

Элементы математического анализа



Лекционное занятие
В группах 12ПОэ,
12ЭТТМКн
Преподаватель Усенко Т.
И.

План



- 1) Последовательность
- 2) Понятие функции
- 3) Различные способы задания функции
- 4) Предел функции
- 5) Теоремы о пределах функции
- 6) Два замечательных предела
- 7) Бесконечно большие и малые функции
- 8) Понятие сложной и обратной функции
- 9) Понятие неявно заданной функции

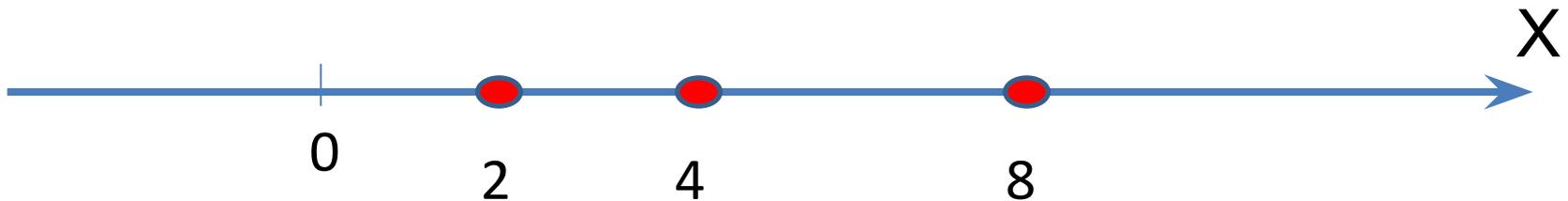
Последовательность

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n, \dots$$

$\{x_n\}$ — символ последовательности

Пример

$$\{2^n\}: 2, 4, 8, \dots, 2^n, \dots$$



Арифметические действия над числовыми последовательностями

$$1. \quad m \{X_n\} = \{mX_n\}$$

$$2. \quad \{X_n\} + \{Y_n\} = \{X_n + Y_n\}$$

$$3. \quad \{X_n\} - \{Y_n\} = \{X_n - Y_n\}$$

$$4. \quad \{X_n\} \cdot \{Y_n\} = \{X_n \cdot Y_n\}$$

$$5. \quad \left\{ \frac{X_n}{Y_n} \right\} = \frac{\{X_n\}}{\{Y_n\}}$$

Ограниченные и не ограниченные последовательности

$$\begin{array}{ll} X_n \leq M & (X_n \geq m) \\ (-\infty; M] & ([m; \infty)) \end{array}$$

$$m \leq X_n \leq M \quad [m; M]$$

$$\begin{array}{ll} | X_n | > A & \\ X_n > A \text{ или } X_n < -A & (-\infty; \infty) \end{array}$$

Примеры

1) $1, 2, 3, \dots, n, \dots$

2) $-1, -2, -3, \dots, -n, \dots$

3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

4) $-1, 2, -3, \dots, (-1)^n \cdot n$

Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности

Последовательность $\{X_n\}$

$A > 0, \quad N \quad \text{при} \quad n > N \quad |X_n| > A$

$\{n\}: 1, 2, 3, \dots, n, \dots$

Последовательность $\{a_n\}$

$\varepsilon > 0, \quad N \quad \text{при} \quad n > N \quad |a_n| < \varepsilon$

$\{1/n\}: 1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots$

Свойства

1. Если $\{X_n\}$ б. б., то $\{1/X_n\}$ б. м.
2. Если $\{a_n\}$ б. м., то $\{1/a_n\}$ б. б.
3. Если $\{X_n\} + \{a_n\}$ б. м., то $\{X_n + a_n\}$ б. м.
4. Если $\{X_n\} + \{a_n\}$ б. б., то $\{X_n + a_n\}$ б. б.
5. Если $\{X_n\} \cdot \{a_n\}$ б. м., то $\{X_n \cdot a_n\}$ б. м.
6. Если $\{X_n\}$ огр-ная, $\{a_n\}$ б. м., то $\{X_n \cdot a_n\}$ б. м.

Сходящиеся последовательности

a – предел последовательности $\{X_n\}$

$\varepsilon > 0$, N при $n > N$ $|X_n - a| < \varepsilon$

$$X_n \rightarrow a$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

Свойства

1. Если $\{a_n\}$ б. м. и $a_n = c$, то $c = 0$.
2. Сходящаяся последовательность имеет только один предел
3. Если $\{X_n\} + \{Y_n\}$ сх-ся, то $\{X_n + Y_n\}$ сх-ся.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (X_n + Y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n + \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$$

4. Если $\{X_n\} \cdot \{a_n\}$ сх-ся, то $\{X_n \cdot a_n\}$ сх-ся.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (X_n \cdot Y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$$

5. Если $\frac{\{X_n\}}{\{Y_n\}}$ сх-ся, то $\left\{ \frac{X_n}{Y_n} \right\}$ сх-ся.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{X_n}{Y_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} X_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} Y_n}$$

Понятие функции

Множество $f: \{<x; y>\}$

$x \in X, y \in Y$

$y = f(x), y = g(x), y = y(x), y = F(x)$

Свойства

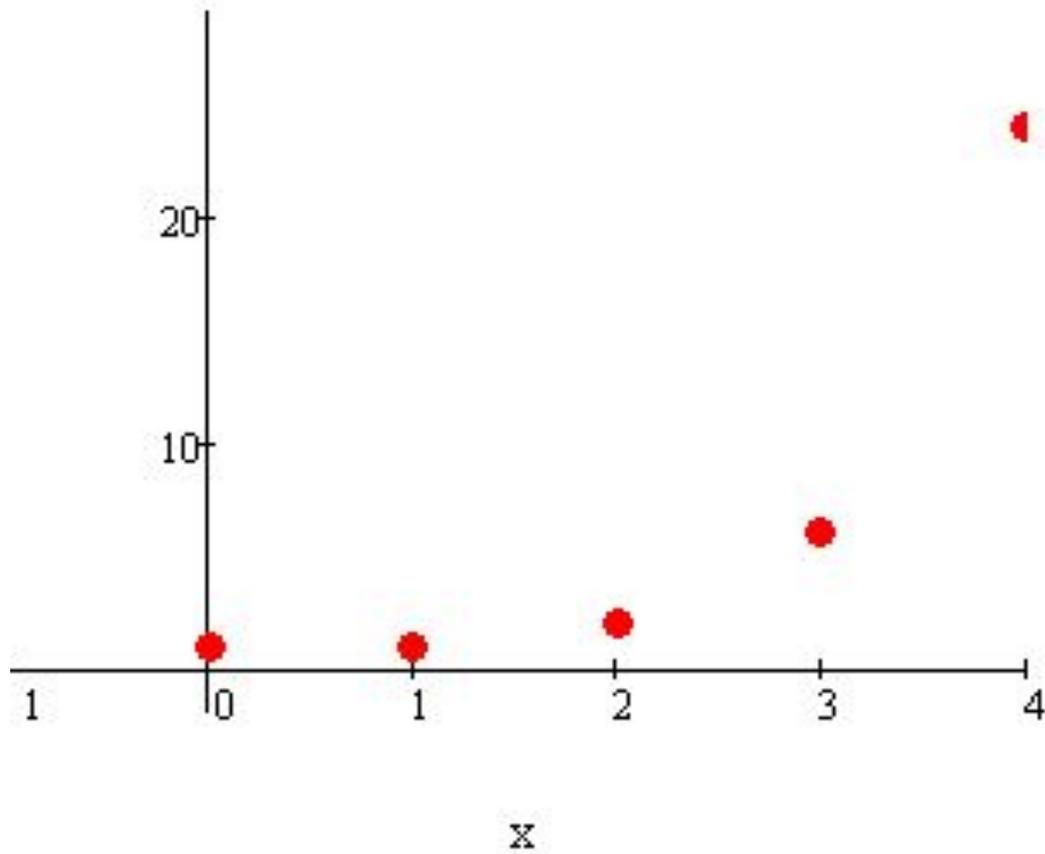
$$1) f(x) = C$$

$$2) y = f(x), \quad x \in X$$

$$f(x) \leq M \quad (f(x) \geq m)$$

$$3) y = f(x)$$

$$f(x) = n!$$



$$x^2 + y^2 = 2$$

