

# От идеи к исследованию, или от учебно-исследовательской деятельности к научно-исследовательской, или связь между организационными формами, олимпиадными методами технологиями и методологией научного творчества



**Б.В. Задворный,**  
заместитель декана ФПМИ БГУ



# Результаты и успехи Республики Беларусь на международном уровне – 2010-2018

## ІТҮМ – Международные турниры юных математиков (всего состоялось 10 турниров)

15 медалей за 11 лет существования турнира – «более чем 100% результат»:

- семь дипломов I степени (золотые медали),
- четыре диплома II степени (серебряные медали),
- четыре диплома III степени (бронзовые медали)!

*В 2016-2019 гг. в турнирах принимали участие по две команды Республики Беларусь – и **ВСЕ с МЕДАЛЯМИ***

# Успехи на ИТЮМ



# Результаты и успехи на международном уровне – 2010-2019

**ICYS** – Международные конференции юных ученых  
(постоянно участвуют более 25 стран)

2010 – 4 диплома команды Республики Беларусь – 100% результат

2011 – 5 дипломов команды Республики Беларусь – 100% результат:

2012 – 3 диплома команды Республики Беларусь – 60% результат (но все работы по математике и информатике получили дипломы !!!)

2013 – 3 диплома команды Республики Беларусь – 100% результат

*Примечание.* В 2014 году наша команда на конференции ICYS не выступала.

2015 – 6 дипломов команды Республики Беларусь – 100% результат

2016 – 6 дипломов команды Республики Беларусь – 100% результат

2017 – 4 диплома команды Республики Беларусь – 100% результат

2018 – 2 диплома команды Республики Беларусь – 50% результат (т.е. два диплома на четыре работы, но именно по математике и информатике !!!)

**2019 – 7 дипломов** на 6 участников команды Республики Беларусь – 100% рез-тат (2 золотые медали, 1 серебряная, 2 бронзовые и 2 за стендовое представление)

# Успехи на ICYS - 2019

В том числе,

участник из  
Витебска:

**Нефёдов Илья  
Игоревич** (8  
класс гимназии  
№ 1 г.Витебска)

- серебряная  
медаль !

И два участника из  
Гомеля:

**Печёнкин Александр  
Алексеевич** (11  
класс, гимн. 71) и

**Роуба Роман  
Юрьевич** (11  
класс, СШ № 44)

- оба золотые  
медали !



# Деятельность исследовательского характера учащихся **РАЗВИВАЕТ!**

- ❖ 1. ГЛОБАЛЬНО: умение проводить исследовательскую (творческую, **изобретательскую, аналитическую, поисковую**) **работу**;
- ❖ 2. **умение написать работу или статью** – грамотно, лаконично и логично, ясно и доходчиво оформить результаты и обоснования! (а ведь дети писать и выражать свою мысль на бумаге постепенно разучиваются);
- ❖ 3. отсюда дополнительно – трудолюбие и настойчивость;
- ❖ 4. **умение сделать доклад**: доходчиво и убедительно представить результаты в устной речи (а говорить дети тоже разучиваются);
- ❖ 5. умение оценить работу другого автора, в частности, умение дать письменный отзыв, (по крайней мере в математике это уже **есть!**);
- ❖ 6. умение грамотно, убедительно и этично вести дискуссию;

# Деятельность исследовательского характера учащихся **РАЗВИВАЕТ!**

- ❖ 7. умение оценить дискуссию других «спорящих», смело высказать свою позицию и аргументы в пользу одного из них;
- ❖ 8. **умение решать самостоятельно**;
- ❖ 9. **умение работать в команде**;
- ❖ 10. умение проявлять инициативу, смелость и свое видение, находчивость и изобретательность (скажем в постановке задачи, если необходимо придать свое направление в общей идее задачи, найти может и более простые, но реальные и интересные продвижения и обобщения в сложной и(или) тупиковой задаче и т.п., изобрести свою постановку эксперимента, предложить необычную трактовку эксперимента (модель), быстро среагировать на ситуацию и т.п.);
- ❖ 11. глубокое общее научное мировоззрение, понимание взаимосвязи различных областей науки и практических приложений и проч.;
- ❖ 12. воспитание этики (и не только научной).

# Этапы исследовательской деятельности учащихся в трех ракурсах (аспектах):

1) в возрастном аспекте (самом простом):

*условное деление –*

- младшая школа (1 – 4 класс и «дошкольники»),
- средняя школа (5 – 7(8) класс),
- старшая школа (9(8) – 11 класс)



## 2) в уровнях исследовательской работы

(уровни исследовательской задачи – уровень сложности)

**Исследовать** (с точки зрения науки) – подвергать научному изучению (см. «Словарь русского языка» С.И. Ожегова),

или по-другому: **исследовать** – это заниматься решением некоторой задачи, в результате чего получается новое (научное (!!)) знание.

**Отсюда названия:** научная задача, научное исследование или просто исследование, научно-исследовательская работа.

**Пока не касаемся младшей школы, но ...!**

## **Учебно-исследовательская задача**

– это задача, несущая в своей постановке элементы и необходимость исследования (т.е. получение знания), **но сама задача является известной по результатам, приложениям, методам решения, т.е. не предполагает получение нового знания** в общечеловеческом масштабе.

*Другими словами:* **учебно-исследовательская задача – известная задача для определенных лиц**, в частности, для руководителя, который с помощью такой задачи имитирует для ученика процесс исследования (играет в исследование).

## **Исследовательская задача**

– это действительно задача для исследования, т.е. **результатом ее решения будет новое знание**: ни решение, ни результат в начале неизвестны никому, даже автору и руководителю; автор, если он достаточно опытен, может разве лишь достаточно четко и с большой степенью уверенности строить гипотезы (предполагаемые результаты), видеть пути и методы ее решения, но даже автор не может говорить о их гарантированности, пока они не доказаны, обоснованы, проверены, апробированы и т.п.

**Но ...!**

## **Научно-исследовательская задача**

Но в отличие от *научно-исследовательской задачи*, результатом решения которой является **новое научное знание**, знание, полученное от решения исследовательской задачи не несет в себе, вообще говоря, теоретической или практической ценности (можно сказать, **научной ценности в общечеловеческом масштабе**).

# Четкой грани между уровнями исследовательской работы

нет, Примеры:

)Магический квадрат:

5	1	9
3	8	4
7	6	2

2) Теорема Ферма: уравнение  $x^n + y^n = z^n$ , неразрешимо в натуральных числах

(при  $n > 2$ )

3) Задача о переливаниях

### 3) в требуемых навыках и знаниях

(в фундаменте – на чем основано и что требуется (?!))

Возраст	На чем основаны исследования	Что развивает	Уровень исследовательской задачи
1 – 4 классы	На наглядно-интуитивных рассуждениях – по сути не базируется на каких-то теоретических знаниях и практических навыках	Умение наблюдать, собирать статистику, делать выводы, первые презентации и доклады	<b>Наглядно-исследовательский</b>
5 – 7 (8 и даже 9) классы	По сути школьные знания	Первые самостоятельные опыты, доказательства, формулировки теорем и т.п.	Учебно-исследовательский, первые попытки исследовательского
10 (9) – 11 классы	Для решения серьезных задач уже требуются знания и навыки, зачастую выходящие за рамки школьной программы	Реальное научное исследование, самостоятельное оформление работы и защита	Исследовательский уровень, в отдельных (!!!) случаях – научно-исследовательский

# Подведем итоги:

	<b>Этапы (уровни) исследовательской работы в различных аспектах</b>	
<b>1) Возрастной</b>	<b>2) Уровни исследовательской работы (задачи)</b>	<b>3) Уровни теоретических знаний и практических навыков (фундамент)</b>
1-4 классы	Наглядно исследовательский	Базируется на наглядно- интуитивных рассуждениях
5-7(8) классы	Учебно-исследовательский <b>(редко исследовательский, в чем проблемы ??!)</b>	Базируется по сути на школьных знаниях
10-11 классы (изредка 9 класс)	Исследовательский, <b>в наиболее успешных случаях – научно-исследовательский</b>	<b>Базируется на дополнительных знаниях, полученных от олимпиадной тренировки, на различных сборах, в летних научных школах и т.п.</b>
	<b>О роли учителя и руководителя вообще!!</b>	<b>О системе мероприятий !!</b>

## СИСТЕМА мероприятий

- ❖ От научно-популярных конкурсов («Мы – наследники Пифагора», математические и другие брейн-ринги, КВНы, Кенгуру, и проч.);
- ❖ Через олимпиады и тренировочные сборы,;
- ❖ И научные семинары, семинары по различным разделам современной математики, летние и другие научные школы и т.п.;
- ❖ К турнирам юных математиков (от региональных до международных);
- ❖ И к научным конференциям (конкурсы исследовательских работ);

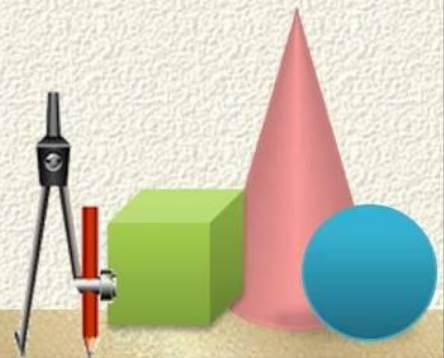


# Открытый гимназический турнир юных математиков «Математический Олимп»

Место проведения:

Государственное учреждение образования

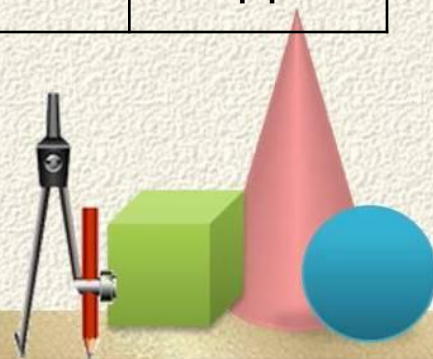
«Гимназия №51 г. Гомеля»



# Программа турнира

- 1. Командная мини-олимпиада
- 2. Математические бои
- В основном случае трехкомандного боя порядок смены ролей, исполняемых командами в последовательных раундах, определяется следующей *схемой боя*.

Команды	Раунды		
	1	2	3
Команда 1	Д	Р	О
Команда 2	О	Д	Р
Команда 3	Р	О	Д



# Задания командной олимпиады

- II Гимназический турнир юных математиков
  - «Математический Олимп»
  - «Математическая карусель»
- Задания командной экспресс-олимпиады
  - 1 тур

- 1. Найдите все двузначные числа, большие суммы своих цифр в 7 раз.
- 2. Дядя Фёдор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Фёдором и котом, то кот станет крайним слева. В каком порядке они сидят?
- 3. Как одним прямолинейным разрезом рассечь два лежащих на сковороде квадратных блина на две равные части каждый?
- 4. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить вверх орлом?

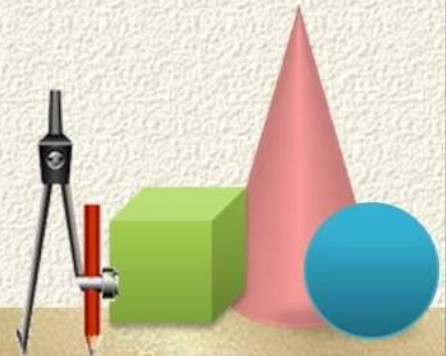
**ДАВАЙТЕ СРАВНИМ с Минским !!!**



# Обобщения 4-й задачи !!!

(см. Международный математический Турнир Городов, 6-7 класс,  
базовый вариант, 7 октября 2012 года)

- а) На столе стоят 8 перевёрнутых стаканов. Разрешается одновременно переворачивать любые 7 стаканов. Можно ли добиться, чтобы все стаканы стояли правильно?
- б) Та же задача, но всего стаканов 2012, а переворачивать разрешается 2011.
- в) Та же задача, но всего стаканов 2013, а переворачивать разрешается 2012.

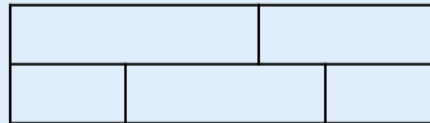


## Последние задачи = примеры дискуссий

1.1. В седьмом классе некоторой школы каждый мальчик дружит с 5-ю девочками и 6-ю мальчиками, а каждая девочка дружит с 6-ю мальчиками и 5-ю девочками. А) Сколько школьников учится в этом классе, если известно, что их не более тридцати? Б) А если их не более 35?

1.2. Дана фигура, состоящая из 16 отрезков (см. рис.). Докажите, что нельзя провести ломаную, пересекающую каждый из отрезков ровно один раз. (Ломаная может быть незамкнутой и самопересекающейся, но ее вершины не должны лежать в вершинах, а стороны – проходить через вершины фигуры.)

Рис.



2. Клетки таблицы  $7 \times 5$  заполнены числами так, что в каждом прямоугольнике  $2 \times 3$  (вертикальном или горизонтальном) сумма чисел равна нулю. Заплатив 100 рублей, можно выбрать любую клетку и узнать, какое число в ней записано. Какого наименьшего числа рублей хватит, чтобы наверняка определить сумму всех чисел таблицы?

# Исследовательская работа по теме:

## «Переливания 1. Классическая задача о переливаниях»

Работу выполнил:  
Розенберг Максим  
Ученик 8 «Д» класса  
Средней школы № 41  
г. Минска

«СОК Бригантина-2010»

# Введение

3	5
0	0
3	0
0	3
3	3
1	5
1	0
0	1
3	1
0	4
3	4
2	5
2	0
0	2
3	2
0	5
0	0

**Исходная постановка:** даны сосуды объемом 3 и 5 литров. Можно ли при помощи этих сосудов набрать 4 литра воды?

А 2 литра? 1 литр?

**Общая постановка:** 1) даны сосуды объемом  $a$  и  $b$  литров. Найти все значения  $c$  литров, которые можно налить при помощи этих сосудов (т.е. найти множество  $\{c$  таких, что  $\dots\}$ ).

# Введение

3	5
0	0
3	0
0	3
3	3
1	5
1	0
0	1
3	1
0	4
3	4
2	5
2	0
0	2
3	2
0	5
0	0

Общая постановка: 2) как получить заданное значение с литров (алгоритм)?

3) как быстрее получить заданное значение с литров (оптимальность)?



# Основные понятия, определения и обозначения

3	5
0	0
3	0
0	3
3	3
1	5
1	0
0	1
3	1
0	4
3	4
2	5
2	0
0	2
3	2
0	5
0	0

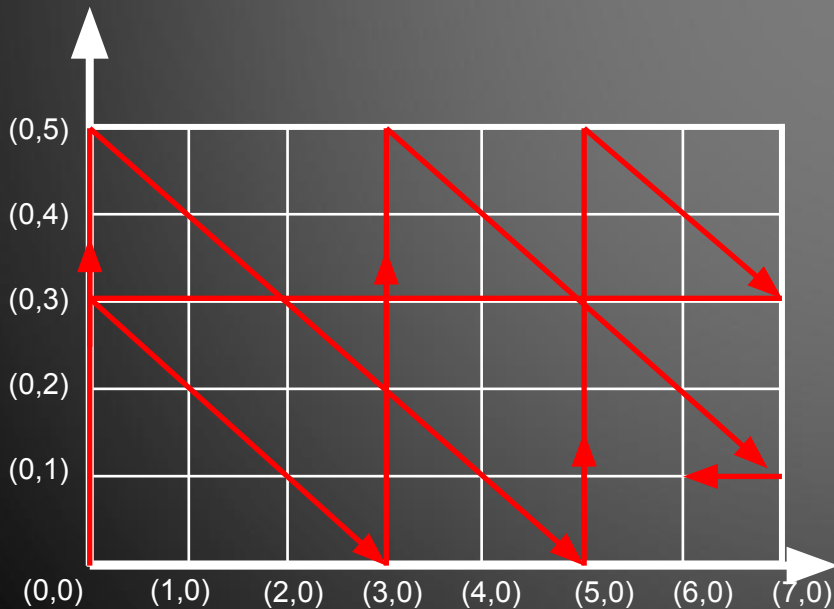
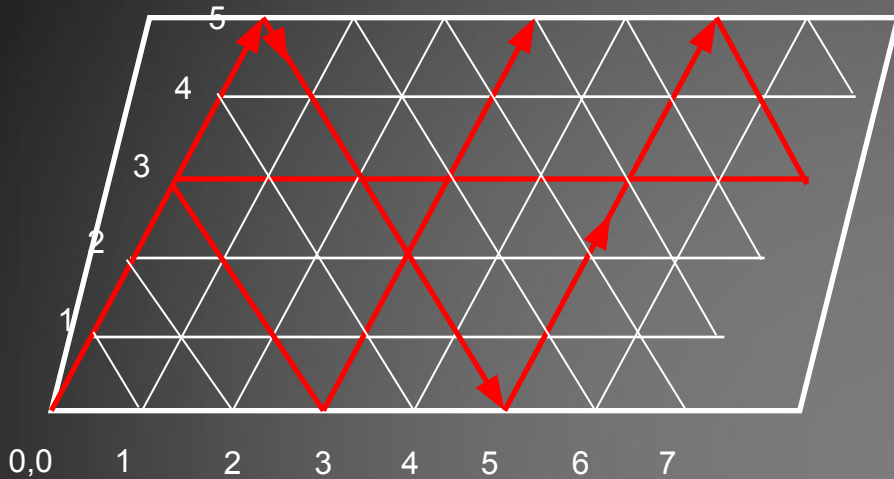
- Система сосудов  $[a;b]$
- Состояние системы  $(l;m)$
- Элементарная операция
- Цикл
- Длина цикла
- Миницикл
- Длина миницикла
- Структура цикла

# Основные методы исследования

5	7		
0	0		
5	0		
0	5		
5	5		
3	7		
3	0		
0	3		
5	3		
1	7		
1	0		
0	1	0	4
5	1	5	4
0	6	2	7
5	6	2	0
0	6	0	2
5	6	5	2
4	7	0	7
4	0	0	0

- Табличный
- Геометрический  
(графический)
- Теория чисел  
(диофантовы уравнения,  
числовые функции)
- Алгебра (кольцо целых  
чисел)

# Основные методы исследования



- Табличный
- Геометрический (графический)
- Теория чисел (диофантовы уравнения, числовые функции)
- Алгебра (кольцо целых чисел)

## 1. Как переливать!

5	7		
0	0		
5	0		
0	5		
5	5		
3	7		
3	0		
0	3		
5	3		
1	7	0	4
1	0	5	4
0	1	2	7
5	1	2	0
0	6	0	2
5	6	5	2
4	7	0	7
4	0	0	0

При переливаниях с сосудами **a** и **b** имеют смысл лишь постоянные последовательные переливания из сосуда **a** в сосуд **b**, а не «комбинированные» переливания, т.е. такие, когда несколько раз переливаем из одного сосуда во второй, а потом из второго в первый - смысла не имеют.

## Результаты

2. Какие объемы сосудов имеет смысл рассматривать?

$$\text{НОД}(a; b) = 1$$

Иначе, если  $a = sd$  и  $b = fd$ ,  
то  **$s$**  обязательно кратно  **$d$**

### 3. Какое кол-во литров можно получить при данных 2-ух объемах?

Если  $\text{НОД}(a; b) = 1$ , то можно получить любое значение  $c$  литров, где  $0 < c < b$ .

**Примечание.** Случаи  $c = 0$ ,  $c = a$ ,  $c = b$ ,

очевидны и здесь не рассматриваются.

**Идея:** При любых  $c$ , существуют такие  $x$  и  $y$ , что  $ax - by = c$

# Результаты

4. Какова длина всего цикла?

$2(a+b)-1$  - число состояний

$2(a+b)-2$  - число  
элементарных операций  
(переливаний)

5. Как определить кол-во  
минициклов?

$b$  и  $a$

5	7		
0	0		
5	0		
0	5		
5	5		
3	7		
3	0		
0	3		
5	3		
1	7	0	4
1	0	5	4
0	1	2	7
5	1	2	0
0	6	0	2
5	6	5	2
4	7	0	7
4	0	0	0

# Результаты

6. Как определить точное минимальное кол-во операций до искомого кол-ва литров?

Структура цикла:

$A \rightarrow B: [2, 4, 4, 2, 4, 4, 2]$

$B \rightarrow A: [4, 4, 6, 4, 4]$

(Как получить и как использовать?)

5	7
0	0
5	0
0	5
5	5
3	7
3	0
0	3
5	3
1	7
1	0
0	1
5	1
0	6
5	6
4	7
4	0

0	4
5	4
2	7
2	0
0	2
5	2
0	7
0	0



# Результаты

6. Как определить точное минимальное кол-во операций до искомого кол-ва литров?

- 1)  $ax - by = c$
- 2)  $2(x+y)+1$   $c > a$  «сверху»  
 $2(x+y)-1$   $c < a$  «сверху»  
 $2(a+b-x-y)-1$  «снизу»

5	7
0	0
5	0
0	5
5	5
3	7
3	0
0	3
5	3
1	7
1	0
0	1
5	1
0	6
5	6
4	7
4	0

0	4
5	4
2	7
2	0
0	2
5	2
0	7
0	0

# Результаты

Таблица. Точное минимальное кол-во операций до искомого кол-ва литров?

С	A → B		B → A		S
	Номер состояния	Число переливаний	Номер состояния	Число переливаний	
	Через решения уравнения $ax - by = c$				
	$c < a$ $2(x + y) - 1$ $a < c < b$ $2(x + y) + 1$	$c < a$ $2(x + y) - 2$ $a < c < b$ $2(x + y)$	$c \neq a$ $2(a + b - x - y) - 1$ <i>номер состояния</i> $2(a + b - x - y) - 2$ <i>число переливаний</i>	$2(a + b) - 2$  $2(a + b) - 4$	
			Через решения уравнения $bt - as = c$		
			$2(t \lfloor b/a \rfloor + s) - 1$	$2(t \lfloor b/a \rfloor + s) - 2$	

## 7. Какова структура цикла?

$$2([\alpha k/b]-[\alpha(k-1)/b])+2$$

$$2([bk/a]-[b(k-1)/a])+2$$

## *Итоги*

Полностью исследован случай двух сосудов

## *Дальнейшие задачи*

Исследовать замкнутую систему 3-ех сосудов

Исследовать не замкнутую систему 3-ех сосудов

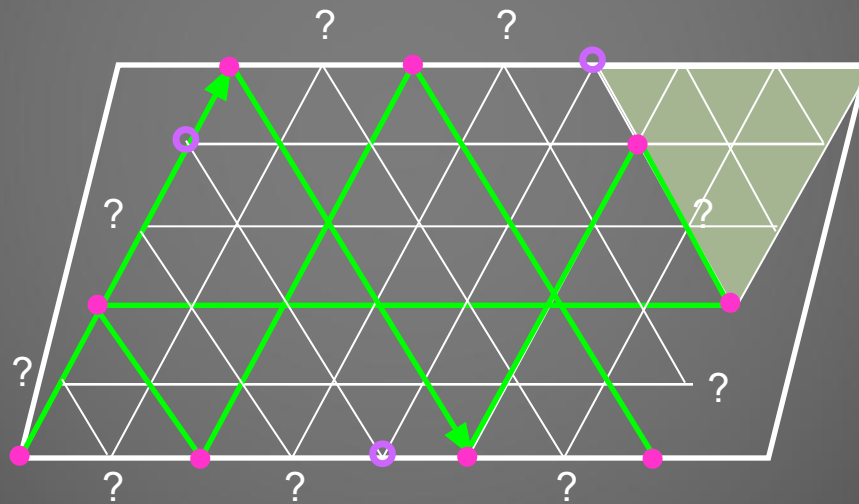
Исследовать  $n$ -мерную систему сосудов

# Дальнейшие задачи

Исследовать замкнутую систему 3-ех  
сосудов

Цикл (5, 7, 9)

5	7	9
0	0	9
5	0	4
0	5	4
4	5	0
2	7	0
2	0	7
0	2	7
5	2	2
0	7	2
0	0	4



# Дальнейшие задачи

Исследовать замкнутую систему 3-ех  
сосудов

Цикл (5, 7, 8)

5	7	8
0	0	8
5	0	3
0	5	3
3	5	0
1	7	0
1	0	7
0	1	7
5	1	2
0	6	2
2	6	0
1	7	0

