УЧЕБНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

ВЫПОЛНИЛА СТУДЕНТКА 4 КУРСА
ФИЛИППОВА ГАЛИНА СЕРГЕЕВНА

ЗАДАНИЕ № 15

- Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2}$$

- 1. $R(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2}$ - дробно-рациональная функция,

m – степень числителя, n-степень знаменателя (n>m)

$$\Downarrow$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx = 2\pi i \sum_{z_m} \operatorname{res} R(z), Im\, z > 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx = 2\pi i \sum_{m} \underset{z_m}{res}\, R(z), Im\, z > 0$$

-

2. $R(z) = \frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}$ **; R(z) – функция комплексного переменного**

2.1. $z = \pm\sqrt{2}i, z = \pm\sqrt{3}i$

2.2. $Im\, z > 0 \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{2}i - \text{простой полюс} \\ z = \sqrt{3}i - \text{полюс порядка } 2 \end{cases}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx = 2\pi i \sum_{m} \underset{z_m}{res}\left(\frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}\right), Im\ z > 0$$

- 2.3. 1) $z = \sqrt{2}i$ – простой полюс

$$\Downarrow$$

$$\underset{z=a}{\mathbf{res}}\, R(z) = \lim_{z\to a} R(z)(z-a)$$

$$\underset{z=a}{\mathbf{res}}\, R(z) = \lim_{z\to\sqrt{2}i} \frac{1 * (z-\sqrt{2}i)}{(z-\sqrt{2}i)(z+\sqrt{2}i)(z^2+3)^2} =$$

$$= \lim \frac{1}{\dots} = \frac{1}{\dots}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx = 2\pi i \sum_{m} \underset{z_m}{res}\left(\frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}\right), Im\ z > 0$$

2) $z = \sqrt{3}i$ – полюс порядка 2

$$\Downarrow$$

$$\underset{z=a}{\operatorname{res}} R(z) = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z\to a} (R(z)(z-a)^m)^{m-1}$$

$$\underset{z=a}{\operatorname{res}} R(z) = \frac{1}{1!} \lim_{z\to\sqrt{3}i} \left(\frac{1*\left(z-\sqrt{3}i\right)^2}{(z^2+2)\left(z+\sqrt{3}i\right)^2\left(z-\sqrt{3}i\right)^2}\right)' =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx = 2\pi i \sum_m \underset{z_m}{res}\left(\frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}\right), Im\ z > 0$$

- $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2} = 2\pi i \sum_m \underset{z_m}{res}\, R(z) =$$

Ответ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!