый')
end;
```

Множественный выбор

```
var c: char;
...
case c of
  'а': begin
         writeln('антилопа');
         writeln('Анапа');
       end;
  ...
  'я': begin
         writeln('ягуар');
         writeln('Якутск');
       end
else writeln('ошибка')
end;
```

несколько операторов в блоке

Программирование на языке Паскаль

§ 58. Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».

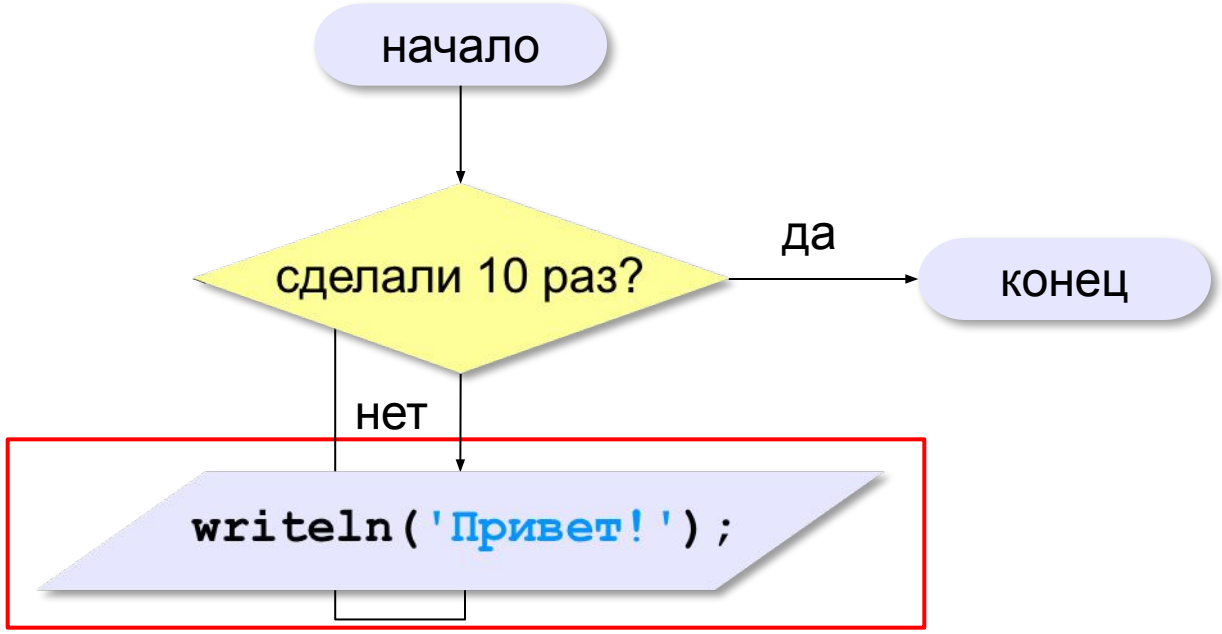
Можно ли решить известными методами?

Повторения в программе

```
writeln ('Привет');
writeln ('Привет');
writeln ('Привет');
...
writeln ('Привет');
```

Что плохо?

Блок-схема цикла



тело цикла

Как организовать цикл?

```
счётчик:= 0
пока счётчик < 10
  writeln('привет');
  увеличить счётчик на 1
```

результат операции автоматически сравнивается с нулём!

```
счётчик:= 10
пока счётчик > 0
  writeln('привет');
  уменьшить счётчик на 1
```

? Какой способ удобнее для процессора?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
счётчик:= 0
пока n > 0
   отсечь последнюю цифру n
   увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

Как отсечь последнюю цифру?

```
n:= n div 10
```

Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик:= счётчик + 1
```

Цикл с условием

начальное значение счётчика

условие продолжения

заголовок цикла

```
count:= 0;
while n > 0 do begin
  n:= n div 10;
  count:= count + 1
end;
```

тело цикла

? Зачем **begin-end**?

! Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k:= 0;
while k < 10 do begin
  writeln('привет');
  k:= k + 1
end;
```

Зацикливание:

```
k:= 0;
while k < 10 do
  writeln('привет');
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a:= 4; b:= 6;
while a < b do a:= a + 1;
```

2 раза
a = 6

```
a:= 4; b:= 6;
while a < b do a:= a + b;
```

1 раз
a = 10

```
a:= 4; b:= 6;
while a > b do a:= a + 1;
```

0 раз
a = 4

```
a:= 4; b:= 6;
while a < b do b:= a - b;
```

1 раз
b = -2

```
a:= 4; b:= 6;
while a < b do a:= a - 1;
```

зацикливание

Цикл с постусловием

заголовок цикла

тело цикла

```
repeat
  write('Введите n > 0:  ');
  read(n)
until n > 0 ;
```

условие **окончания**

- при входе в цикл условие **не проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**
- в последней строке указывают **условие окончания** цикла, а не условие его продолжения

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает два целых числа A и B (0 < A < B) и выводит квадраты всех натуральных чисел в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите два целых числа:
10 12
10*10=100
11*11=121
12*12=144
```

«B»: Напишите программу, которая получает два целых числа и находит их произведение, не используя операцию умножения. Учтите, что числа могут быть отрицательными.

Пример:

```
Введите два числа:
10 -15
10*(-15)=-150
```

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вычислить сумму всех чисел Фибоначчи, меньших N. Предусмотрите защиту от ввода отрицательного числа N.

Пример:

```
Введите число N:
10000
Сумма 17710
```

Задачи-2

«A»: Ввести натуральное число и найти сумму его цифр.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Сумма цифр 15.
```

«B»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры, стоящие рядом.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Нет.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12245
Да.
```

Задачи-2

«С»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры (не обязательно стоящие рядом).

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Да.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Нет.
```

Цикл с переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10}.

Можно ли сделать с циклом «**while**»?

```
k:= 1;
n:= 2;
while k <= 10 do
begin
  writeln(n);
  n:= n * 2;
  k:= k + 1
end;
```

```
n:= 2;
for k:=1 to 10 do
begin
  writeln(n);
  n:= n * 2
end;
```

Переменная **k** – целая!

Цикл с переменной: другой шаг

```
var k: integer;
```

целое

целое

```
for k:=10 downto 1 do
  writeln(k*k);
```

шаг «–1»

Шаг может быть равен только 1 или «–1» !

Как сделать шаг 2?

```
k:=1;
for i:=1 to 10 do begin
  writeln(k*k);
  k:=k+2
end;
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a := 1;
for i:=1 to 3 do a := a+1;
```

a = 4

```
a := 1;
for i:=3 to 1 do a := a+1;
```

a = 1

```
a := 1;
for i:=1 downto 3 do a := a+1;
```

a = 1

```
a := 1;
for i:=3 downto 1 do a := a+1;
```

a = 4

Задачи

«A»: Найдите все пятизначные числа, которые при делении на 133 дают в остатке 125, а при делении на 134 дают в остатке 111.

«B»: Натуральное число называется **числом Армстронга**, если сумма цифр числа, возведенных в N-ную степень (где N – количество цифр в числе) равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Найдите все трёхзначные Армстронга.

Задачи

«С»: Натуральное число называется **автоморфным**, если оно равно последним цифрам своего квадрата. Например, $25^2 = 625$. Напишите программу, которая получает натуральное число N и выводит на экран все автоморфные числа, не превосходящие N.

Пример:

```
Введите N:
1000
1*1=1
5*5=25
6*6=36
25*25=625
76*76=5776
```

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

```
для n от 2 до 1000
  если число n простое то
    writeln(n);
```

нет делителей [2.. **n-1**]: проверка в цикле!

? Что значит «простое число»?

Вложенные циклы

```
for n:=2 to 1000 do begin
  count:=0;
  for k:=2 to n-1 do
    if n mod k =0 then
      count:=count+1;
  if count=0 then
    writeln(n)
end;
```

вложенный цикл

Вложенные циклы

```
for i:=1 to 4 do
  for k:=1 to i do
    writeln(i, ' ', k);
```

Как меняются переменные?

Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

```
1 1
2 1
2 2
3 1
3 2
3 3
4 1
4 2
4 3
4 4
```

Поиск простых чисел: как улучшить?

$n = k \cdot m, \quad k \le m \quad \Rightarrow k^2 \le n \quad \Rightarrow k \le \sqrt{n}$

```
while k <= sqrt(n) do begin
   ...
end;
```

? Что плохо?

```
count:= 0;
k:= 2;
while k*k <= n do begin
   if n mod k = 0 then
      count:= count + 1;
   k:= k + 1
end;
```

? Как ещё улучшить?

```
while (k*k <= n) and (count = 0)
do begin
   ...
end;
```

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает натуральные числа A и B (A<B) и выводит все простые числа в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите границы диапазона:
10 20
11 13 17 19
```

«B»: В магазине продается мастика в ящиках по 15 кг, 17 кг, 21 кг. Как купить ровно 185 кг мастики, не вскрывая ящики? Сколькими способами можно это сделать?

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вывести все натуральные числа, не превосходящие N и делящиеся на каждую из своих цифр.

Пример:

```
Введите N:
15
1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 15
```

Программирование на языке Паскаль

§ 59. Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
writeln('Ошибка программы');
```

много раз!

```
program withProc;
var n: integer;
procedure Error;
begin
  writeln('Ошибка программы')
end;
begin
  read(n);
  if n < 0 then Error;
  ...
end.
```

вызов процедуры

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **до основной программы**
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

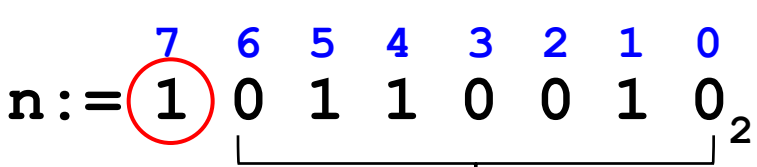
Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$178 \Rightarrow 10110010_2$

? Как вывести первую цифру?



`n div 128`

`n mod 128`

`n1 div 64`

? Как вывести вторую цифру?

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Алгоритм:

```
k:=128;
while k>0 do begin
  write(n div k);
  n:=n mod k;
  k:=k div 2
end;
```

n	k	вывод
178	128	1

178 ⇒ 10110010

Результат зависит от **n**!

Процедура с параметрами

```
program binCode;
 procedure printBin(n: integer);
 var k: integer;
 begin
   k:=128;
   while k>0 do begin
     write(n div k);
     n:=n mod k;
     k:=k div 2
   end
 end;
begin
  printBin(99)
end.
```

локальная переменная

значение параметра (**аргумент**)

Параметры – данные, изменяющие работу процедуры.

Несколько параметров

```
procedure printSred(a: integer;
                    b: integer);
begin
  write((a+b)/2);
end.
```

```
procedure printSred(a, b: integer);
begin
  write((a+b)/2);
end.
```

Задачи

«A»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран линию из N символов '–'.

Пример:

```
Введите N:
10
----------
```

«B»: Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
1
2
3
4
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

Пример:

```
Введите натуральное число:
2013
MMXIII
```

Изменяемые параметры

Задача. Написать процедуру, которая меняет местами значения двух переменных.

передача по значению

```
program Exchange;
var x, y: integer;

procedure Swap(a, b: integer);
var c: integer;
begin
  c:=a; a:=b; b:=c;
end;

begin
 x:=2; y:=3;
 Swap(x, y);
 write(x, ' ', y)
end.
```

! Процедура работает с копиями переданных значений параметров!

```
2 3
```

? Почему не работает?

Изменяемые параметры

переменные могут изменяться

```
procedure Swap( var a, b: integer);
var c: integer;
begin
  c:=a; a:=b; b:=c;
end;
```

передача по **ссылке**

Вызов:

```
var a, b: integer;
...
Swap(a, b); { правильно }
Swap(2, 3); { неправильно }
Swap(a, b+3); { неправильно }
```

Задачи

«A»: Напишите процедуру, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

Пример:

```
Введите три натуральных числа:
10 15 5
5 10 15
```

«B»: Напишите процедуру, которая сокращает дробь вида M/N. Числитель и знаменатель дроби передаются как изменяемые параметры.

Пример:

```
Введите числитель и знаменатель дроби:
25 15
После сокращения: 5/3
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и возвращает их через изменяемые параметры.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
10 15
НОД(10,15)=5
НОК(10,15)=30
```

Программирование на языке Паскаль

§ 60. Функции

Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

Алгоритм:

```
сумма := 0;
while n <> 0 do begin
  сумма := сумма + n mod 10;
  n := n div 10
end;
```

Сумма цифр числа

```
program Sum;
function sumDigits(n: integer): integer;
var sum: integer;
begin
  sum:=0;
  while n<>0 do begin
    sum:=sum+n mod 10;
    n:= n div 10;
  end;
  sumDigits:=sum
end;
begin
  writeln(sumDigits(12345))
end.
```

тип результата

передача результата

Использование функций

```
x:=2*sumDigits(n+5);

z:= sumDigits(k) + sumDigits(m);

if sumDigits(n) mod 2 =0 then begin
  writeln('Сумма цифр чётная');
  writeln('Она равна ', sumDigits(n))
end;
```

Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Задачи

«A»: Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574) = 1234.
```

«B»: Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

Пример:

```
Введите натуральное число:
123
Сумма цифр числа 123 равна 6.
```

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
После переворота: 4321.
```

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
program PrimeNum;
var i: integer;
begin
  for i:=2 to 100 do
    if isPrime(i) then
      writeln(i)
end.
```

функция, возвращающая логическое значение (True/False)

Функция: простое число или нет?

Какой алгоритм?

логическое значение (True/False)

```
function isPrime(n: integer): boolean;
var count, k: integer;
begin
  count:=0;
  k:=2;
  while (k*k<=n) and (count=0) do begin
    if n mod k=0 then
       count:=count+1;
    k:=k+1
  end;
  isPrime:=(count = 0)
end;
```

```
if count=0 then
    isPrime:=True
else isPrime:=False
```

Логические функции: использование

Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
read(n);
while isPrime(n) do begin
  writeln('простое число');
  read(n)
end;
```

Задачи

«A»: Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

Пример:

```
Введите натуральное число:
28
Число 28 совершенное.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
29
Число 29 не совершенное.
```

Задачи

«B»: Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 15
Числа 28 и 15 взаимно простые.
```

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 16
Числа 28 и 16 не взаимно простые.
```

Задачи

«С»: Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию **`isPrime`**, которая приведена в учебнике.

Пример:

```
Введите натуральное число:
733
Число 733 гиперпростое.
```

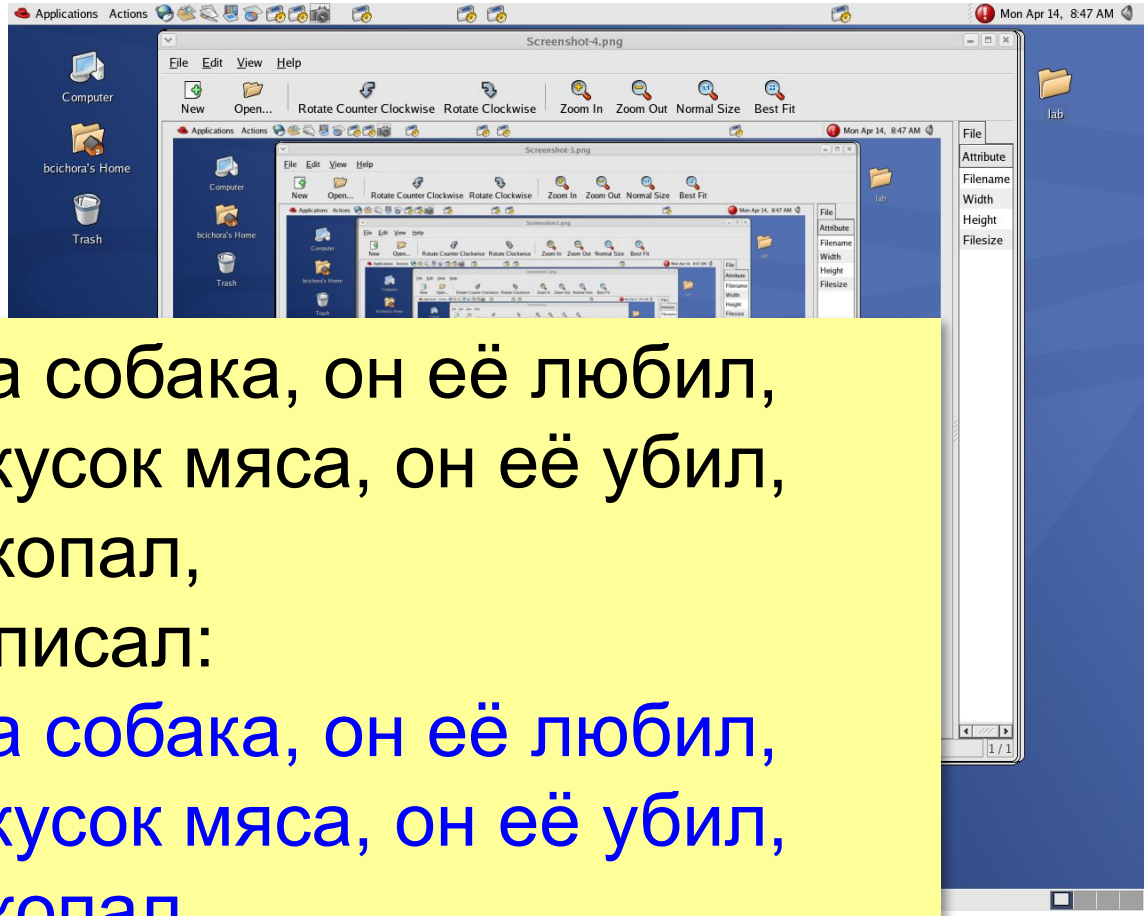
Пример:

```
Введите натуральное число:
19
Число 19 не гиперпростое.
```

Программирование на языке Паскаль

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
…

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n+1$ – натуральное число

индуктивное определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

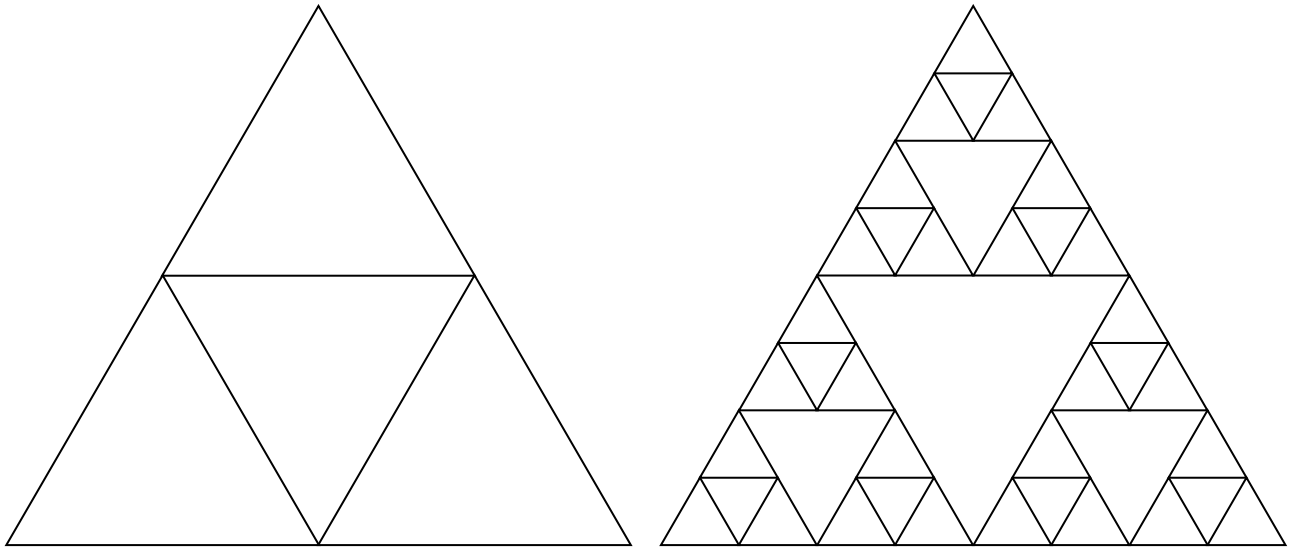
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

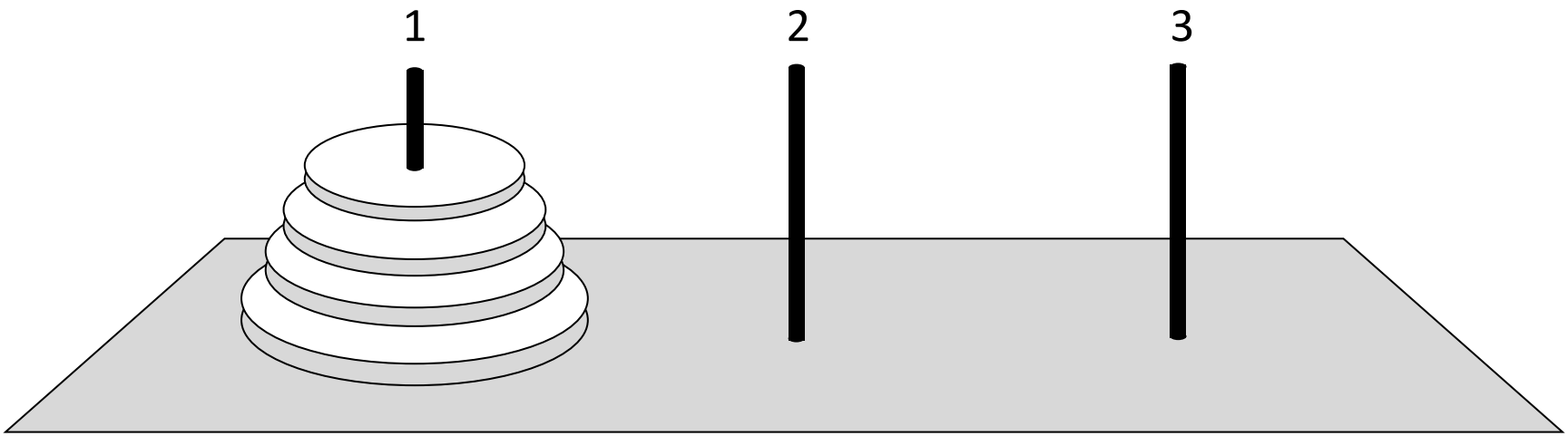
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

```
перенести (n, 1, 3)
```

```
перенести (n-1, 1, 2)
1 -> 3
перенести (n-1, 2, 3)
```

Ханойские башни – процедура

сколько | откуда | куда

```
proceduer Hanoi(n, k, m: integer);
var p: integer;
begin
  p := 6 - k - m;
  Hanoi(n-1, k, p);
  writeln(k, ' -> ', m);
  Hanoi(n-1, p, m)
end;
```

номер вспомогательного стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

рекурсия

? Что плохо?

! **Рекурсия никогда не остановится!**

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
procedure Hanoi(n, k, m: integer);
var p: integer;
begin
  if n = 0 then exit;
  p := 6 - k - m;
  Hanoi(n-1, k, p);
  writeln(k, ' -> ', m);
  Hanoi(n-1, p, m)
end;
```

условие выхода из рекурсии

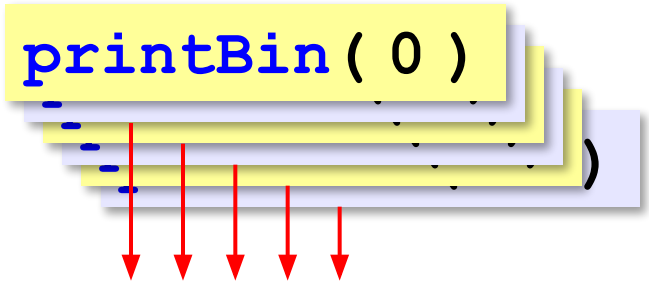
```
program HanoiTower;
...
begin
  Hanoi(4, 1, 3)
end.
```

Вывод двоичного кода числа

```
procedure printBin(n: integer);
begin
   if n = 0 then exit;
   printBin ( n div 2 );
   write( n mod 2 )
end;
```

условие выхода из рекурсии

напечатать все цифры, кроме последней



вывести последнюю цифру

? Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

```
function sumDig(n: integer): integer;
var sum: integer;
нач
   sum:= n mod 10;
   if n >= 10 then
     sum:= sum + sumDig( n div 10 );
   sumDig:= sum
end;
```

последняя цифра

рекурсивный вызов

? Где условие окончания рекурсии?

```
sumDig( 1234 )
  4 + sumDig( 123 )
    4 + 3 + sumDig( 12 )
      4 + 3 + 2 + sumDig( 1 )
        4 + 3 + 2 + 1
```

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
function NOD(a, b: integer): integer;
begin
  if (a = 0) or (b = 0) then begin
    NOD:= a + b;
    exit
  end;
  if a > b then
      NOD:= NOD(a - b, b)
  else NOD:= NOD(a, b - a)
end;
```

условие окончания рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«A»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574)=1234.
```

«B»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

```
Введите натуральное число:
378
378 = 2*3*3*3*7
```

Задачи

«С»: Дано натуральное число N. Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, 1 + 2 и 2 + 1 – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной процедуры.

Пример:

```
Введите натуральное число:
4
Количество разложений: 4.
```

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

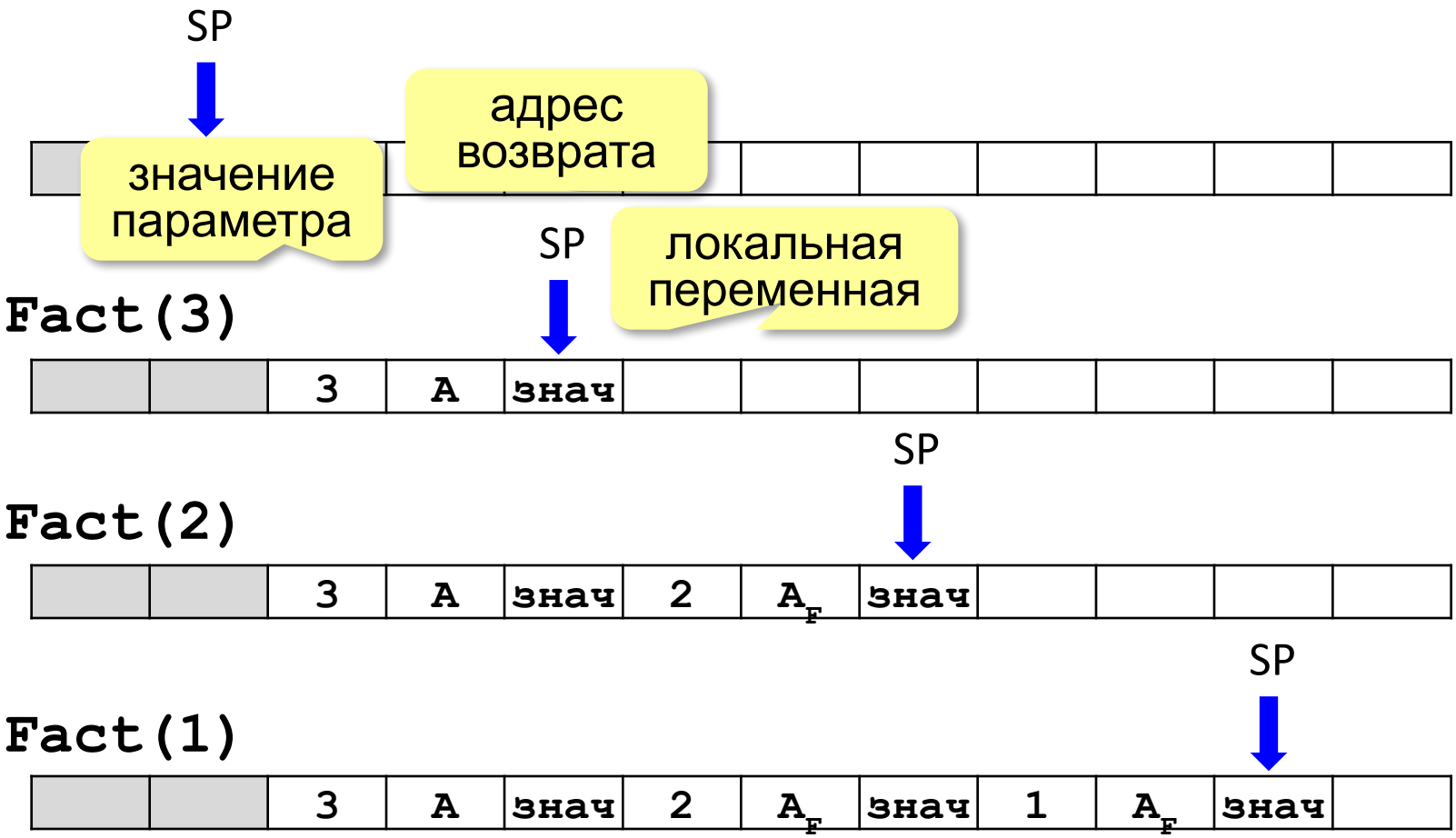
```
function Fact(N: integer): integer;
begin
  writeln('-> N = ', N);
  if N <= 1 then
      Fact:= 1
  else Fact:= N * Fact(N-1);
  writeln('<- N = ', N)
end;
```

```
-> N = 3
  -> N = 2
    -> N = 1
    <- N = 1
  <- N = 2
<- N = 3
```

? Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове

- программа становится более короткой и понятной

- возможно переполнение стека
- замедление работы

Любой рекурсивный алгоритм можно заменить нерекурсивным!

итерационный алгоритм

```
function Fact(N: integer):
                    integer;
var i, F: integer;
begin
  F:=1;
  for i:=1 to N do
    F:= F * i;
  Fact:= F
end;
```

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. иллюстрации художников издательства «Бином»
8. авторские материалы