Уравнение прямой

Цели и задачи

Цель:

- Сформировать представление студентов о линиях представленных рациональными уравнениями первого порядка

Задачи:

- Изучить различные способы задания прямой на плоскости
- Изучить общее уравнение прямой
- Рассмотреть взаимное расположение прямых

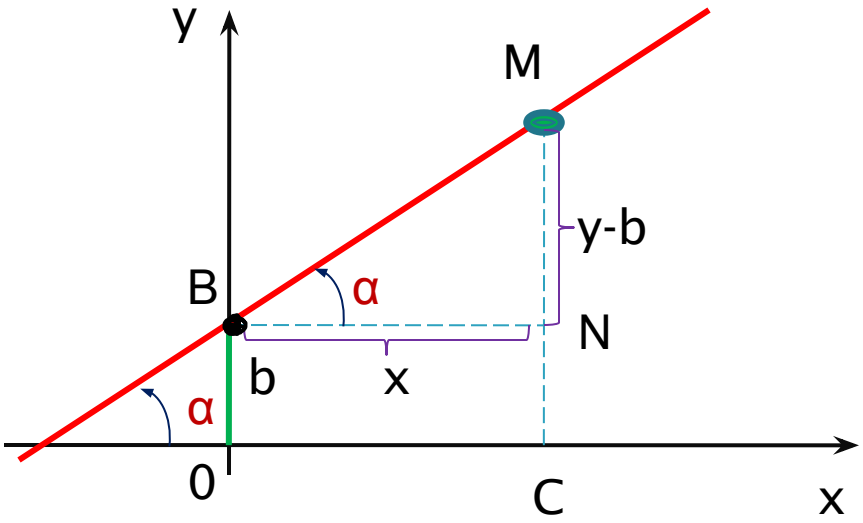
Содержание

- Способы задания прямой
- Общее уравнение прямой
- Взаимное расположение прямых на плоскости
- Угол между прямыми
- Расстояние от точки до прямой

Уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$k = tg\alpha = \frac{NM}{BN} = \frac{y-b}{x}$$

$$y = kx + b$$



Если $k = 0$, *то* $BM \parallel Ox$ *и*

уравнение прямой $y = b$

Если $\alpha = 90^{\circ}$, *то* $tg\alpha$ *не существует*

прямая $BM \parallel Oy$, *уравнение* $x = c$

Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M_1(x_1,y_1)$, с данным угловым коэффициентом k.

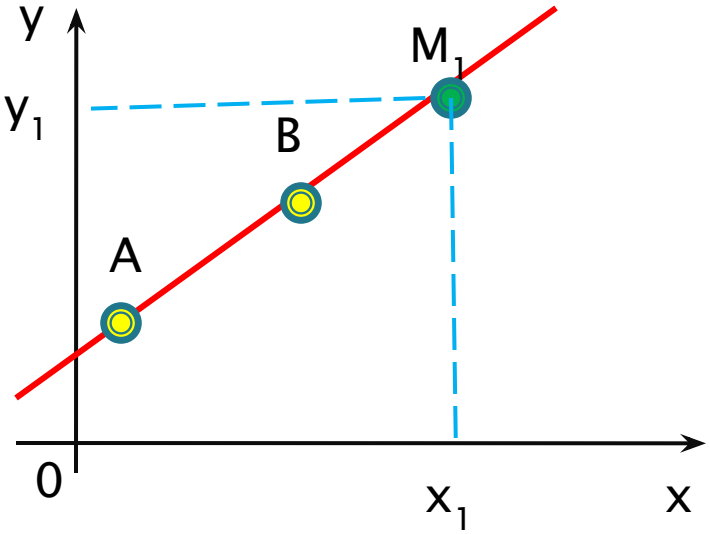
$$Пусть\, M_1 \in AB, поэтому$$

$$y_1 = kx_1 + b.$$

$$Выделив\ b\ и\ подставив\ в$$

$$уравнение\ y = kx + b,\ получим$$

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$



Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(x_1,y_1)$ и $M_2(x_2,y_2)$

Угловой коэффициент прямой

$$M_1M_2 \text{ равен } k = \frac{AM_2}{AM_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

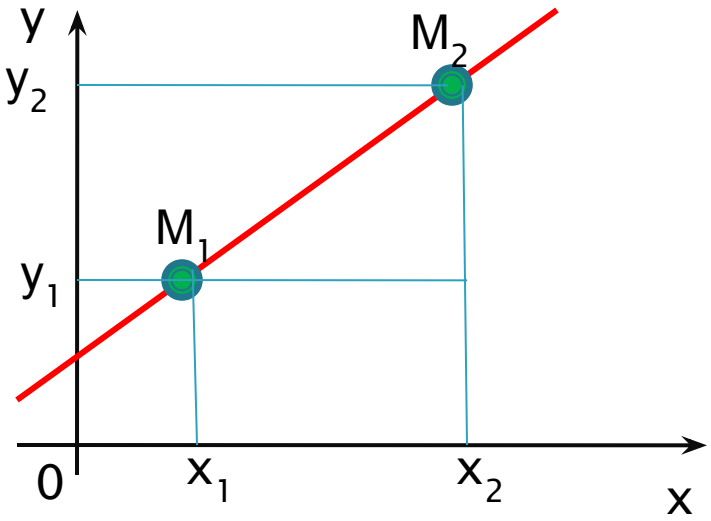
поэтому уравнение прямой M_1M_2

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1). \text{ Если } y_1 \neq y_2,$$

то $$\boxed{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}}$$

Если $y_1 = y_2$, *то уравнение* $\boxed{y = y_1}$

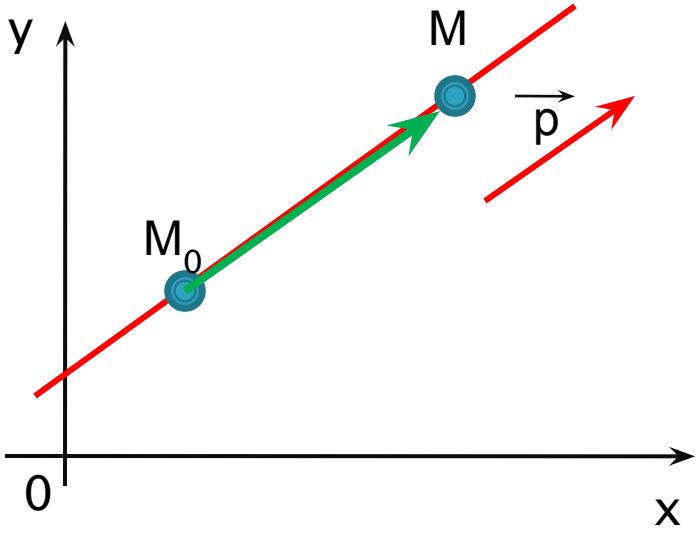
Если $x_1 = x_2$, *то уравнение* $\boxed{x = x_1}$



Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0;y_0)$ с направляющим вектором $\vec{p}(a;в)$.

Пусть точка $M(x;y)$ принадлежит данной прямой. Тогда $\overrightarrow{M_0M}$ коллинеарен вектору $\vec{p}$, поэтому их координаты пропорциональные. Т.е.

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}$$



Общее уравнение прямой

Теорема В прямоугольной системе координат любая прямая задается уравнением первой степени $Ax + By + C = 0$.

И, обратно, уравнение $Ax + By + C = 0$ при произвольных коэффициентах A, B, C (A и B одновременно не равны 0) определяет некоторую прямую в прямоугольной системе координат.

Неполные уравнения первой степени

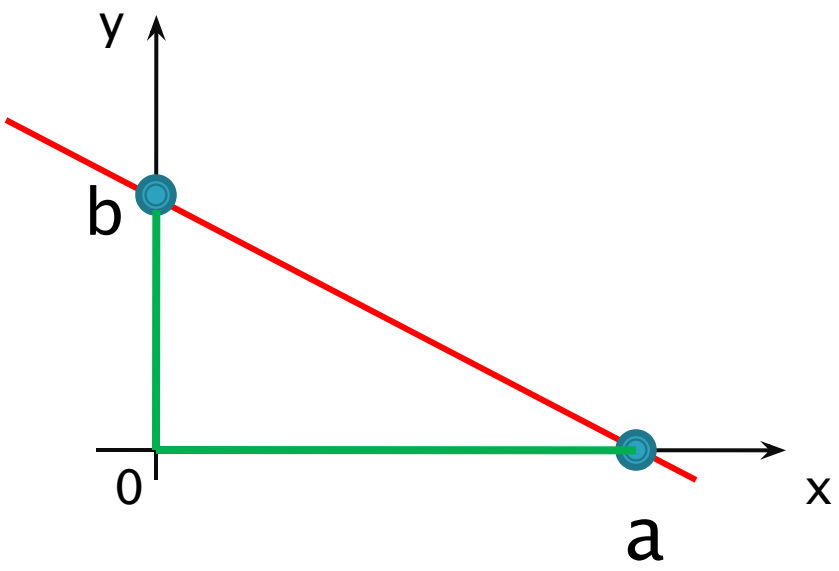
Если $C=0$, то прямая с уравнением $Ax+By=0$ проходит через начало координат.

Если $B=0$ ($A\neq0$), то прямая с уравнением $Ax+C=0$ проходит параллельно оси Oy через точку $(-C/A;0)$. Если $B=C=0$, то это уравнение оси Oy **$x=0$**.

Если $A=0$ ($B\neq0$), то прямая с уравнением $By+C=0$ проходит параллельно оси Ox через точку $(0;-C/B)$. Если $A=C=0$, то это уравнение оси Ox **$y=0$**.

Уравнение прямой «в отрезках»

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$



Выводы

- Любое линейное уравнение является уравнением прямой.
- Любая прямая задается уравнением первого порядка.
- По линейному уравнению можно определить взаимное расположение прямых.

Спасибо за внимание