

# **Задача управления движением маятника**

Выполнила: Шарафиева Ю.Р., РИ-460001

# Постановка задачи

- Дано:
- уравнение колебаний маятника в окрестности нижнего устойчивого положения равновесия:
  - $\ddot{x} = -x(t) + u(t), x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$
- уравнение колебаний маятника в окрестности верхнего неустойчивого положения равновесия:
  - $\ddot{x} = x(t) + u(t), x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$

# Постановка задачи

- Критерий качества:
- $J(u) = x^2(2) + \dot{x}^2(2) + \int_0^2 u^2(t) dt$
- Найти:
- Найти коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  регулятора  $u(t) = -C_1x(t) - C_2\dot{x}(t)$  при которых критерий качества минимален

# Алгоритм решения

- 1) Выражаем уравнение колебания маятника в виде системы ДУ;
- 2) Выражаем общее уравнение  $X = Ax(i) + Bu(i)$ ;
- 3) С помощью метода Эйлера решаем ДУ;
- 4) Находим интеграл от  $u$ ;
- 5) Вычисляем критерий качества;
- 6) Путем подбора находим коэффициенты;

# Иллюстрация решения

```
x1 = zeros();
x2 = zeros();
x1(1) = 1;
x2(1) = 0;
A = zeros(2,2);
A(1,1) = 1;
A(1,2) = -1;
B = zeros(2,1);
B(2,1) = 1;

for i=1:N
    x{i} = [x1(i); x2(i)];
    u(i) = 42.5*x1(i) + x2(i);
    f = A*x{i}+B*u(i);
    x1(i+1) = x1(i)+h*f(1,1);
    x2(i+1) = (-x2(i)+u(i))+h*f(2,1);
end
I1 = trapz(u)*h;
J1 = x1(N)^2 + x2(N)^2 + I1;
```

Решение для уравнения колебаний маятника в окрестности нижнего устойчивого положения равновесия,  
где  $J$  – критерий качества,  $I1$  – значение интеграла от  $u$ :

|  |        |
|--|--------|
|  J1 | 1.5860 |
|  I1 | 1.5849 |

Коэффициенты равны:  $C1 = -42,5$ ,  $C2 = -1$ .

# Иллюстрация решения

```
x1_1 = zeros();
x2_1 = zeros();
x1_1(1) = 1;
x2_1(1) = 0;
A_1 = zeros(2,2);
A_1(1,1) = 1;
A_1(1,2) = 1;
B_1 = zeros(2,1);
B_1(2,1) = 1;

for i=1:N
    x_1{i} = [x1_1(i); x2_1(i)];
    u_1(i) = - 2*x1_1(i) + x2_1(i);
    f_1 = A_1*x_1{i}+B_1*u_1(i);
    x1_1(i+1) = x1_1(i)+h*f_1(1,1);
    x2_1(i+1) = (-x2_1(i)+u_1(i))+h*f_1(2,1);
end
I2 = trapz(u_1)*h;
J2 = x1_1(N)^2 + x2_1(N)^2 + I2;
```

Решение для уравнения колебаний маятника в окрестности верхнего неустойчивого положения равновесия,  
где  $J$  – критерий качества,  $I_2$  – значение интеграла от  $u$ :

|    |         |
|----|---------|
| J2 | -3.2955 |
| I2 | -3.3610 |

Коэффициенты равны:  $C_1 = 2$ ,  $C_2 = -1$