

УЧЕБНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

**ВЫПОЛНИЛА СТУДЕНТКА 4 КУРСА
ФИЛИППОВА ГАЛИНА СЕРГЕЕВНА**

ЗАДАНИЕ № 15

• Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}$$

• $R(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2}$ - дробно-рациональная функция,

m – степень числителя, n -степень знаменателя ($n > m$)



$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_{z_m} \operatorname{res} R(z), \operatorname{Im} z > 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} R(z), \operatorname{Im} z > 0$$

• 2. $R(z) = \frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}$; $R(z)$ – функция комплексного переменного

2.1. $z = \pm\sqrt{2}i, z = \pm\sqrt{3}i$

2.2. $\operatorname{Im} z > 0 \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{2}i - \text{простой полюс} \\ z = \sqrt{3}i - \text{полюс порядка } 2 \end{cases}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left(\frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

2.3. 1) $z = \sqrt{2}i$ – простой полюс

⇓

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \lim_{z \rightarrow a} R(z)(z - a)$$

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \lim_{z \rightarrow \sqrt{2}i} \frac{1 * (z - \sqrt{2}i)}{(z - \sqrt{2}i)(z + \sqrt{2}i)(z^2 + 3)^2} =$$

$$= \lim_{z \rightarrow \sqrt{2}i} \frac{1}{(z + \sqrt{2}i)(z^2 + 3)^2} = \frac{1}{\dots}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left(\frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

2) $z = \sqrt{3}i$ – полюс порядка 2

⇓

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow a} (R(z)(z-a)^m)^{m-1}$$

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \frac{1}{1!} \lim_{z \rightarrow \sqrt{3}i} \left(\frac{1 * (z - \sqrt{3}i)^2}{(z^2 + 2)(z + \sqrt{3}i)^2 (z - \sqrt{3}i)^2} \right)' =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left(\frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

•

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2} = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} R(z) =$$

ОТВЕТ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!