

Назначение и описание критерия Фишера

Критерий Фишера предназначен для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта.

Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект.

Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла, который измеряется в радианах

- Большой процентной доле будет соответствовать больший угол φ , а меньшей доле - меньший угол, но соотношения здесь не линейные: $\varphi = 2 \cdot \arcsin(\sqrt{P})$, где P - процентная доля, выраженная в долях единицы.
- При увеличении расхождения между углами φ_1 и φ_2 и увеличении численности выборок значение критерия возрастает. Чем больше величина φ^* , тем более вероятно, что различия достоверны.

Графическое представление критерия

- Метод углового преобразования несколько более абстрактен, чем остальные критерии.
- Формула, которой придерживается Е.В. Гублер при подсчете критерий φ^* , предполагает, что 100% составляют угол $\varphi=3,142$, т.е. округленную величину $\text{Пи}=3,14159\dots$ Это позволяет нам представить сопоставляемые выборки в виде двух полукругов. Каждый из которых символизирует 100% численности своей выборки. Процентные доли испытуемых с «Эффектом» будут представлены как секторы, образованные разными углами φ

иллюстрирующие Пример 1. В первой выборке 60% испытуемых решили задачу. Этой процентной доле соответствует угол $\varphi=1,772$. Во второй выборке 40% испытуемых решили задачу. Этой процентной доле соответствует угол $\varphi=1,369$.



Рис 5.2. Графическое представление углов, образованных процентными долями испытуемых, решивших задачу в группе 1 (слева) и в группе 2 (справа), отсчет углов идет справа налево

Критерий φ^* позволяет определить, действительно ли один из углов статистически достоверно превосходит другой при данных объемах выборок.

где P - процентная доля, выраженная в долях единицы (см. Рис. 5.1).

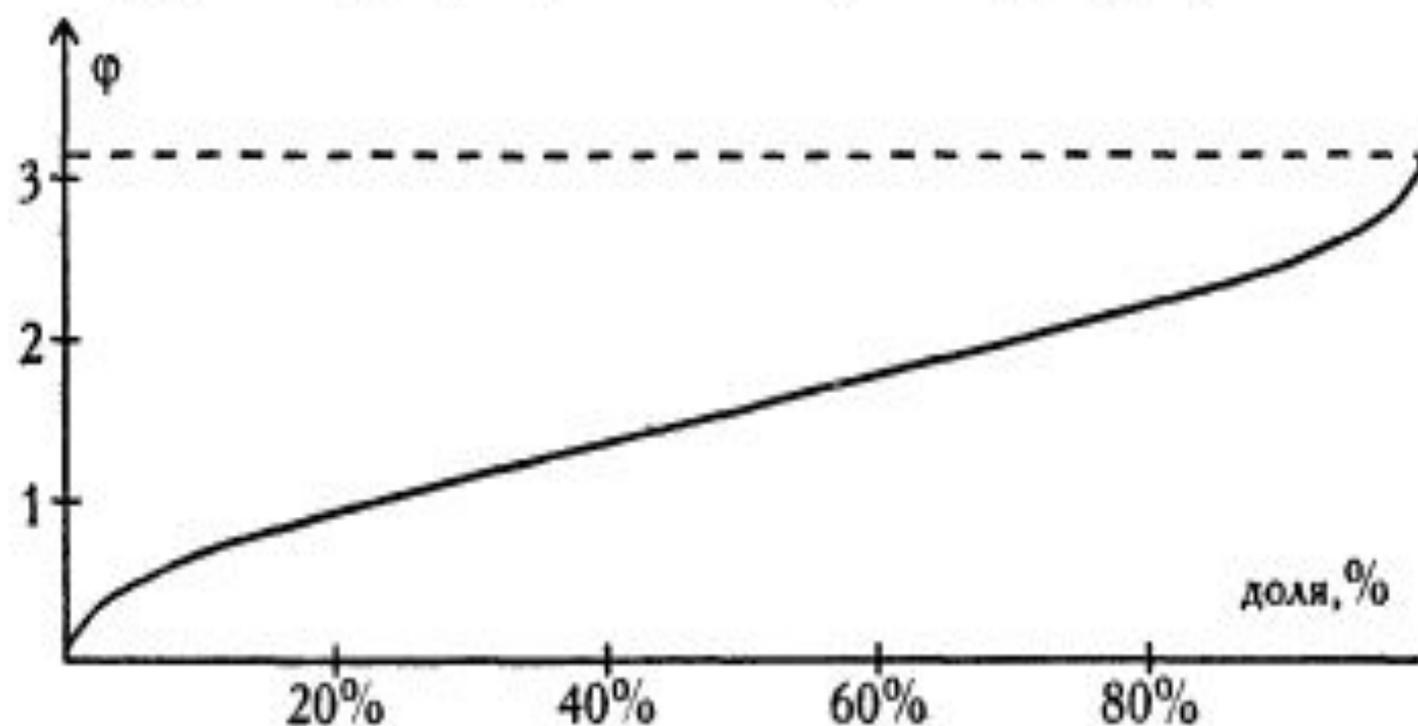


Рис 5.1 График зависимости угла φ от процентной доли

Ограничения критерия Фишера

- 1. Ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю. Формально нет препятствий для применения метода φ в случаях, когда доля наблюдений в одной из выборок равна 0. Однако в этих случаях результат может оказаться неоправданно завышенным (Гублер Е.В., 1978, с. 86).
- 2. Верхний предел в критерии φ отсутствует - выборки могут быть сколь угодно большими.

- Нижний предел - 2 наблюдения в одной из выборок. Однако должны соблюдаться следующие соотношения в численности двух выборок:
- а) если в одной выборке всего 2 наблюдения, то во второй должно быть не менее 30: $n_1=2 \rightarrow n_2 \geq 30$;
- б) если в одной из выборок всего 3 наблюдения, то во второй должно быть не менее 7: $n_1=3 \rightarrow n_2 \geq 7$;
- в) если в одной из выборок всего 4 наблюдения, то во второй должно быть не менее 5: $n_1=4 \rightarrow n_2 \geq 5$;
- г) при $n_1, n_2 \geq 5$ возможны любые сопоставления.

Гипотезы критерия Фишера

- **H₀**: Доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в выборке 1 не больше, чем в выборке 2.
- **H₁**: Доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в выборке 1 больше, чем в выборке 2.

- Допустим, нас интересует, различаются ли две группы студентов по успешности решения новой экспериментальной **задачи**. В первой группе из 20 человек с нею справились 12 человек, а во второй выборке из 25 человек - 10. В первом случае процентная доля решивших задачу составит $12/20 \cdot 100\% = 60\%$, а во второй $10/25 \cdot 100\% = 40\%$. Достоверно ли различаются эти процентные доли при данных n_1 и n_2 ?

Казалось бы, и "на глаз" можно определить, что 60% значительно выше 40%. Однако на самом деле эти различия при данных n_1, n_2 недостоверны.

Проверим это. Поскольку нас интересует факт решения задачи, будем считать "эффектом" успех в решении экспериментальной задачи, а отсутствием эффекта - неудачу в ее решении.

- Сформулируем гипотезы.
- H_0 : Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе не больше, чем во второй группе.
- H_1 : Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе больше, чем во второй группе. Теперь построим так называемую четырехклеточную, или четырехполь- ную таблицу, которая фактически представляет собой таблицу эмпирических частот по двум значениям признака: «есть эффект» – «нет эффекта».

В четырехклеточной таблице, как правило, сверху размечаются столбцы «Есть эффект» и «Нет эффекта», а слева – строки «1 группа» и «2 группа». Участвуют в сопоставлениях, собственно, только процентные доли по столбцу «Есть эффект».

Группы	"Есть эффект" задача решена			"Нет эффекта" задача не решена		Суммы	
	Количество испытуемых	% доля		Количество испытуемых	% доля		
1 группа	12	(60%)	А	8	(40%)	Б	20
2 группа	10	(40%)	В	15	(60%)	Г	25
Суммы	22			23			45

Теперь подсчитаем эмпирическое значение φ^* по формуле:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

где φ_1 - угол, соответствующий большей % доле;

φ_2 - угол, соответствующий меньшей % доле;

n_1 - количество наблюдений в выборке 1;

n_2 - количество наблюдений в выборке 2.

В данном случае:

$$\varphi^*_{\text{эмп}} = (1,772 - 1,369) \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 25}{20 + 25}} = 0,403 \cdot \sqrt{11,11} = 1,34$$

По Табл. XIII Приложения 1 определяем, какому уровню значимости соответствует $\varphi^*_{\text{эмп}} = 1,34$:

$$p = 0,09$$

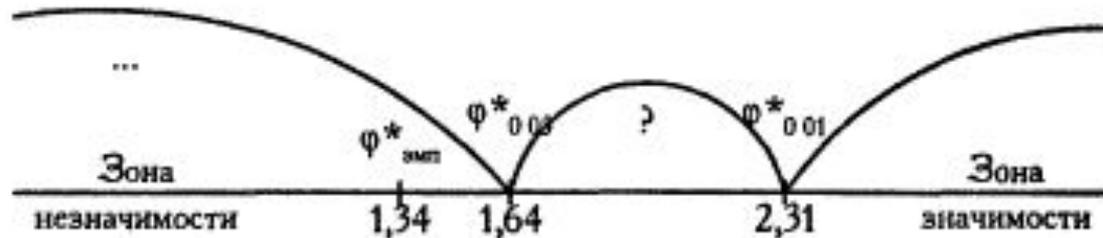
Можно установить и критические значения φ^* , соответствующие принятым в психологии уровням статистической значимости:

$$\varphi^*_{\text{кр}} = \begin{cases} 1,64 (p \leq 0,05) \\ 2,31 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$$\varphi_{\text{эмп}} = 1,34$$

$$\varphi_{\text{эмп}} < \varphi_{\text{кр}}$$

Построим "ось значимости".



- Полученное эмпирическое значение φ^* находится в зоне незначимости.
- Ответ: H_0 принимается. Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе не больше, чем во второй группе.