

# **УЧЕБНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**ВЫПОЛНИЛА СТУДЕНТКА 4 КУРСА  
ФИЛИППОВА ГАЛИНА СЕРГЕЕВНА**

# ЗАДАНИЕ № 15

• Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}$$

•  $R(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = \frac{dx}{(x^2+2)(x^2+3)^2}$  - дробно-рациональная функция,

$m$  – степень числителя,  $n$ -степень знаменателя ( $n > m$ )



$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_{z_m} \text{res } R(z), \text{Im } z > 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} R(z), \operatorname{Im} z > 0$$

• 2.  $R(z) = \frac{1}{(z^2+2)(z^2+3)^2}$ ;  $R(z)$  – функция комплексного переменного

2.1.  $z = \pm\sqrt{2}i, z = \pm\sqrt{3}i$

2.2.  $\operatorname{Im} z > 0 \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{2}i - \text{простой полюс} \\ z = \sqrt{3}i - \text{полюс порядка } 2 \end{cases}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left( \frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

2.3. 1)  $z = \sqrt{2}i$  – простой полюс

⇓

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \lim_{z \rightarrow a} R(z)(z - a)$$

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \lim_{z \rightarrow \sqrt{2}i} \frac{1 * (z - \sqrt{2}i)}{(z - \sqrt{2}i)(z + \sqrt{2}i)(z^2 + 3)^2} =$$

$$= \lim_{z \rightarrow \sqrt{2}i} \frac{1}{(z + \sqrt{2}i)(z^2 + 3)^2} = \frac{1}{\dots}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left( \frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

2)  $z = \sqrt{3}i$  – полюс порядка 2

⇓

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow a} (R(z)(z-a)^m)^{m-1}$$

$$\operatorname{res}_{z=a} R(z) = \frac{1}{1!} \lim_{z \rightarrow \sqrt{3}i} \left( \frac{1 * (z - \sqrt{3}i)^2}{(z^2 + 2)(z + \sqrt{3}i)^2 (z - \sqrt{3}i)^2} \right)' =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} \left( \frac{1}{(z^2 + 2)(z^2 + 3)^2} \right), \operatorname{Im} z > 0$$

•

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2} = 2\pi i \sum_m \operatorname{res}_{z_m} R(z) =$$

**ОТВЕТ**

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**