

Задача управления движением маятника

Выполнила: Шарафиева Ю.Р., РИ-460001

Постановка задачи

- Дано:
- уравнение колебаний маятника в окрестности нижнего устойчивого положения равновесия:
- $\ddot{x} = -x(t) + u(t), x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$
- уравнение колебаний маятника в окрестности верхнего неустойчивого положения равновесия:
- $\ddot{x} = x(t) + u(t), x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$

Постановка задачи

- Критерий качества:
- $J(u) = x^2(2) + \dot{x}^2(2) + \int_0^2 u^2(t) dt$
- Найти:
- Найти коэффициенты C_1 и C_2 регулятора $u(t) = -C_1x(t) - C_2\dot{x}(t)$ при которых критерий качества минимален

Алгоритм решения

- 1) Выражаем уравнение колебания маятника в виде системы ДУ;
- 2) Выражаем общее уравнение $X = Ax(i) + Bu(i)$;
- 3) С помощью метода Эйлера решаем ДУ;
- 4) Находим интеграл от u ;
- 5) Вычисляем критерий качества;
- 6) Путем подбора находим коэффициенты;

Иллюстрация решения

```
x1 = zeros();
x2 = zeros();
x1(1) = 1;
x2(1) = 0;
A = zeros(2,2);
A(1,1) = 1;
A(1,2) = -1;
B = zeros(2,1);
B(2,1) = 1;

for i=1:N
    x{i} = [x1(i); x2(i)];
    u(i) = 42.5*x1(i) + x2(i);
    f = A*x{i}+B*u(i);
    x1(i+1) = x1(i)+h*f(1,1);
    x2(i+1) = (-x2(i)+u(i))+h*f(2,1);
end
I1 = trapz(u)*h;
J1 = x1(N)^2 + x2(N)^2 + I1;
```

Решение для уравнения колебаний маятника в окрестности нижнего устойчивого положения равновесия,
где J – критерий качества, $I1$ – значение интеграла от u :

 J1	1.5860
 I1	1.5849

Коэффициенты равны: $C1 = -42,5$, $C2 = -1$.

Иллюстрация решения

Решение для уравнения колебаний маятника в окрестности верхнего неустойчивого положения равновесия,
где J – критерий качества, I_2 – значение интеграла от u :

J2	-3.2955
I2	-3.3610

Коэффициенты равны: $C_1 = 2$, $C_2 = -1$

```
x1_1 = zeros();
x2_1 = zeros();
x1_1(1) = 1;
x2_1(1) = 0;
A_1 = zeros(2,2);
A_1(1,1) = 1;
A_1(1,2) = 1;
B_1 = zeros(2,1);
B_1(2,1) = 1;

for i=1:N
    x_1{i} = [x1_1(i); x2_1(i)];
    u_1(i) = - 2*x1_1(i) + x2_1(i);
    f_1 = A_1*x_1{i}+B_1*u_1(i);
    x1_1(i+1) = x1_1(i)+h*f_1(1,1);
    x2_1(i+1) = (-x2_1(i)+u_1(i))+h*f_1(2,1);
end
I2 = trapz(u_1)*h;
J2 = x1_1(N)^2 + x2_1(N)^2 + I2;
```