Сложные проценты на фондовом рынке

Дисконтирование – приведение стоимости будущих затрат и доходов к нынешнему периоду времени, установление сегодняшнего эквивалента суммы, выплачиваемой в будущем

- $$PV = \frac{FVn}{(1+i)^n}$$

FVn (future value) – стоимость будущих денег

n – кол.во периодов

i (interest rate) – ставка дисконтирования

Задача 1: Инвестору нужно определить сегодняшний эквивалент 20 тыс. тг., которые понадобятся через 2 года, при том что учетная ставка равна 18% годовых

Задача 2: Инвестор покупает долговую ценную бумагу под 10 %, и конце года хотел бы получить 10 тыс.тг. Какую сумму ему необходимо инвестировать для покупки ценной бумаги?

Дисконтирование

- Задача1. $PV=20000/(1+0,18)^2=14363,69$ тг
- Задача2. $PV=10000/(1+0,1)=9090,909$ тг

Компаундинг – начисление сложного процента, операция, обратная дисконтированию. Компаундинг осуществляется для определения будущей стоимости сегодняшней суммы денег

$$\Sigma \text{ ints} = Cr * (1+i)^n - Cr$$

Ints (interests) – сумма денег, которую нужно выплатить в качестве процентов по кредиту, при простом проценте;

Cr (credit) – основная сумма;

i (interest rate) – процентная ставка;

n – период времени (число периодов, лет).

Задача 3. Акционерное общество планирует выпустить облигации в размере 2 тыс. долл. на 3 года под 15 % годовых. Сумма, которую необходимо выплатить по обслуживанию облигации, составит:

Задача 4. Будущая стоимость 1 тыс. долл. через 3 года при ставке процента, равной 5% годовых

Компаундинг

$$\Sigma \text{ ints} = Cr*(1+i)^n - Cr$$

- Задача 1: $\Sigma \text{ ints}$
 $= 2000*(1+0,15)^3 - 2000 = 1041,75 \$$
- Задача 2: $\Sigma \text{ ints}$
 $= 1000*(1+0,05)^3 - 1000 = 157,625$

Капитализированная стоимость – денежный эквивалент актива, который приносит регулярный доход, рассчитываемый исходя из преобладающих процентных ставок. Капитализированную стоимость можно представить формулой:

$$CV = \frac{Ra}{i}$$

- где Ra (annual revenue) – сумма ежегодного дохода;
- i (interest rate) – ставка дисконтирования;
- n – число периодов.

Задача 5. Необходимо определить стоимость актива, например участка земли, который при сдаче в аренду приносит 4 тыс. долл. ежегодно в виде арендной платы, ставка дисконта 5 %, определить капитализированную стоимость данного участка?

Капитализированная СТОИМОСТЬ

- Задача: $K.c. = 4000 / 0,05 = 80000$ \$

Задачи для самостоятельной работы:

Задача 1. Определить текущую стоимость 5 тыс. тг., которые вам обещали выплатить через 2 года, если ставка дисконта составляет 10 % годовых.

Задача 2. За какую сумму вы согласитесь продать участок земли, который приносит вам 10 тыс. тг. ежегодно, если известно, что сумма дисконта составляет 4 % годовых?

Задача 3. Сколько денег вы будете иметь на своем счете через 4 года, если сегодня купите облигацию стоимостью 100 тг. под 5 % годовых?

Задача 1: дисконтирование

$$PV=5000/(1+0,1)^2= 4132,231 \text{ тг}$$

Задача 2: Капитализированная

$$\text{стоимость} = 10000/0,04=250000 \text{ тг}$$

Задача 3: Компаундинг $\Sigma \text{ ints}$

$$=100*(1+0,05)^4-100= =21,5506 \text{ тг}$$

Расчет разных процентов

- $$P_n = P(1+i_1)*(1+i_2)*(1+i_3).....(1+i_n)$$

Задача 1: Стоимость простой акции 1000 тг., АО начисляет в 1-ый год - 10%, 2-ой - 9% , 3-й год – 8% дивидендов, по истечению 3-х лет какая сумма набирается на вашем счете?

Расчет разных %ов

- Задача1:
- $P_n = 1000 * (1 + 10\%) * (1 + 9\%) * (1 + 8\%) = 1294,92 \text{ ТГ}$

Капитализация

- $$P_n = P^* \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn}$$

m – кол.во капитализации

Задача 2: АО выпустила облигацию стоимостью 1000 тг., под 9,5% годовых, АО начисляют проценты каждые пол года. По истечению 3-х лет какая сумма накапливается на счете?

Задача 3: Инвестор купил облигацию за 2000 тг. под 8% годовых, эмитент начисляет проценты каждый квартал. По истечению 3-х лет какая сумма накапливается на счете?

Капитализация

- $P_n = P * (1 + i/m)^{mn}$
- Задача2:
 $P_n = 1000 * (1 + 0,095/2)^{2 * 3} = 1321,065$ тг
- Задача3:
 $P_n = 2000 * (1 + 0,08/4)^{4 * 3} = 2536,484$ тг

Эффективная процентная ставка

- $$i \text{ (эфф)} = \left(\left(1 + \frac{i}{m} \right)^m \right) - 1$$

Задача 4: Эмитент начисляет 10% годовых по своим облигациям, начисление процентов осуществляется 2 раза в год. Необходимо найти эфф. % ставку?

Задача 5: Эмитент начисляет 10% годовых по своим облигациям, начисление процентов осуществляется каждый квартал. Необходимо найти эфф. % ставку?

Эффективная процентная ставка

- Задача4:
- $i(\text{эфф}) = ((1 + 10\%/2)^2) - 1 = 0,1025$ или 10,25%
- Задача5:
- $i(\text{эфф}) = ((1 + 10\%/4)^4) - 1 = 0,1038$ или 10,38%

Эффективная процентная ставка №2

- $$i \text{ (эфф.)} = \left(\left(1 + i \frac{t}{\text{база}} \right)^{\frac{\text{база}}{t}} \right) - 1$$

t – период фин.операции

Задача 6: Прибыль по фин.инструменту 10%, погашение по инструменту производится через 270 дней, база 365 дней. Необходимо найти эфф. % ставку?

Задача 7: Прибыль по фин.инструменту 5,4%, погашение по инструменту производится через 50 дней, база 365 дней. Необходимо найти эфф. % ставку?

Эффективная процентная ставка №2

- Задача6:
- $i(\text{эфф}) = ((1 + 10\% * (270/365))^{(365/270)}) - 1 =$
- Задача7:
- $i(\text{эфф}) = ((1 + 5,4\% * (50/365))^{(365/50)}) - 1 =$

Эффективная процентная ставка №3

- $$i \text{ (эфф.)} = \left((1 + i_t)^{\frac{\text{база}}{t}} \right) - 1$$

Задача 8: Прибыль по фин.инструменту составляет 10% на 80 дней, база 365 дней. Необходимо найти эфф. % ставку?

Задача 9: Прибыль по фин.инструменту составляет 5,4% на 50 дней, база 365 дней. Необходимо найти эфф. % ставку?

Эффективная процентная ставка №3

- Задача8:
- $i_{эфф} = ((1+10\%)^{(365/80)}) - 1 =$
- Задача9:
- $i_{эфф} = ((1+5,4\%)^{(365/50)}) - 1 =$

Задача 10

Министерство финансов предлагает 3 вида облигации:

1) В год 10%, начисляют проценты раз в год

2) В год 9,9%, начисляют проценты каждый квартал

2) В год 9,8%, начисляют проценты каждый месяц

Какая облигация эффективная?

Задача 10

- 1) $1000 * (1 + 0,1/1)^1 = 1100$
- 2) $1000 * (1 + 0,099/4)^4 = 1102,736$
- 3) $1000 * (1 + 0,098/12)^{12} = 1102,524$
- Облигация под 9,9% начисляемые один раз в год самая эффективная среди предложенных

Расчет простого процента

- $$i = m * (\sqrt[m]{1 + i_{\text{эфф.}}} - 1)$$

Задача 11: Эфф. % - 8,16%, капитализация начисляется 2 раза в год. Найти: простую % ставку?

Задача 12 : Эфф. % - 8,77%, капитализация начисляется каждый квартал. Найти: простую % ставку?

Расчет простого процента

- Задача 11: $i =$

Расчет будущей суммы

- $$t = \left(\frac{Pt}{P} - 1\right) * 360 / i$$

Задача 13: Инвестор купил привилегированную акцию за 10 000 тг. под 10%, через какой промежуток времени на счету будет сумма равная 10 500 тг.?

Задача 14: Инвестор купил привилегированную акцию за 10 000 тг. под 9%, через какой промежуток времени на счету будет сумма равная 11 881 тг.?

Расчет будущей суммы

- Задача 13:
- $t = (10500/10000 - 1) * 360 / 10\% = 180$ дней
- Задача 14:
- $t = (11881/10000 - 1) * 360 / 9\% = 752,4$ дней

Оценка риска актива

В качестве численного показателя риска актива могут использоваться следующие показатели:

- ожидаемая доходность;
- стандартное отклонение;
- коэффициент вариации.

Ожидаемую доходность (r) по каждому активу, являющуюся одной из важнейших характеристик эффективности инвестиций. Для ее расчета используется следующая формула:

$$r = P_1 * r_1 + P_2 * r_2 + \dots + P_n * r_n = \sum P_i * r_i$$

Где, r_i – один из возможных исходов,

P_i – вероятность наступления исхода i ,

i – общее число возможных исходов.

Стандартное отклонение

- $$\sigma = \sqrt{\sum P_i * (r_i - r)^2}$$

КОЭФФИЦИЕНТА ВАРИАЦИЙ (VAR),

который рассчитывается как отношение стандартного отклонения к ожидаемой доходности:

$$Var = \frac{\sigma}{r}$$

Задача 1. Рассчитать показатели риска активов А и В, если известна следующая информация:

Таблица 1 – Вероятностные распределения доходности акций А и В.

Спрос	Вероятность Р	Доходность Акции, %	
		А	В
Высокий	0,3	100	20
Средний	0,4	15	15
Низкий	0,3	-70	10

Решение

1) На первом этапе рассчитываем ожидаемую доходность активов А и В:

- $r_A = 0,3 \cdot 100 + 0,4 \cdot 15 + 0,3 \cdot (-70) = 30 + 6 - 21 = 15$

- $r_B = 0,3 \cdot 20 + 0,4 \cdot 15 + 0,3 \cdot 10 = 6 + 6 + 3 = 15$

2) на втором этапе рассчитываем стандартное отклонение актива А и В,

$$\sigma_A = \sqrt{0,3 \cdot (100 - 15)^2 + 0,4 \cdot (15 - 15)^2 + 0,3 \cdot (-70 - 15)^2} = 65,84$$

$$\sigma_B = \sqrt{0,3 \cdot (20 - 15)^2 + 0,4 \cdot (15 - 15)^2 + 0,3 \cdot (10 - 15)^2} = 3,87$$

$$Var_A = \frac{\sigma_A}{r_A} = \frac{65,84}{15} = 4,39$$

$$Var_B = \frac{\sigma_B}{r_B} = \frac{3,87}{15} = 0,26$$

Задача 2. Проведите анализ риска актива. Какой актив имеет наибольшую привлекательность для инвестора?

Состояние экономики	Вероятность	Прогнозируемая доходность, %	
		A	B
Глубокий спад	0,1	-20	-30
Умеренный спад	0,2	0	-10
Среднее состояние	0,4	10	0
Умеренное оживление	0,2	30	40
Быстрый подъем	0,1	50	60