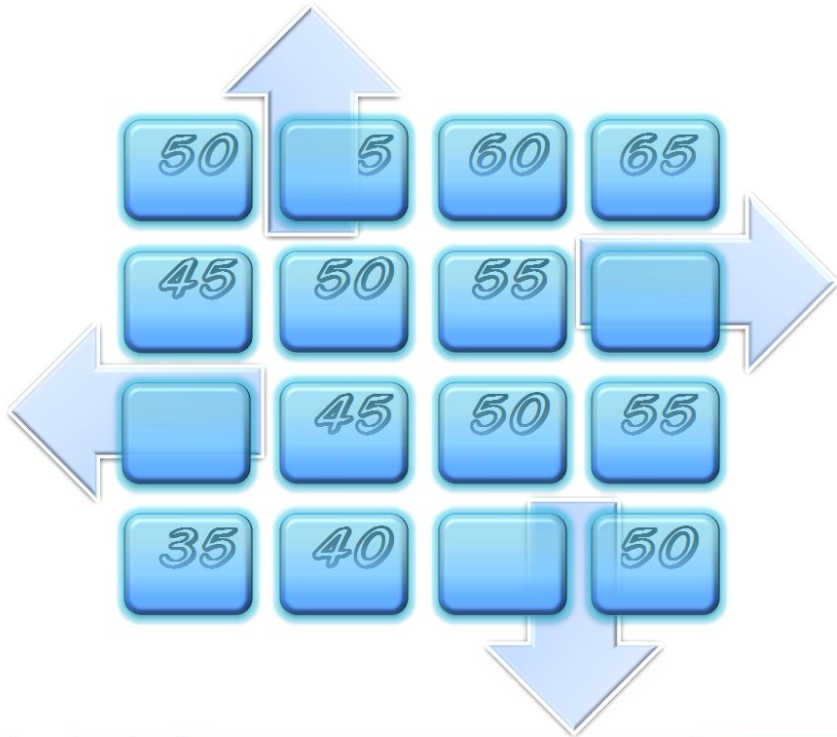


Гидродинамика флюидных систем и моделирование гидродинамических процессов



Лекция № 14
Управление
граничными
условиями численных
моделей

Кафедра гидрогеологии, инженерной геологии и
гидрогеоэкологии ИПР ТПУ
доцент Кузеванов К.И.

Примеры моделей

Задачи, приводящие к необходимости использования
численного моделирования

Основы пространственной и временной дискретизации
параметров численных моделей

Балансовый подход к организации прогнозных расчётов

Трёхточечный вычислительный шаблон как основа разработки
алгоритма
прогнозных расчётов на основе метода конечных разностей

Одномерная численная модель области фильтрации в среде ПК
EXCEL
(явная конечно-разностная схема)

Одномерная численная модель области фильтрации в среде ПК
EXCEL
(неявная конечно-разностная схема)

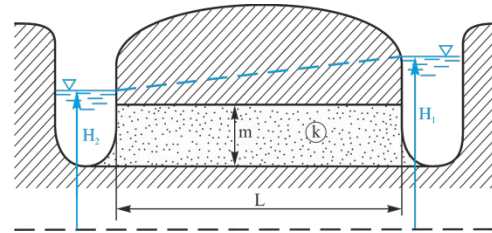
Граница первого рода

Граница второго рода

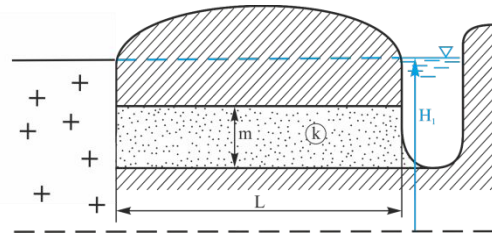
Граница третьего рода

Граница четвёртого рода

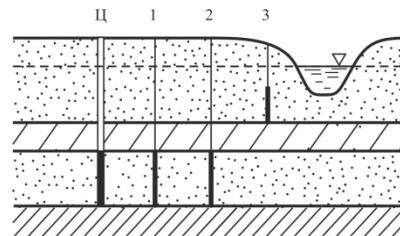
Граница первого рода



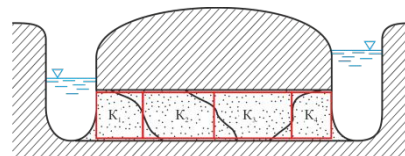
Граница второго рода



Граница третьего рода



Граница четвёртого рода



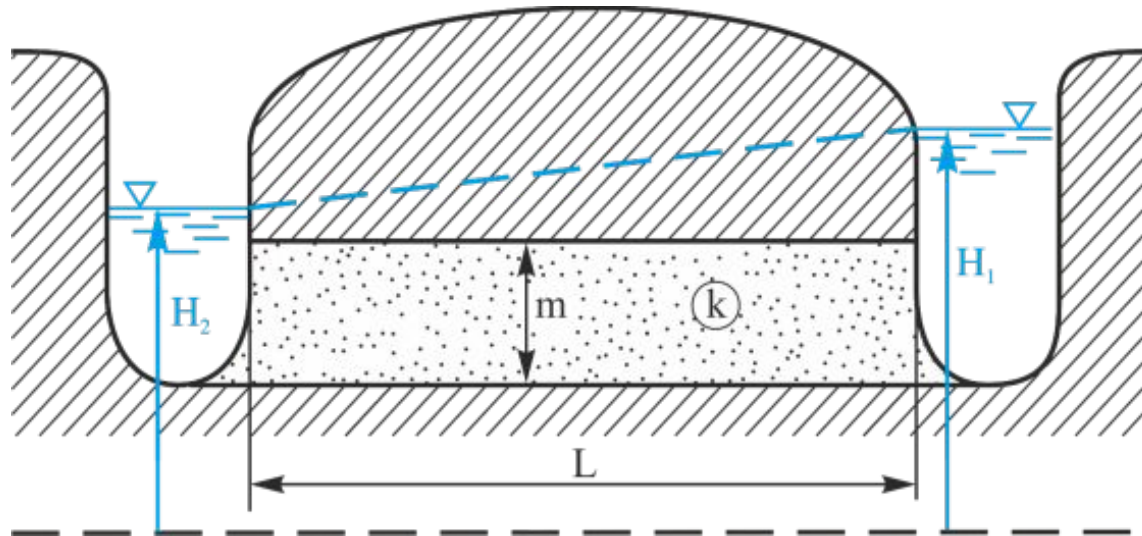
Граничные условия водоносных горизонтов

Граница первого рода

Питающая граница.

$$H = f(t) \quad \text{или} \quad H = const$$

Река с постоянным или изменяющимся во времени уровнем поверхностных вод, гидравлически связанных с водоносным горизонтом.



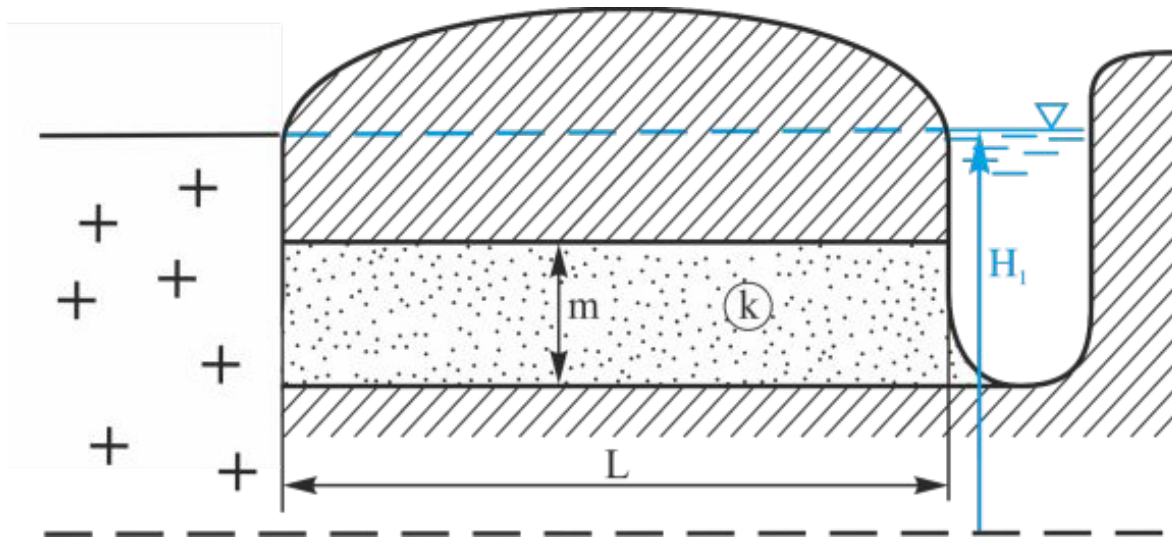
Граничные условия водоносных горизонтов

Граница второго рода

Граница с постоянным расходом (непроницаемая граница).

$$Q = f(t) \text{ или } Q = 0$$

Контакт с практически безводными породами, абсолютными водоупорами, выклинивание водовмещающих пород.



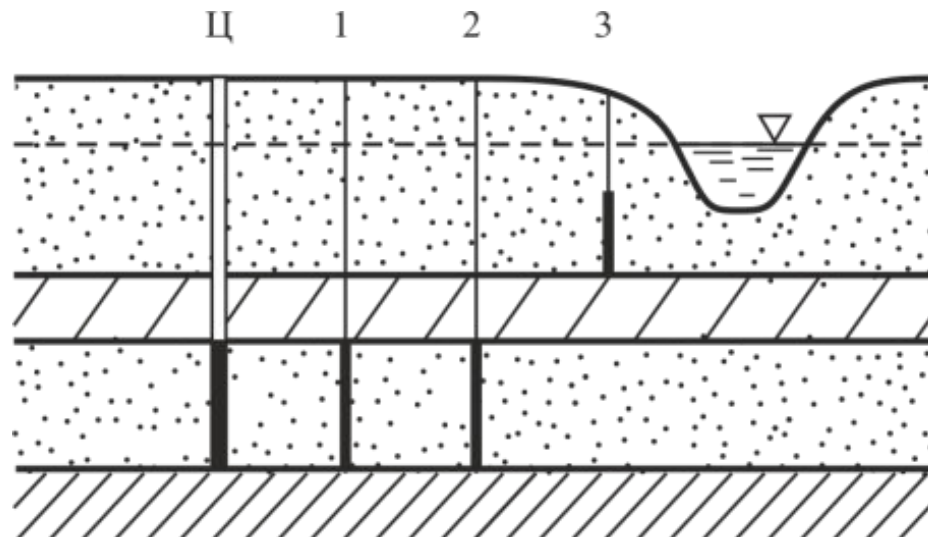
Граничные условия водоносных горизонтов

Граница третьего рода

Полупроницаемая граница.

$$Q_{\text{пер}} = f(\Delta H)$$

Расход перетекания пропорционален разности напоров в пластах, разделённых этой границей.



Граничные условия водоносных горизонтов

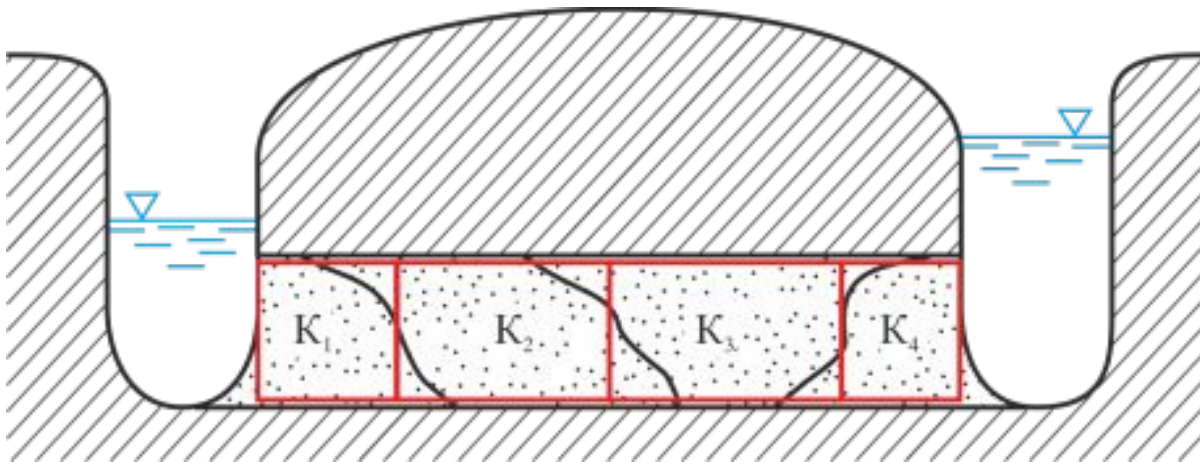
Граница четвёртого рода

Граница пород с различной проницаемостью.

$$q_1 = q_2;$$

$$H_1 = H_2;$$

Равенство напоров и расходов на границе контакта водовмещающих пород с различной проницаемостью.



Граничные условия водоносных горизонтов

Граница первого рода

определяют относительно простые гидрогеологические условия и могут быть учтены в аналитических расчётах

Граница второго рода

Граница третьего рода

определяют относительно сложные гидрогеологические условия и могут быть учтены при численном моделировании

Граница четвёртого рода

Классификация степени сложности гидрогеологических условий

Простые – условия залегания подземных вод простые, фильтрационные параметры и химический состав подземных вод **не изменяются** в пространстве и во времени

Сложные– условия залегания подземных вод сложные, фильтрационные параметры и химический состав подземных вод **изменяются** в пространстве и во времени

Очень сложные– условия залегания подземных вод сложные, фильтрационные параметры и химический состав подземных вод **очень сильно изменяются** в пространстве и во времени

Исключительно сложные – условия залегания подземных вод , фильтрационные параметры и химический состав подземных вод **уникальны** для данного водозаборного участка (месторождения минеральных вод)

Граничные условия водоносных горизонтов

В простых гидрогеологических условиях используют аналитические методы расчёта водозаборов

В сложных, но хорошо изученных условиях для расчёта водозаборов используют методы моделирования

Формулы для расчёта фильтрационного сопротивления

Фильтрационное
сопротивление

$$q = km \frac{H_1 - H_2}{L};$$

$$q = \frac{km}{L} (H_1 - H_2);$$

$$\Phi = \frac{L}{km};$$

Аналогия закона Дарси и закона Ома

$$q = \frac{1}{\Phi} (H_1 - H_2);$$

$$q = \frac{(H_1 - H_2)}{\Phi};$$

$$I = \frac{(U_1 - U_2)}{R};$$

Величина обратная фильтрационному
сопротивлению

$$\Phi_{i,i+1} = \frac{\Delta x_{i,i+1}}{T_{i,i+1}};$$

$$q_{i,i+1} = \frac{T_{i,i+1}}{\Delta x_{i,i+1}} (H_i - H_{i+1});$$

$$R_{i,i+1} = \frac{1}{\Phi_{i,i+1}} = \frac{T_{i,i+1}}{\Delta x_{i,i+1}};$$

Фильтрационные сопротивления и величины, обратные фильтрационным сопротивлениям

$$\Phi_{i,i+1} = \Phi_i + \Phi_{i+1};$$

$$\Phi_{i,i+1} = \frac{2T_{i+1}/\Delta x_i}{2T_i} + \frac{2T_i/\Delta x_{i+1}}{2T_{i+1}} = \frac{2T_{i+1}\Delta x_i + 2T_i\Delta x_{i+1}}{4T_i \times T_{i+1}};$$

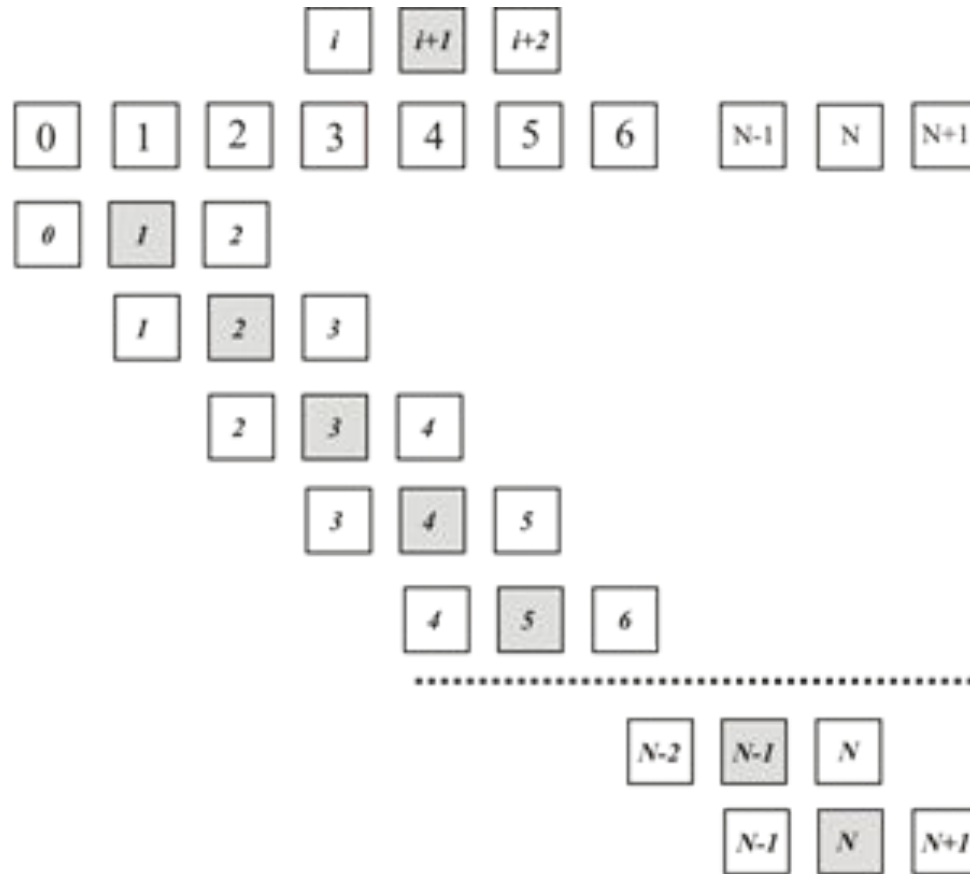
$$R_{i,i+1} = \frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1}\Delta x_i + T_i\Delta x_{i+1}}; \quad \text{по аналогии} \quad R_{i+1,i+2} = \frac{2T_{i+1} \times T_{i+2}}{T_{i+2}\Delta x_{i+1} + T_{i+1}\Delta x_{i+2}};$$

Расчётная формула балансового тождества с учётом величин, обратных фильтрационным сопротивлениям

$$\frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1}\Delta x_i + T_i\Delta x_{i+1}} (H_i - H_{i+1}) - \frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1}\Delta x_i + T_i\Delta x_{i+1}} (H_{i+1} - H_{i+2}) = \frac{\Delta x_{i+1} \times \mu \times \Delta H_{i+1}}{\Delta t};$$

Реализация граничных условий на внешних
контурах конечно-разностной сетки с
использованием фиктивных блоков

Схема применения трехточечного шаблона для N расчётных узлов конечно-разностной сетки



$0, N+1$ – номера фиктивных блоков;

Последовательный ход расчёта прогнозных напоров от узла к узлу

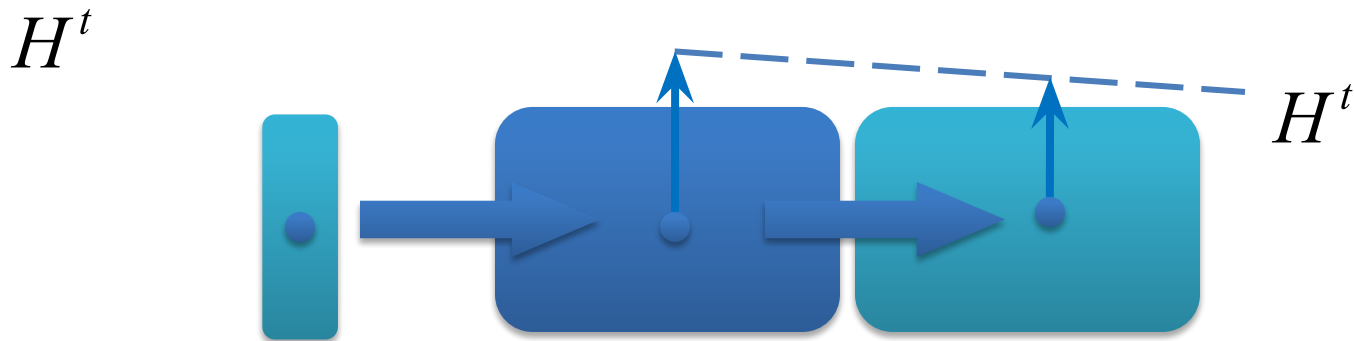
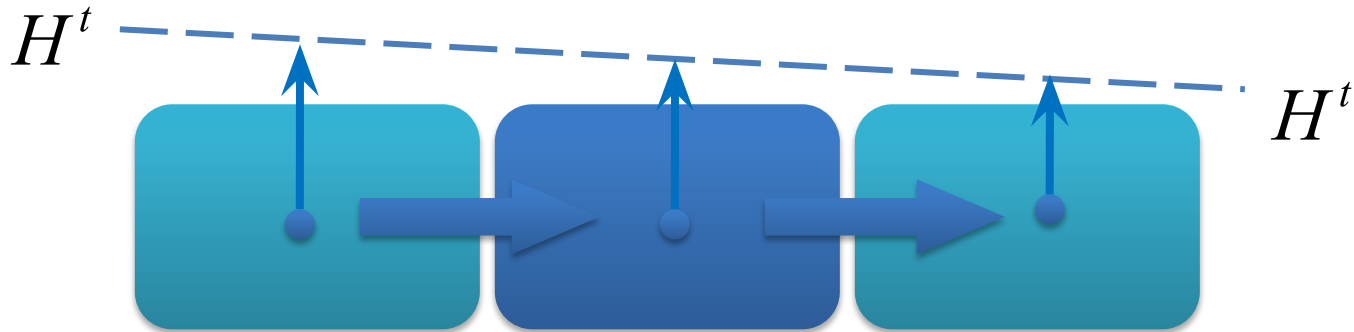
Показан закрашенными ячейками

Для задания граничных условий на внешнем контуре численной модели используется механизм фиктивных блоков.

В фиктивных блоках (в отличие от расчётных) расчёт балансового тождества **НЕ ВЫПОЛНЯЕТСЯ**, они используются для передачи напоров в первый (или последний) блок модели.

Если задать длину фиктивного блока равной нулю при ненулевом значении коэффициента фильтрации, то напор фиктивного блока будет передан без искажений на границу первого (или последнего) расчётного блока, на внешнем контуре области фильтрации будет реализовано граничное условие первого рода.

Схема использования фиктивного блока для задания внешней границы второго рода

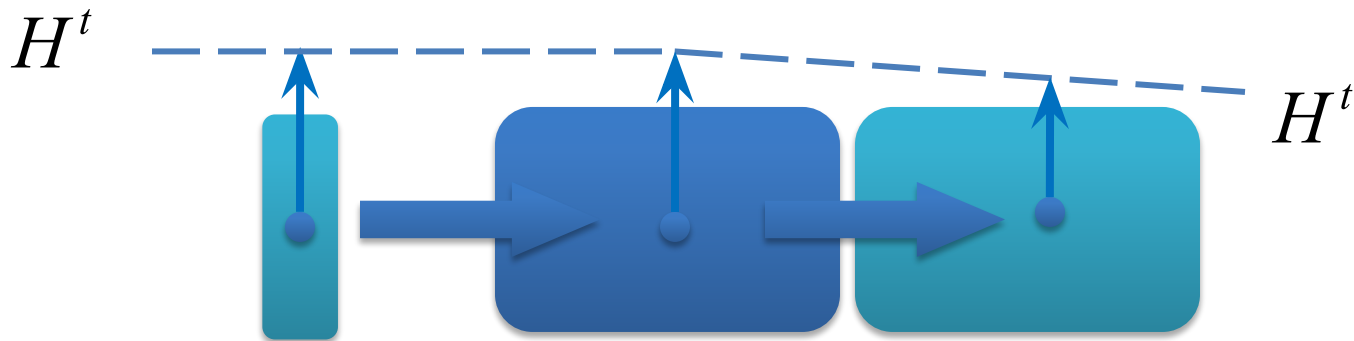
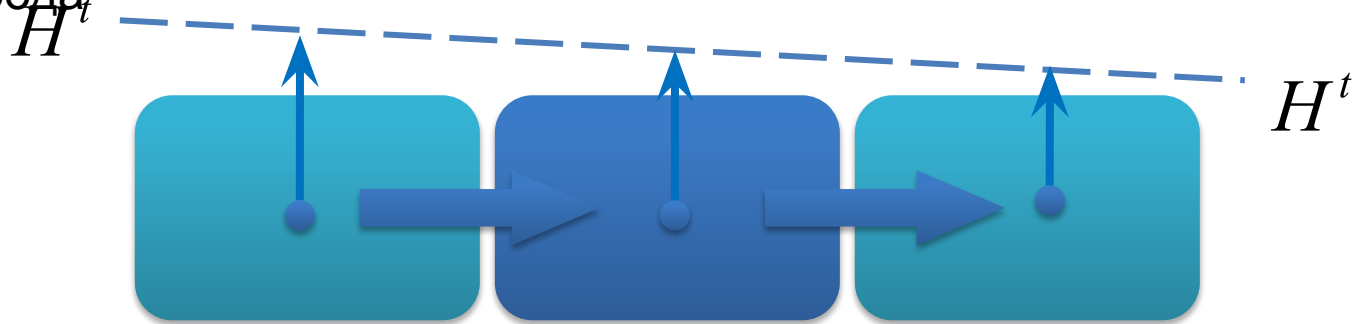


$$\Delta x \neq 0; k = 0;$$

$$\frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1} \Delta x_i + T_i \Delta x_{i+1}} (H_i - H_{i+1}) - \frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1} \Delta x_i + T_i \Delta x_{i+1}} (H_{i+1} - H_{i+2}) = \frac{\Delta x_{i+1} \times \mu \times \Delta H_{i+1}}{\Delta t};$$

Основы численного моделирования

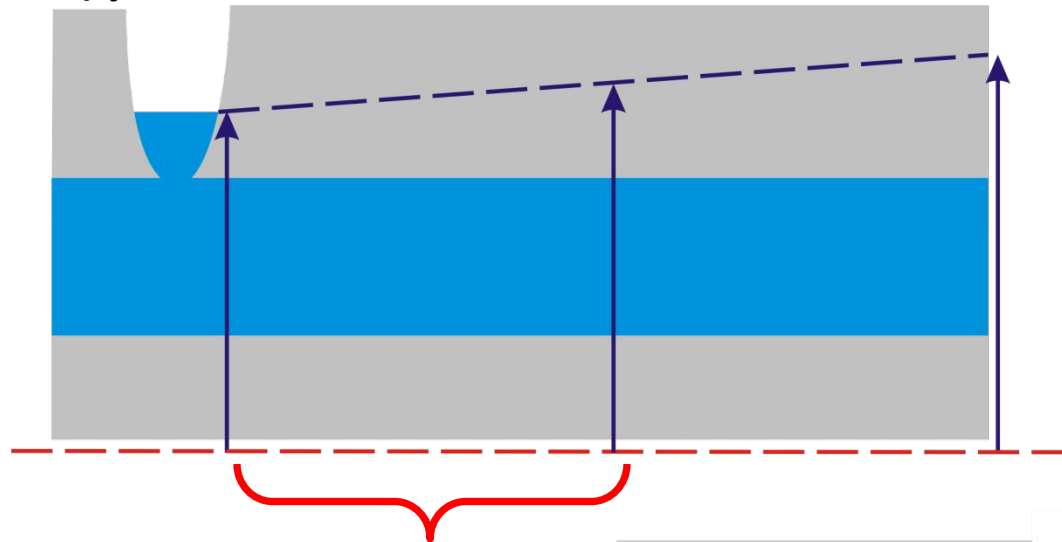
Схема использования фиктивного блока для задания внешней границы первого рода



$$\Delta x = 0; k \neq 0;$$

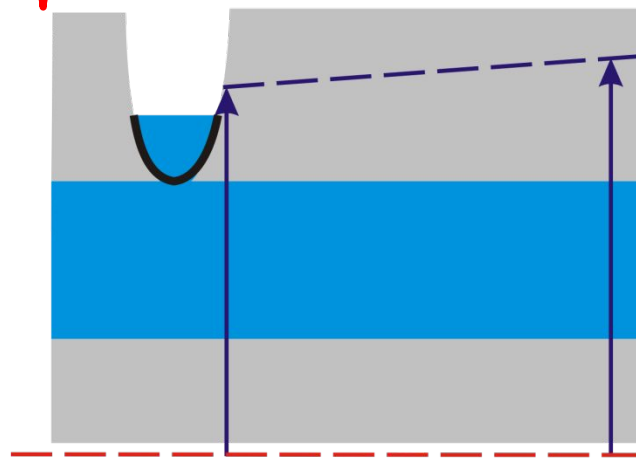
$$\frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1}\Delta x_i + T_i\Delta x_{i+1}} (H_i - H_{i+1}) - \frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1}\Delta x_i + T_i\Delta x_{i+1}} (H_{i+1} - H_{i+2}) = \frac{\Delta x_{i+1} \times \mu \times \Delta H_{i+1}}{\Delta t};$$

Физический смысл гидравлического несовершенства
русла



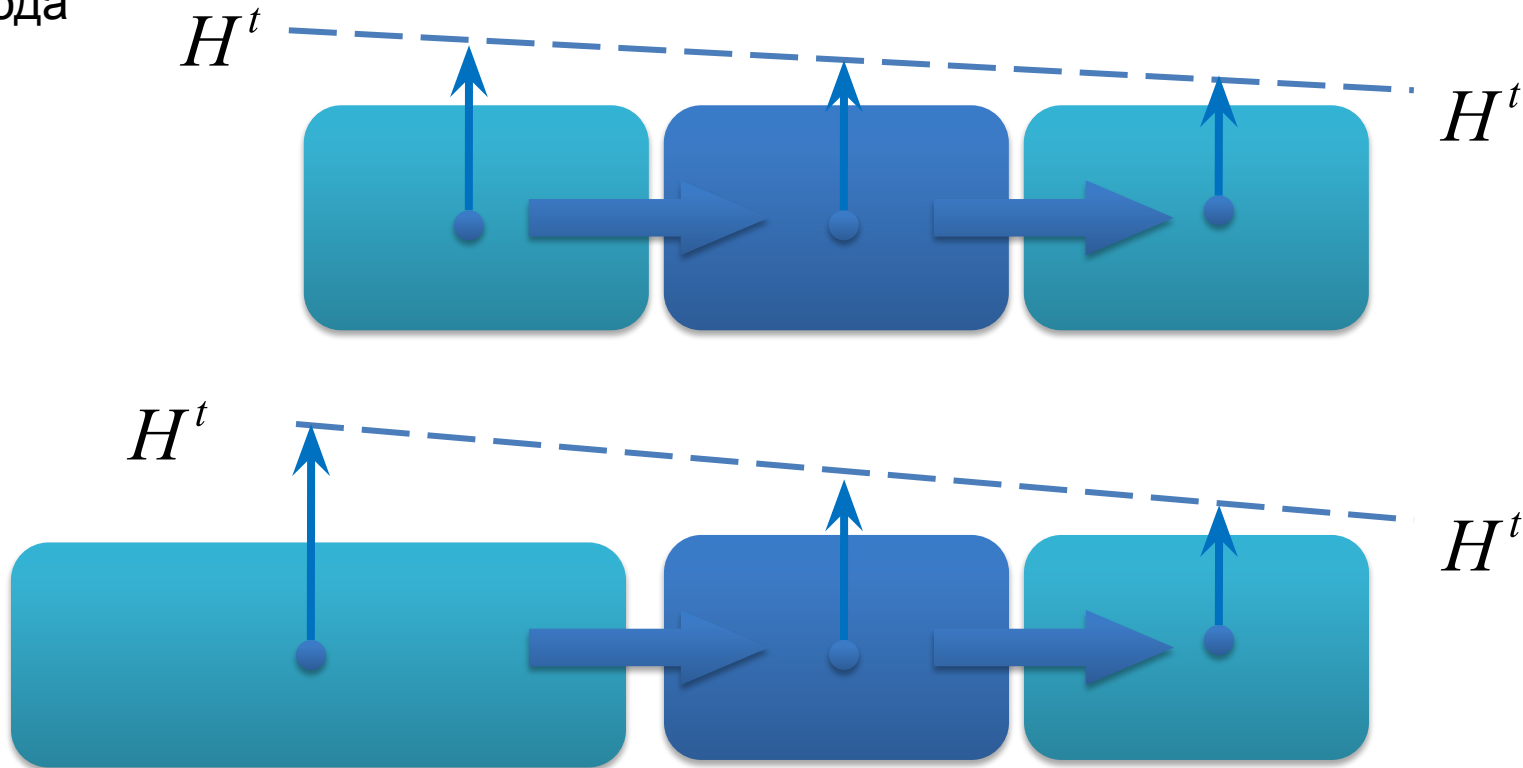
Фиктивный
пласт

ΔL



Реальный
пласт

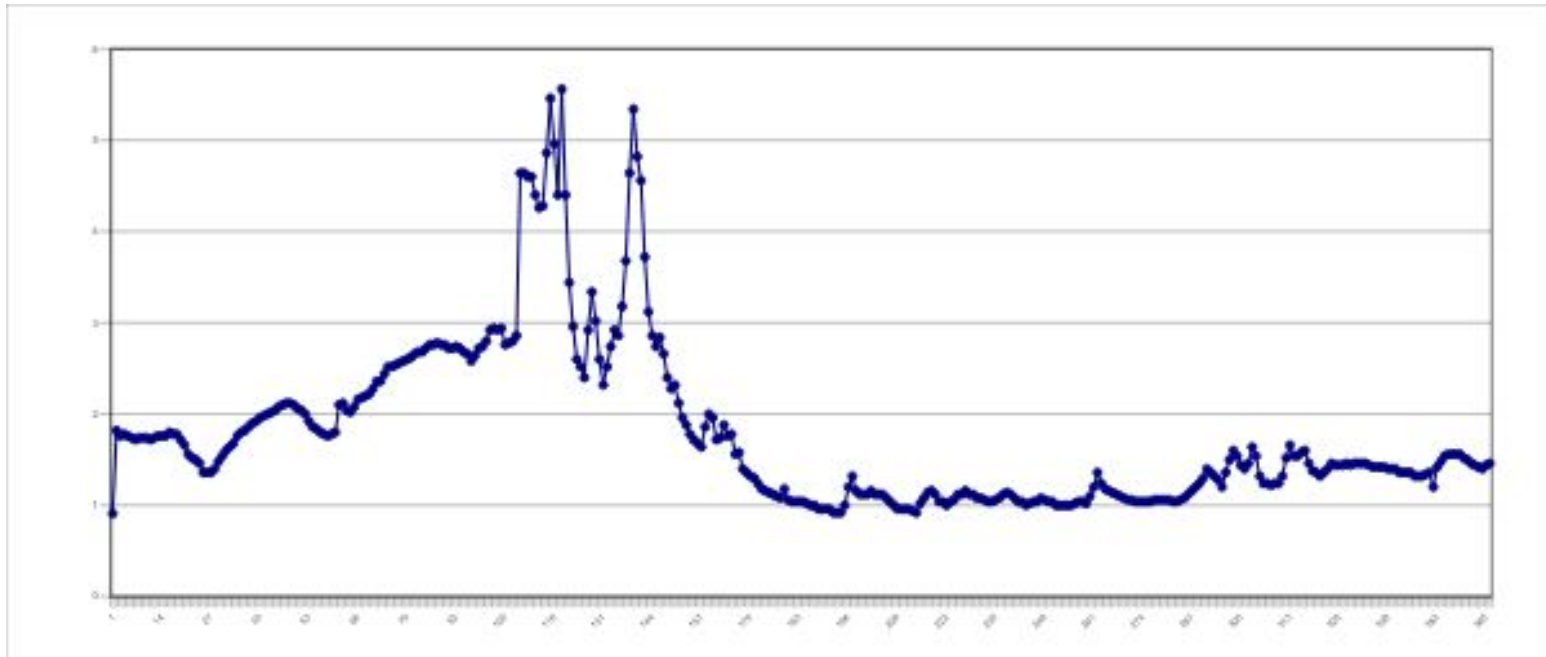
Схема использования фиктивного блока для задания внешней границы третьего рода

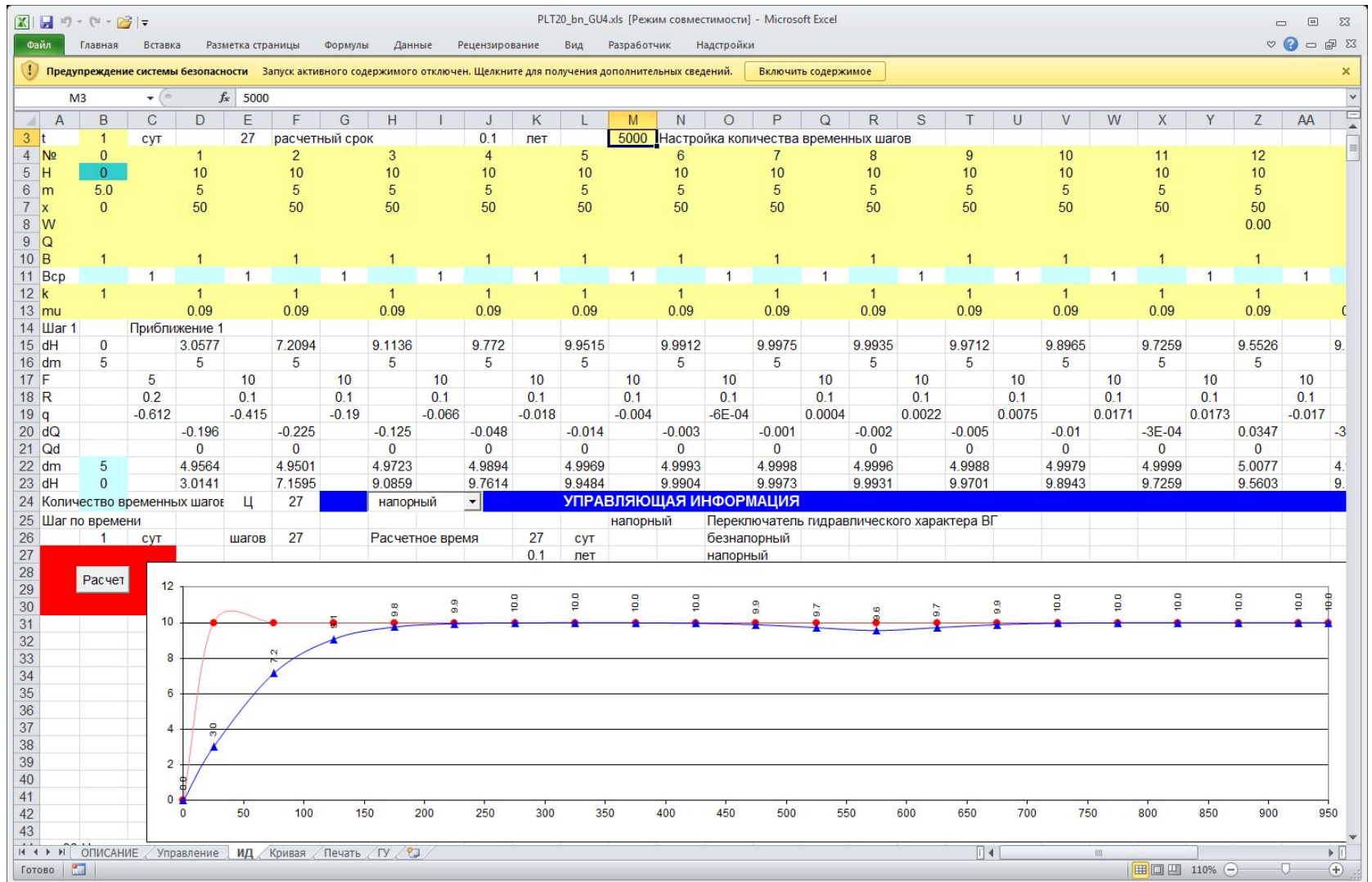


$$\Delta x = \Delta L; k \neq 0;$$

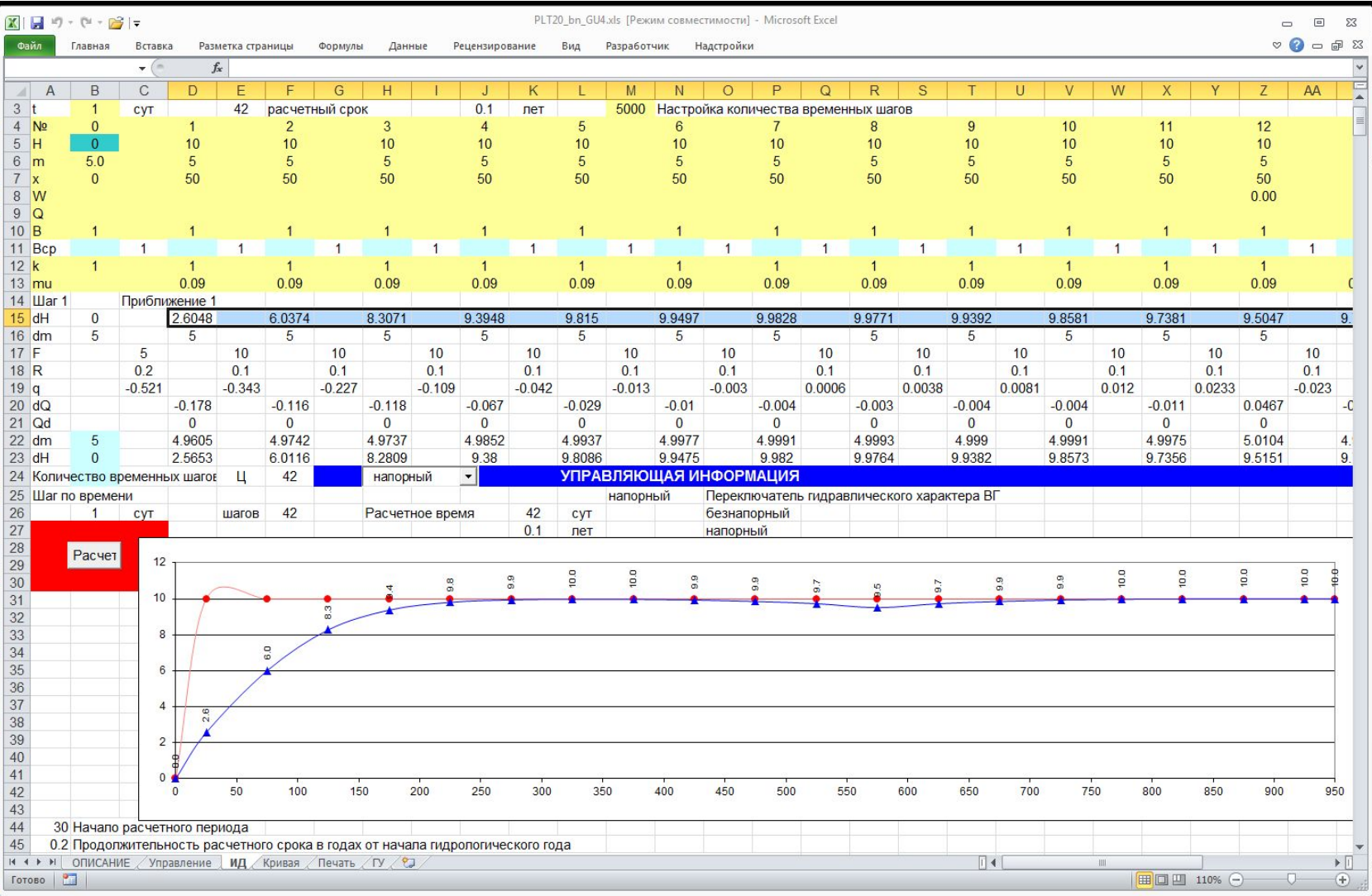
$$\frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1} \Delta x_i + T_i \Delta x_{i+1}} (H_i - H_{i+1}) - \frac{2T_i \times T_{i+1}}{T_{i+1} \Delta x_i + T_i \Delta x_{i+1}} (H_{i+1} - H_{i+2}) = \frac{\Delta x_{i+1} \times \mu \times \Delta H_{i+1}}{\Delta t};$$

Реализация нестационарного режима граничных условий первого рода

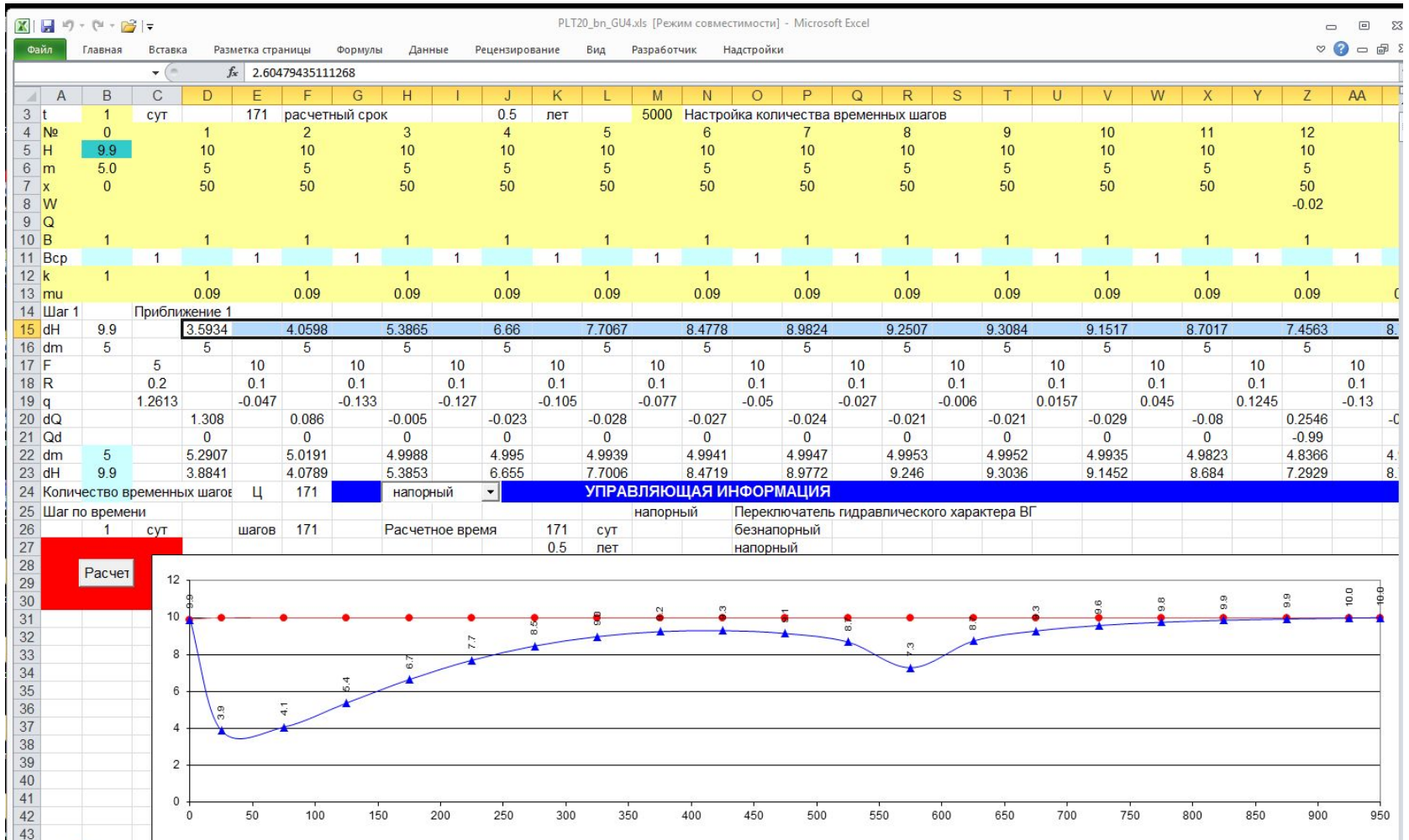




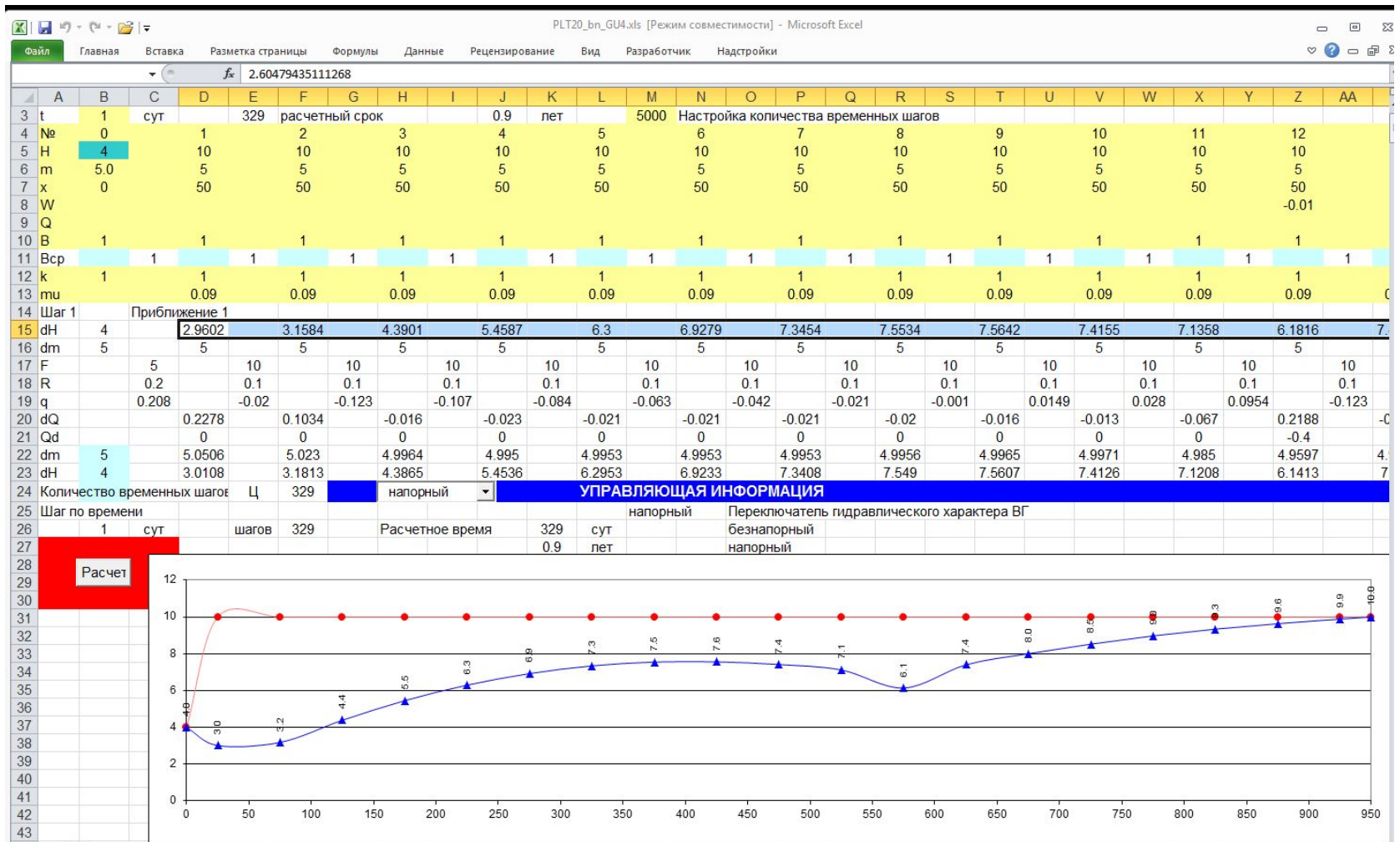
Моделирование нестационарного режима границы I рода



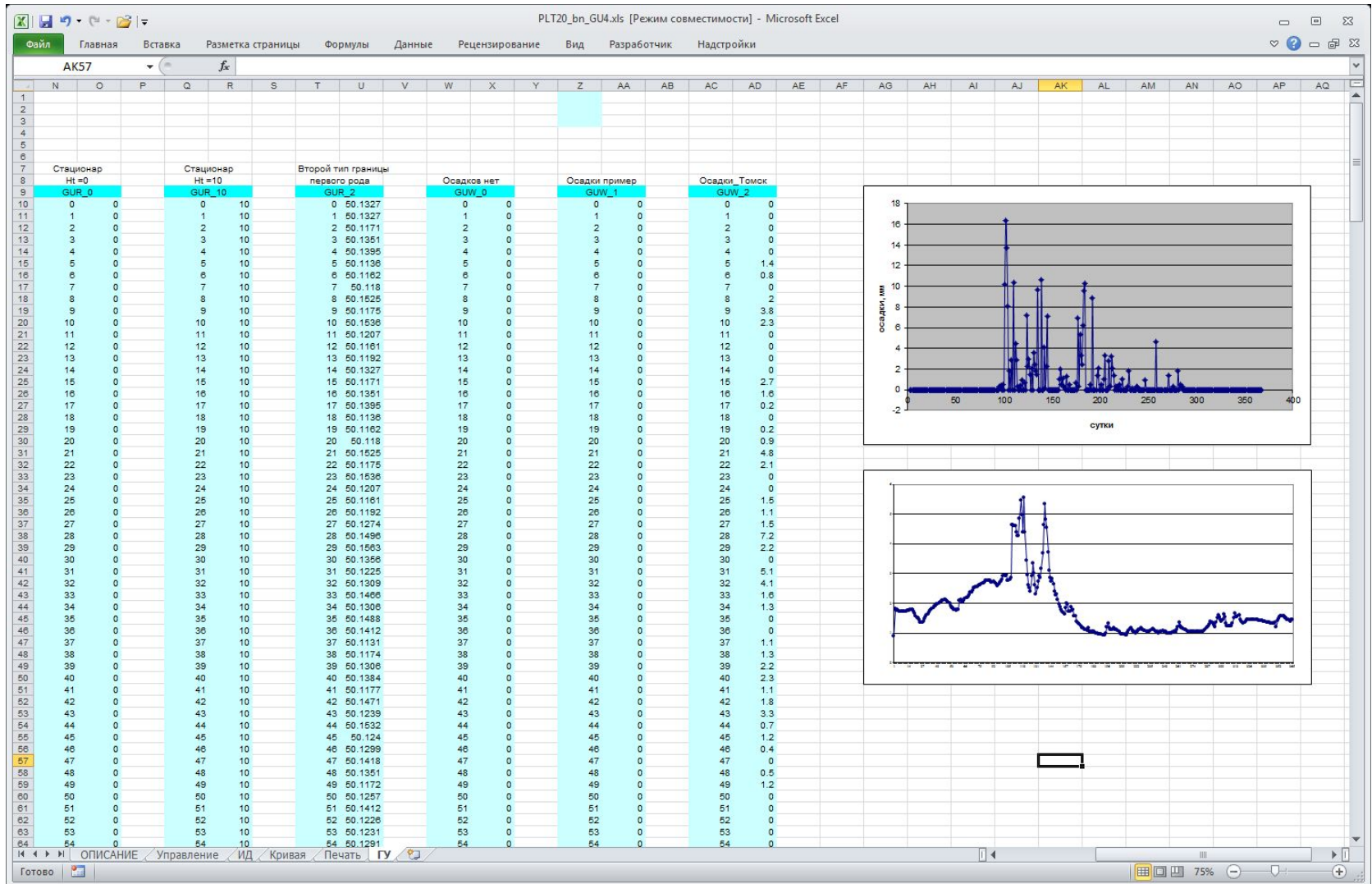
Моделирование нестационарного режима границы I рода



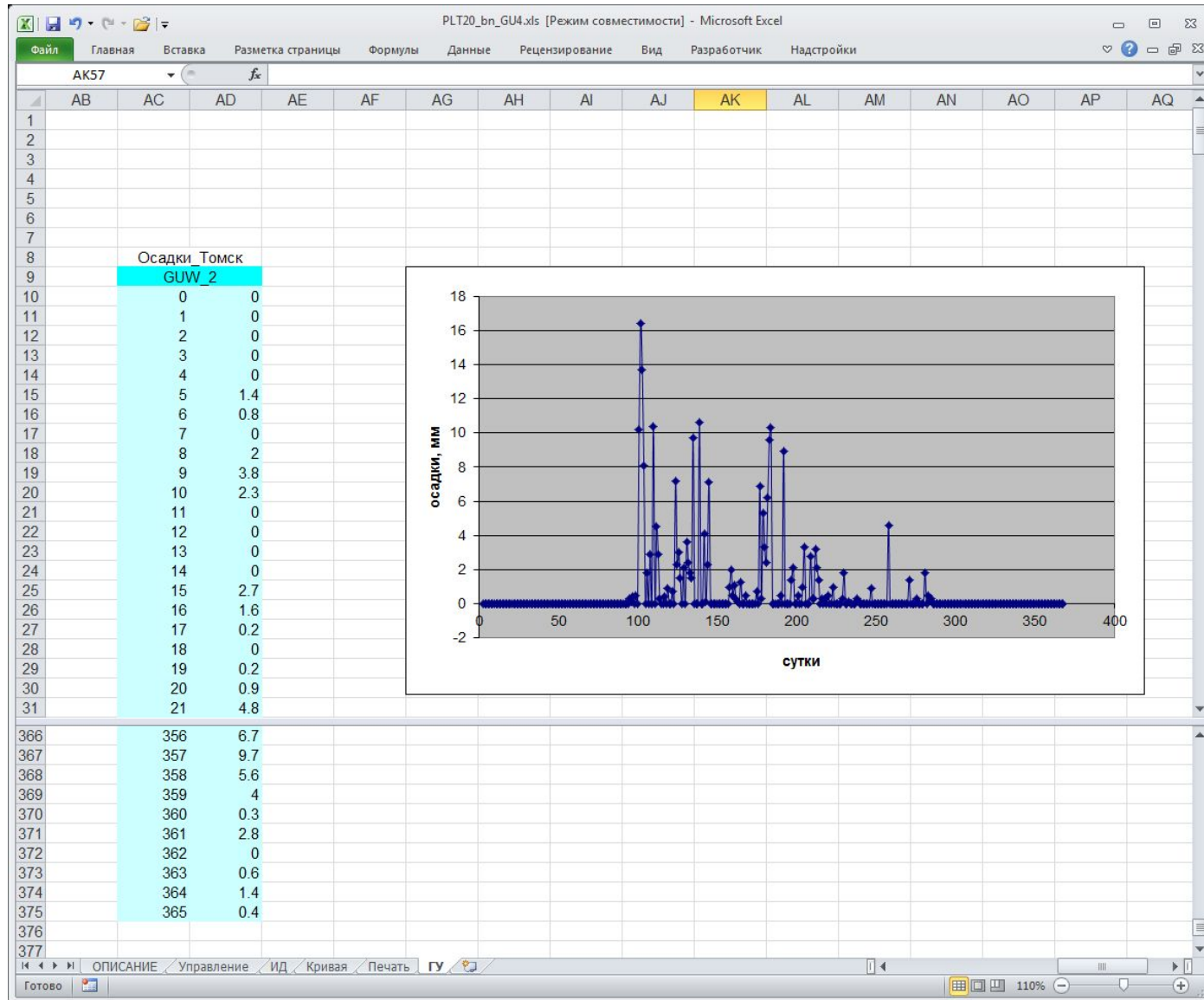
Моделирование нестационарного режима границы I рода



Моделирование нестационарного режима границы I рода



База данных (массивов-векторов) типовых схем граничных условий



Характер временных изменений дополнительного питания

Использование функции «ВПР» для поиска значений

напора

PLT20_bn_GU4.xls [Режим совместимости] - Microsoft Excel

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Разработчик Настройки

B5 =ВПР(Сутки;GUR_1;2)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Вычислительный шаблон чувствителен к исходным						
2		Согласовать разбивку с величиной шага по времени						
3	t	1	сут		34	расчетный срок		
4	№	0		1		2		3
5	H	2.08		10				
6	m	5.0		5				
7	x	0		50				
8	W							
9	Q							
10	B	1		1				
11	Вср		1		1		1	
12	k	1		1		1		1
13	mu			0.09		0.09		0.0
14	Шаг 1		Приближение 1					
15	dH	2.08		3.877		7.007		8.8
16	dm	5		5		5		5

Укажите ячейку и нажмите ВВОД или выберите "Вставить"

Синтаксис

```
ВПР(искомое_значение, таблица, номер_столбца, [интервальный_просмотр])
```

Функция

ВПР

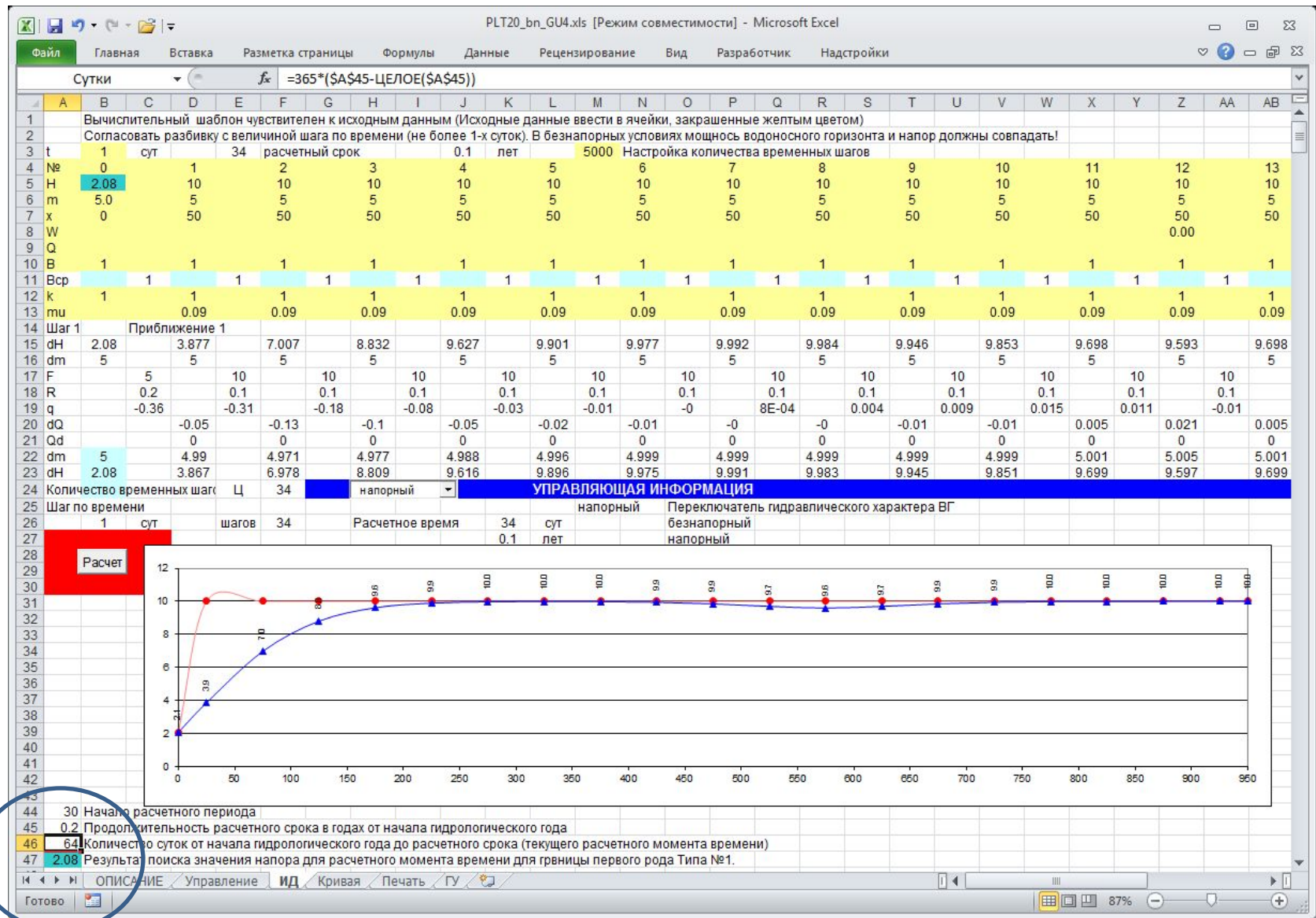
Аргументы функции ВПР описаны ниже.

- **Искомое_значение** Обязательный. Значение, которое должно быть найдено в первом столбце таблицы или диапазона. Аргумент *искомое_значение* может быть значением или ссылкой. Если *искомое_значение* меньше, чем наименьшее значение в первом столбце аргумента *таблица*, функция ВПР возвращает значение ошибки #Н/Д.
- **Таблица** Обязательный. Диапазон ячеек, содержащий данные. Можно использовать ссылку на диапазон (например, A2:D8) или имя диапазона. Значения в первом столбце аргумента *таблица* — это значения, в которых выполняется поиск аргумента *искомое_значение*. Эти значения могут быть текстовыми, числовыми или логическими. Текстовые значения в нижнем и верхнем регистре считаются эквивалентными.
- **Номер_столбца** Обязательный. Номер столбца в аргументе *таблица*, из которого возвращается совпадающее значение. Если *номер_столбца* = 1, то возвращается значение из первого столбца *таблицы*; если *номер_столбца* = 2 — значение из второго столбца *таблицы* и т. д.

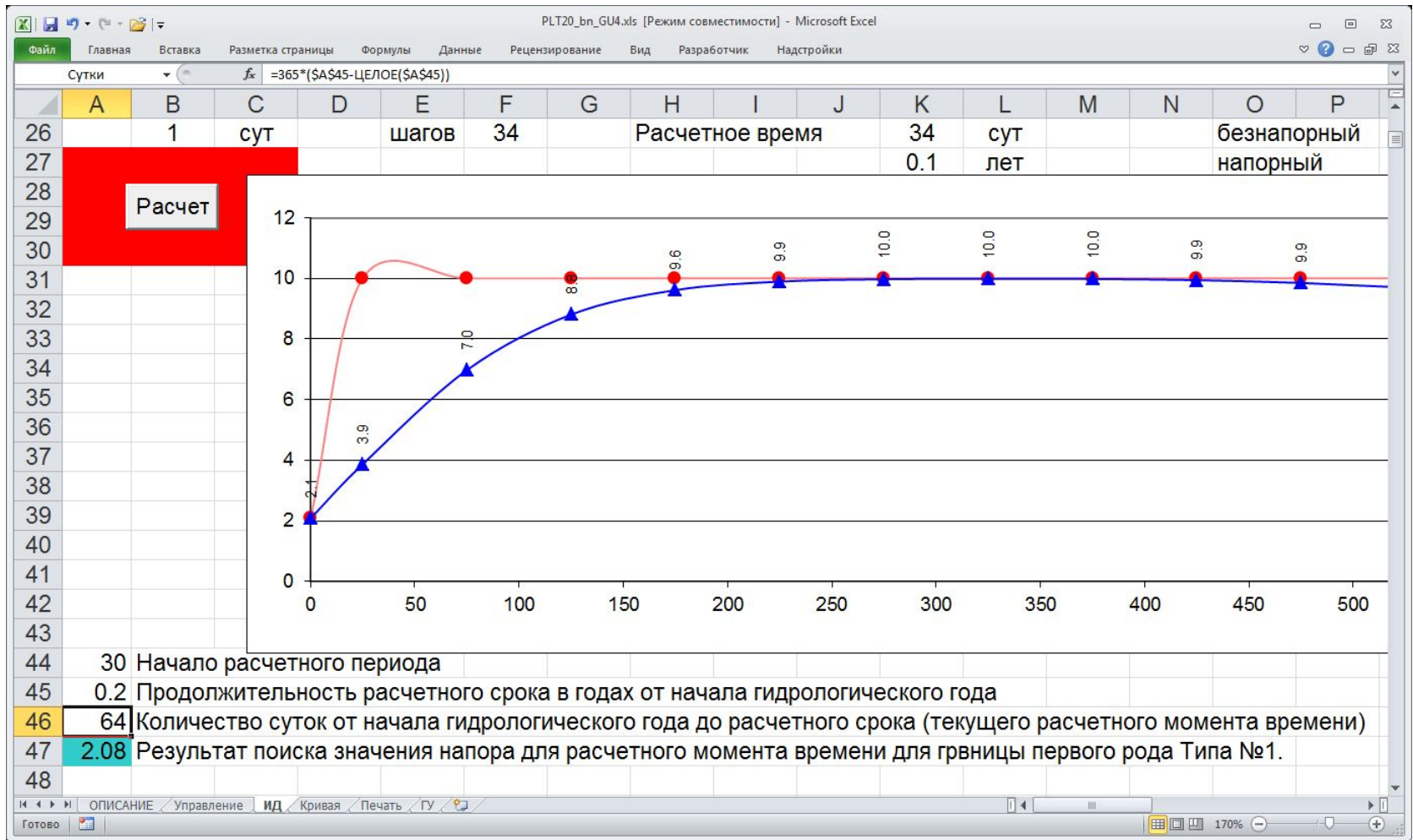
Если значение аргумента *номер_столбца*:

- меньше 1, функция ВПР возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!
- больше, чем число столбцов в аргументе *таблица*, функция ВПР возвращает значение ошибки #ССЫЛ!
- **Интервальный_просмотр** Необязательный. Логическое значение, определяющее, какое совпадение должна найти функция ВПР — точное или приблизительное.
 - Если аргумент *интервальный_просмотр* имеет значение ИСТИНА или опущен, то возвращается точное или приблизительное совпадение. Если точное совпадение не найдено, то возвращается наибольшее значение, которое меньше, чем *искомое_значение*.

ВАЖНО. Если аргумент *интервальный_просмотр* имеет значение ИСТИНА или опущен, значения в первом столбце аргумента *таблица* должны быть расположены в возрастающем порядке, иначе функция ВПР может вернуть неправильный результат.



Переменная



Переменная
я
«СУТКИ»

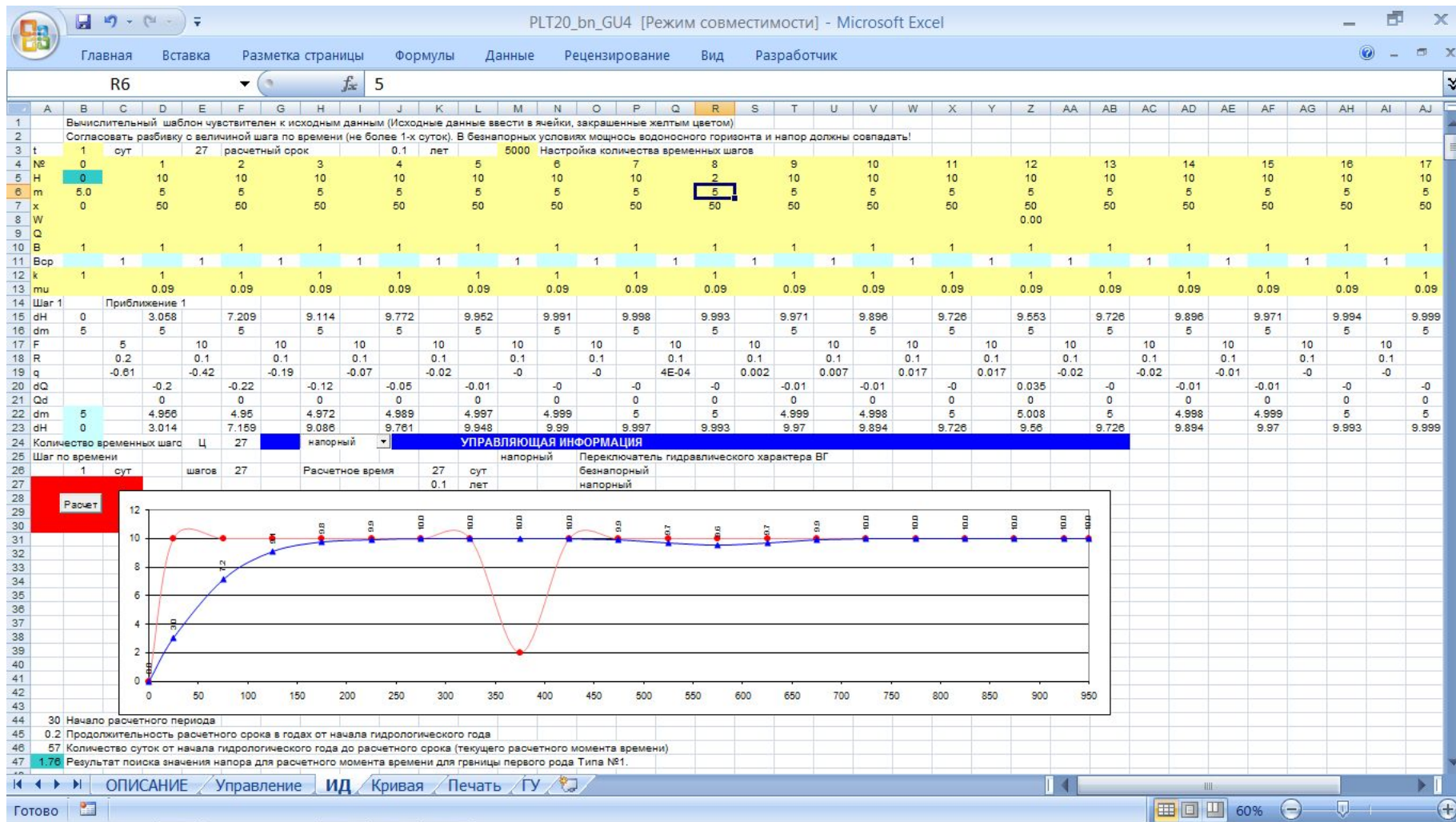
Реализация граничных условий первого рода в расчётных ячейках конечно-разностной сетки с использованием фиктивных параметров

В основу метода управления граничными условиями первого рода во внутренних областях численной модели положена идея экстремального увеличения водоёмкости расчётных ячеек, содержащих границы (водоёмы и водотоки с постоянным напором)

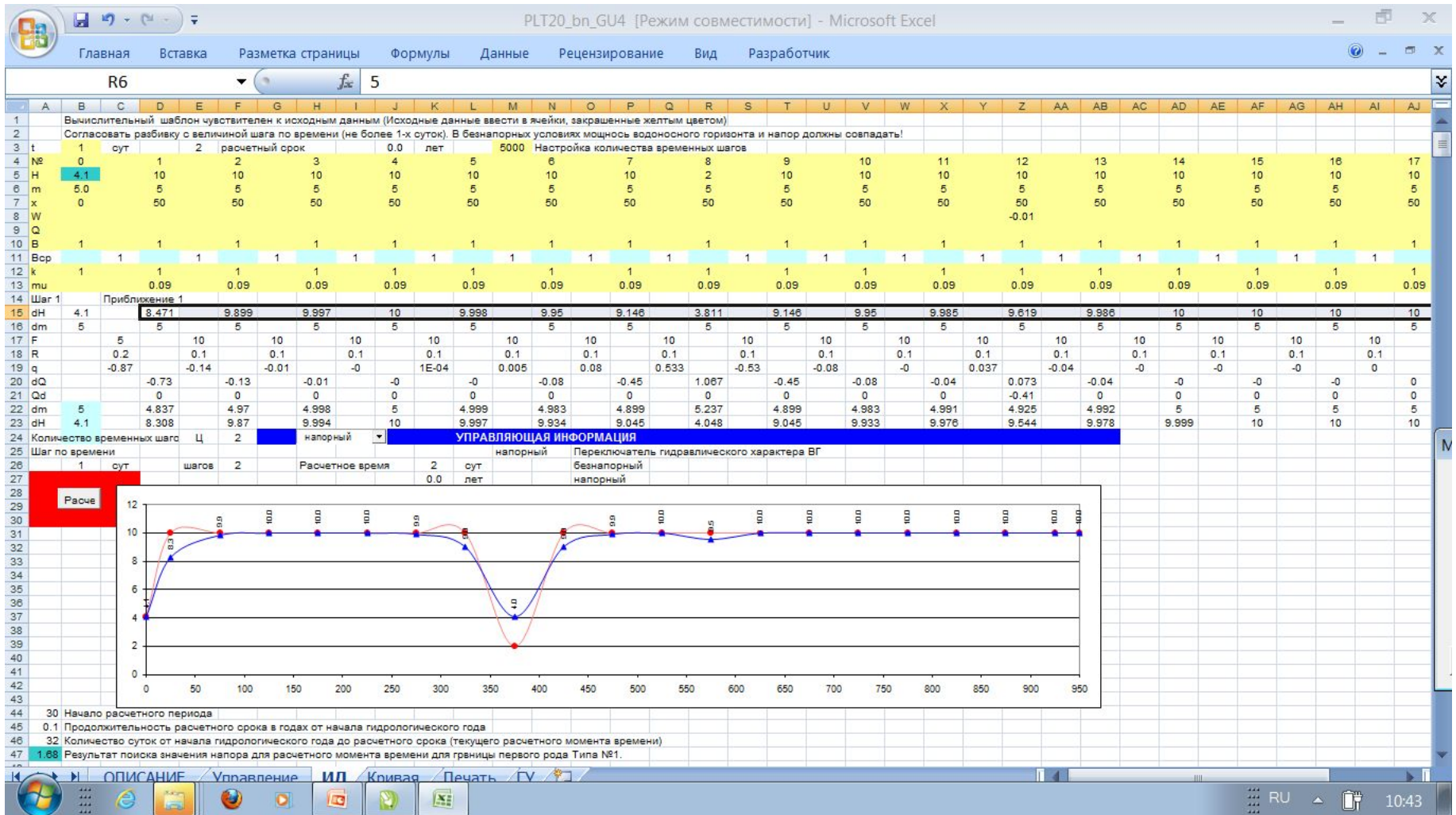
Увеличение водоёмкости в 1000 раз приводит к тысячекратному замедлению процесса перераспределения напоров в расчётном блоке. В нём модельное время течёт в 1000 раз медленнее.

На практике величину водоотдачи увеличивают до максимальных значений разрядной сетки ПЭМВ (10^{32})

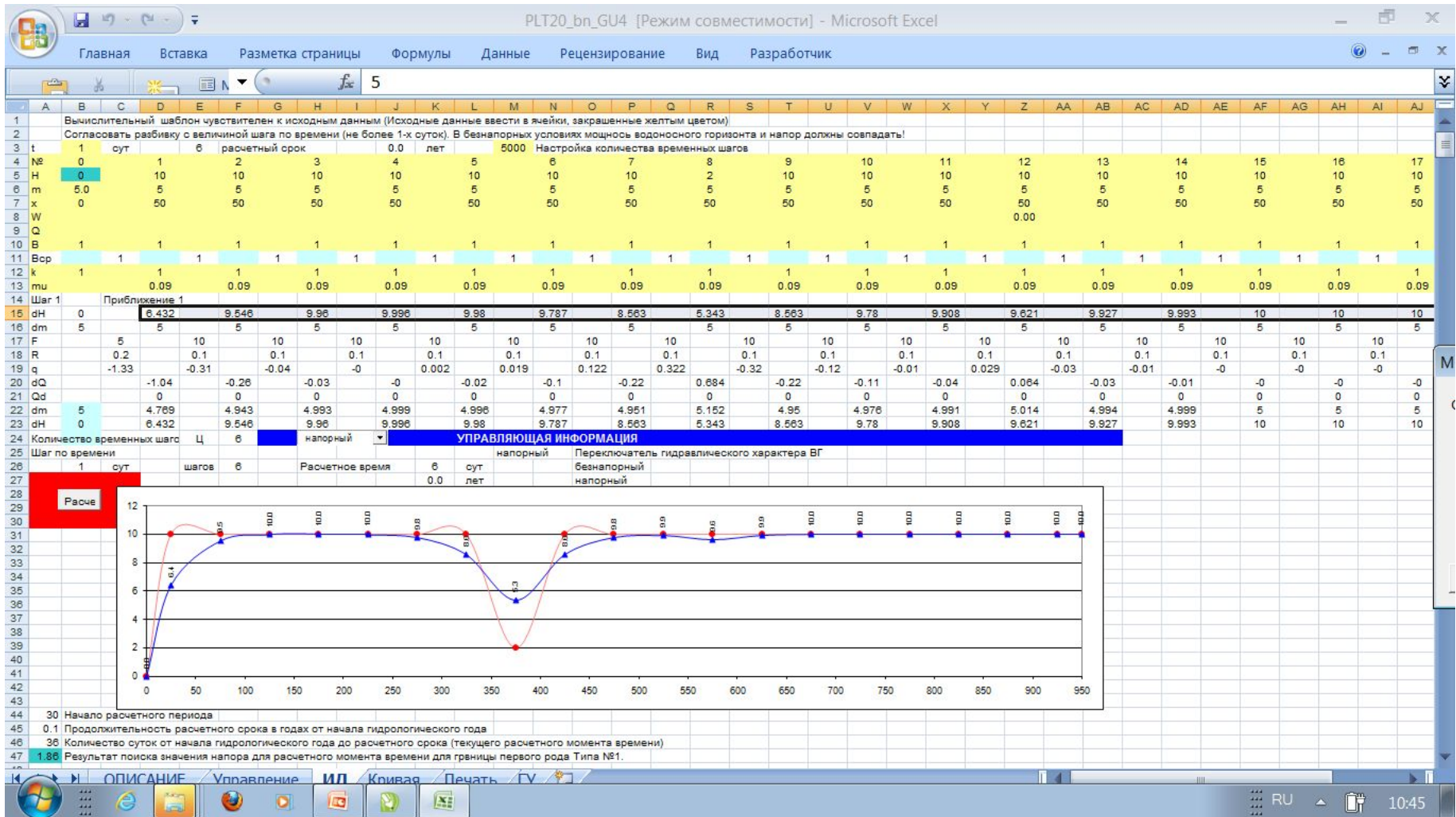
Моделирование
восстановления уровня в
пласте после его
«мгновенного» снижения до 2-
х м в 8-м расчётном блоке



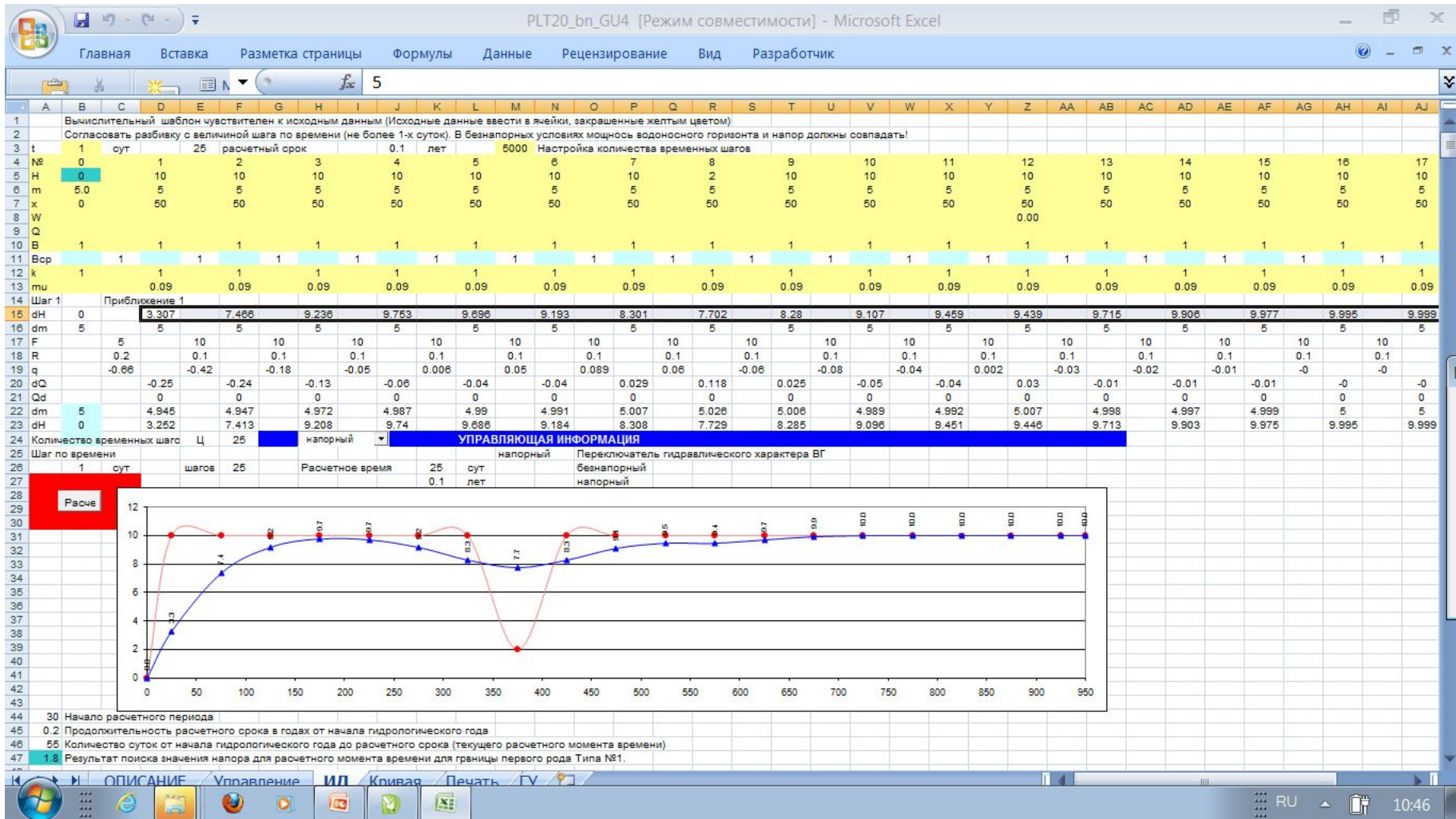
Начальный напор в 8-м расчётном блоке равен 2 М



Выравнивание напора в 8-м расчётном блоке

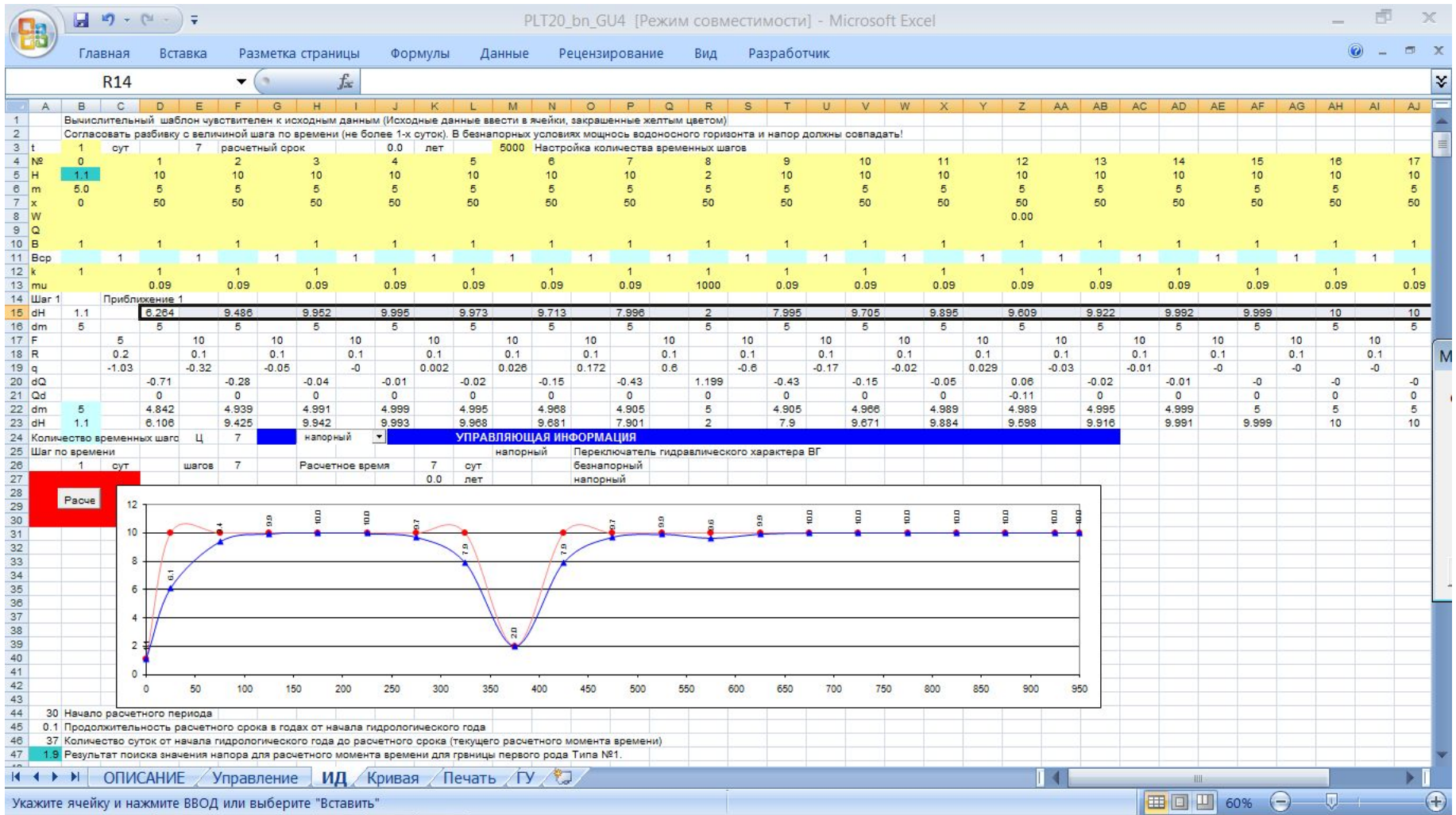


Выравнивание напора в 8-м расчётном блоке

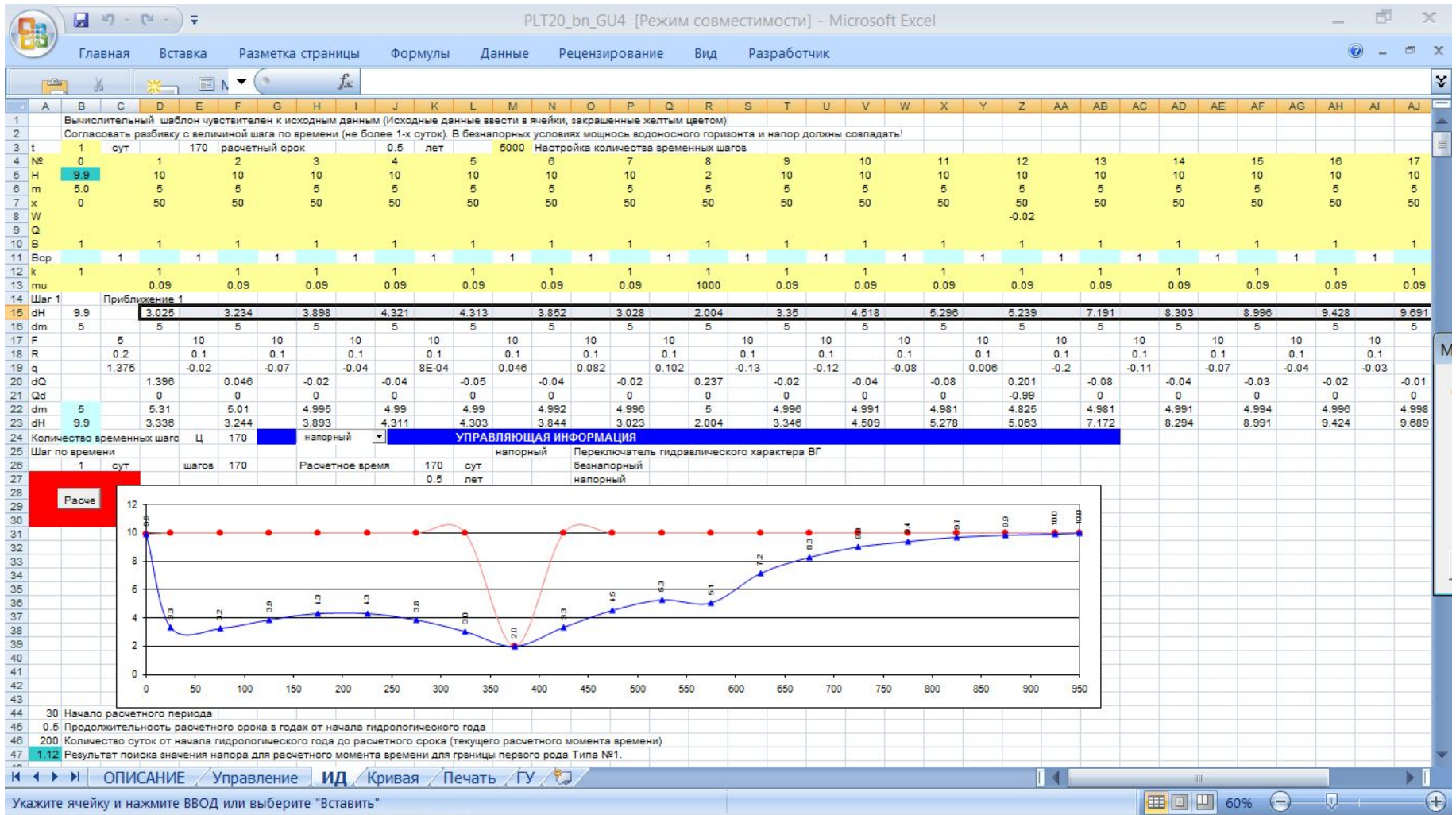


Выравнивание напора в 8-м расчётном блоке

Моделирование влияния границы первого рода в 8-м расчётном блоке



Перераспределение напоров в под влиянием ГУ I-го рода в 8-м расчётном блоке



Перераспределение напоров в под влиянием ГУ I-го рода в 8-м расчётном блоке

Моделирование влияния
внутренней границы первого
рода (водоём) на двухмерной
численной модели

Управление величиной упругой водоотдачи

Шаблон_План_20_08s42000_pokaz_All - Microsoft Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Разработчик

H78 f_x 1000

1	Управление временным шагом и количеством временных шагов															
2	dT	1	KTS	1000		1000	сутки	или	2.74	лет						
3	Управление характером внешних граничных условий (если $K_f=0$, реализуется непроницаемая граница, иначе питающая при постоянном или переменном напоре)															
4	Параметры ГУ (возможен нестационарный режим)															
5			Kф	H	UG	1	Управление слева									
6	Запад		10	5		18	Текущие сутки гидрологического года									
7	Восток		10	1.5												
8	Север		0	5												
9	Юг		0	5												
10	UVD	1	Диаграмма выводится													
11	Управление начальными напорами															
12	UNN	0	Расчёт выполняется сначала													

Расчёт

69																	
70		IMmu	По умолчанию		Упругая водоотдача водовмещающих пород, д.е.												
71	mu	1	0.00	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
72																	
73			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
74	Y1	1	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
75	Y2	2	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
76	Y3	3	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
77	Y4	4	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
78	Y5	5	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	1000	1000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
79	Y6	6	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	1000	1000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
80	Y7	7	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	1000	1000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
81	Y8	8	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	

Готово Среднее: 1000 Количество: 6 Сумма: 6000 100%

Управление величиной начальных напоров

Шаблон_План_20_08s42000_pokaz_All - Microsoft Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Разработчик

Н108 5

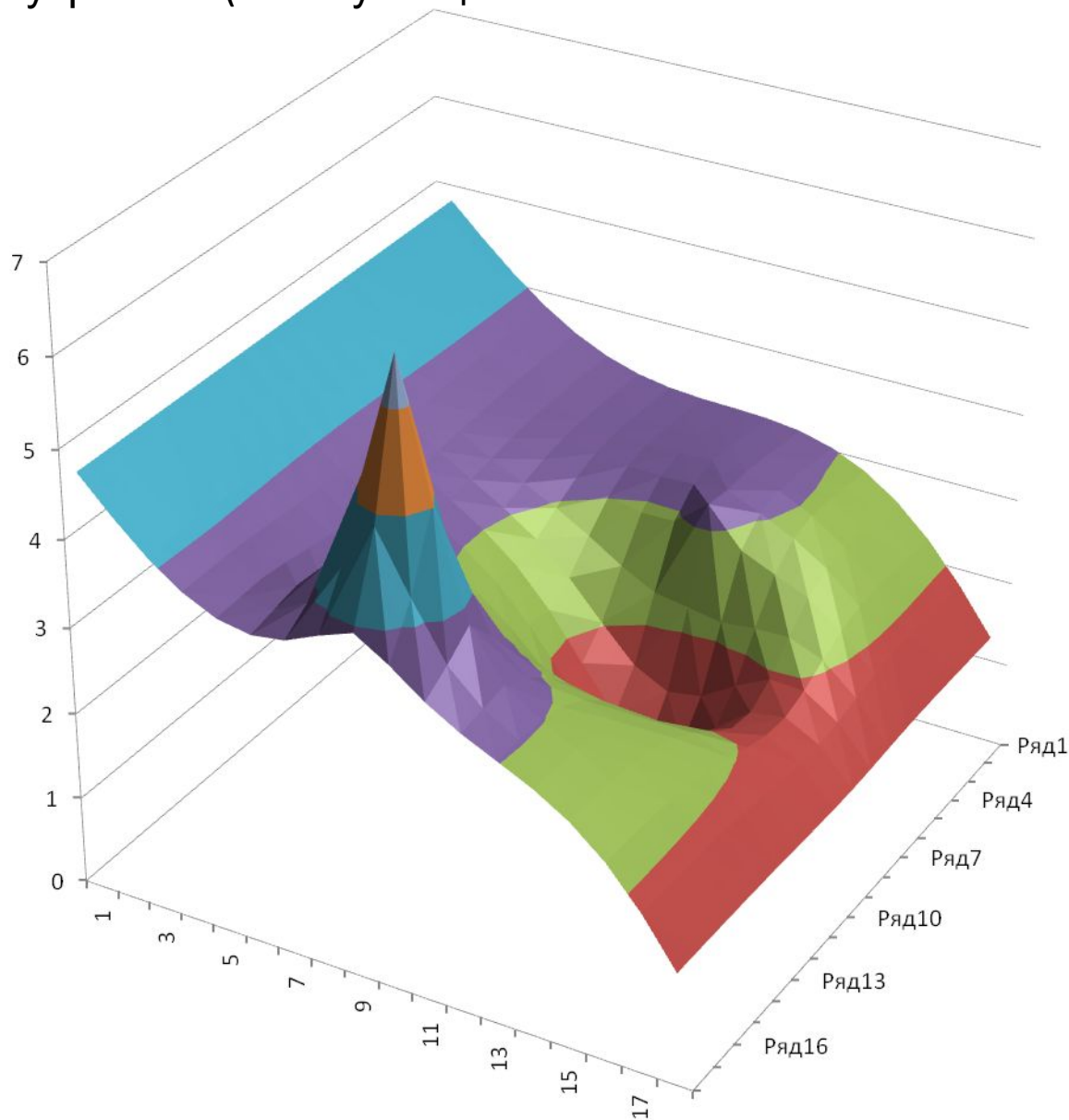
1	Управление временным шагом и количеством временных шагов													
2	dT	1	KTS	1000	1000	сутки	или	2.74	лет					
3	Управление характером внешних граничных условий (если $K_f=0$, реализуется непроницаемая граница, иначе питающая при постоянном или переменном напоре)													
4	Параметры ГУ (возможен нестационарный режим)													
5			Kf	H	UG	1	Управление слева							
6	Запад	10	5		18	Текущие сутки гидрологического года								
7	Восток	10	1.5											
8	Север	0	5											
9	Юг	0	5											
10	UVD	1	Диаграмма выводится											
11	Управление начальными напорами													
12	UNN	0	Расчёт выполняется сначала											

Расчёт

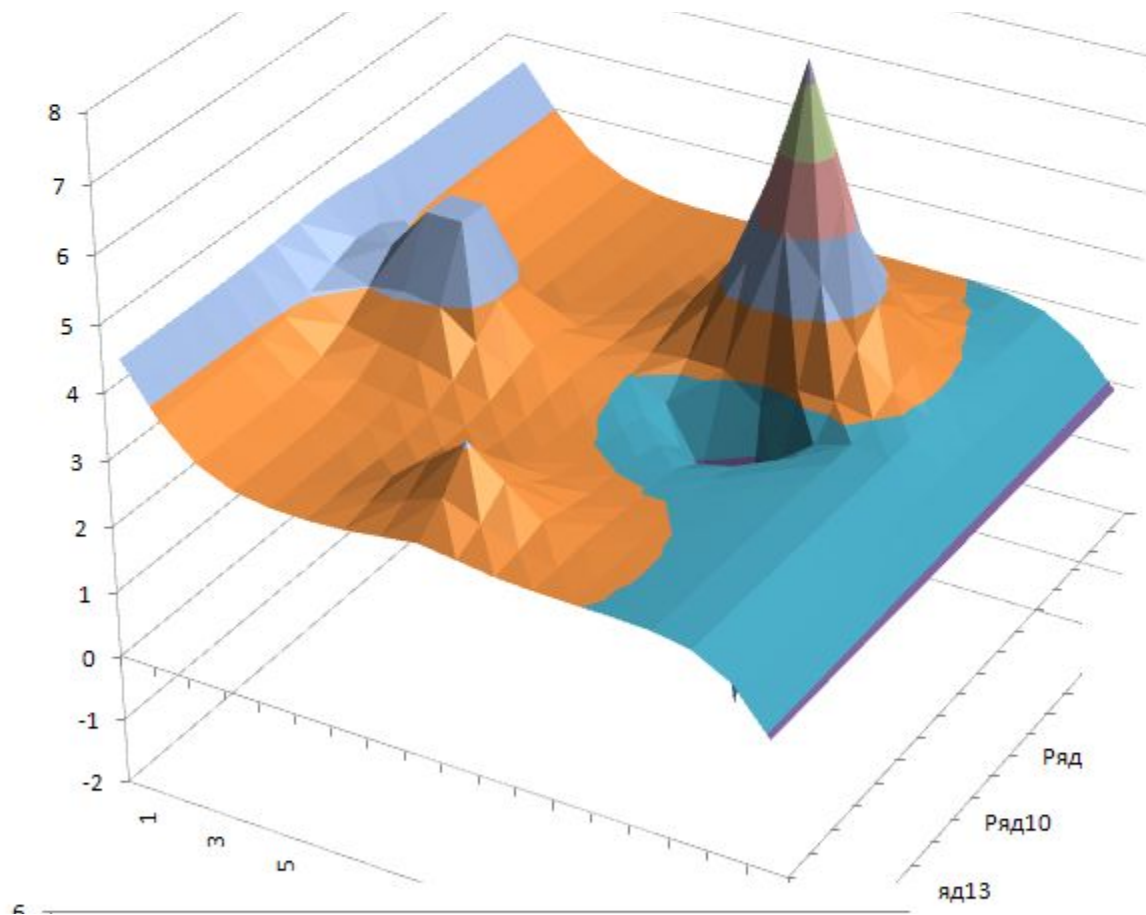
100	IMH	По умолчанию				Начальный напор, м											
101	H	1	10	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
102																	
103			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
104	Y1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
105	Y2	2	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
106	Y3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
107	Y4	4	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
108	Y5	5	5	3	3	3	3	5	5	3	3	3	3	3	3	3	3
109	Y6	6	5	3	3	3	3	5	5	3	3	3	3	3	3	3	3
110	Y7	7	5	3	3	3	3	5	5	3	3	3	3	3	3	3	3
111	Y8	8	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
112	Y9	9	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Готово Среднее: 5 Количество: 6 Сумма: 30 100%

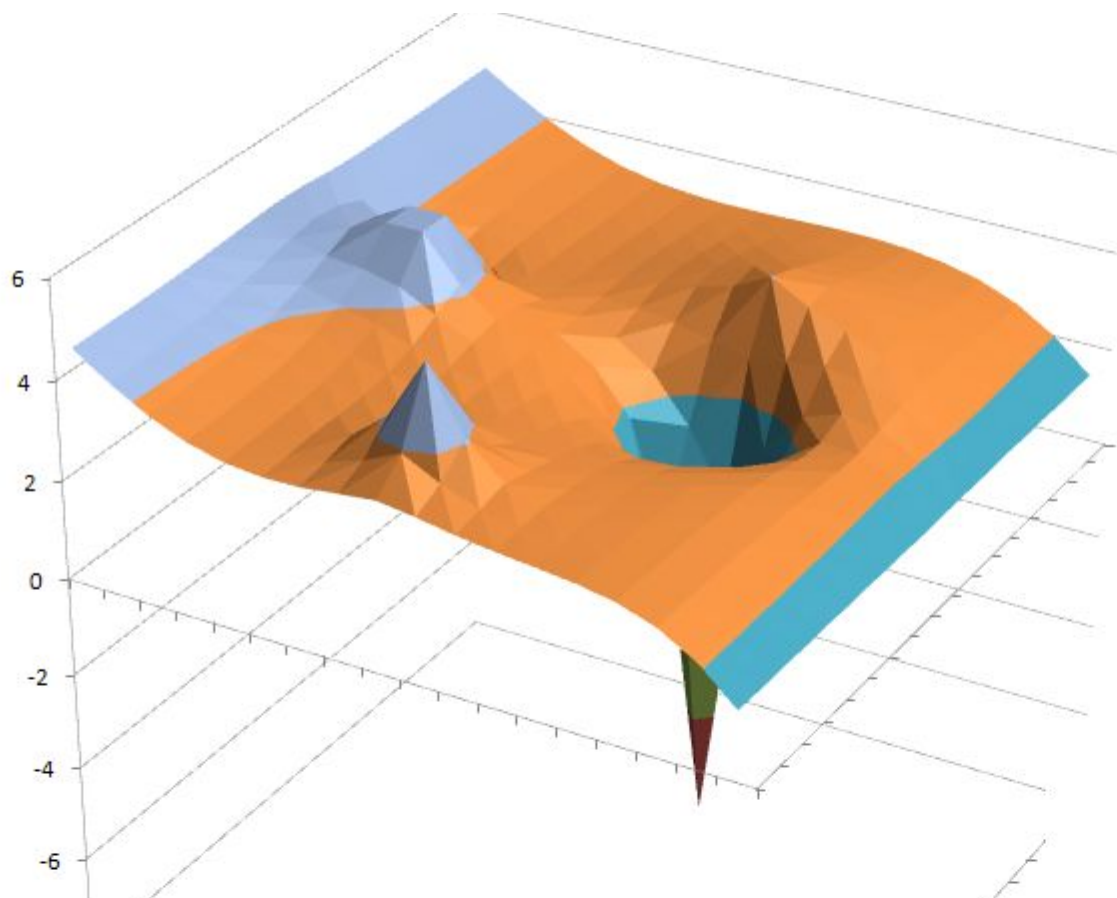
Модельное поле напоров на 81 шаге моделирования взаимодействия внешних (реки) и внутренних (эксплуатационная и нагнетательные скважины)



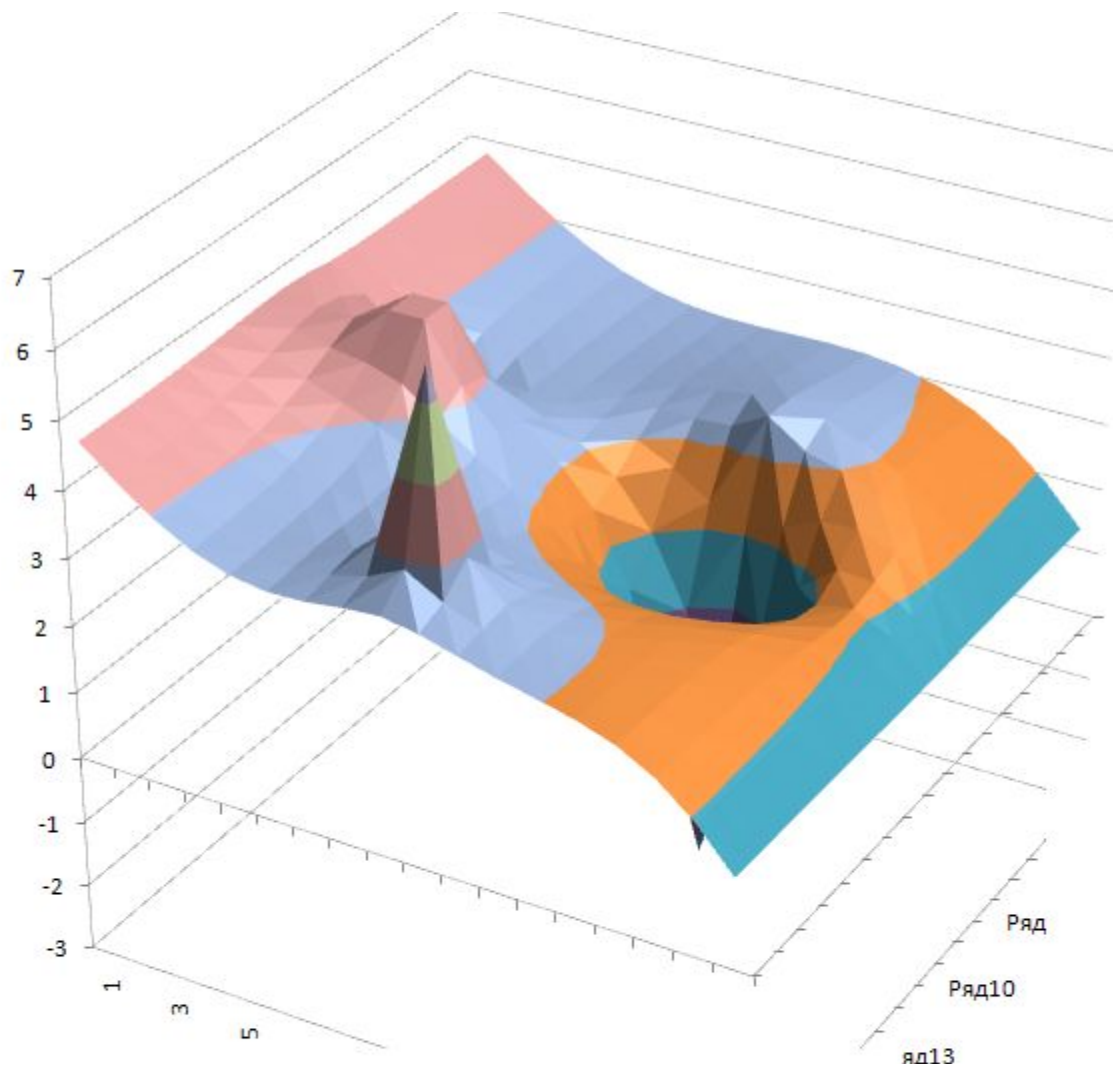
Модельное поле напоров на 18 шаге моделирования взаимодействия внешних (реки) и внутренних (эксплуатационная и нагнетательные скважины)



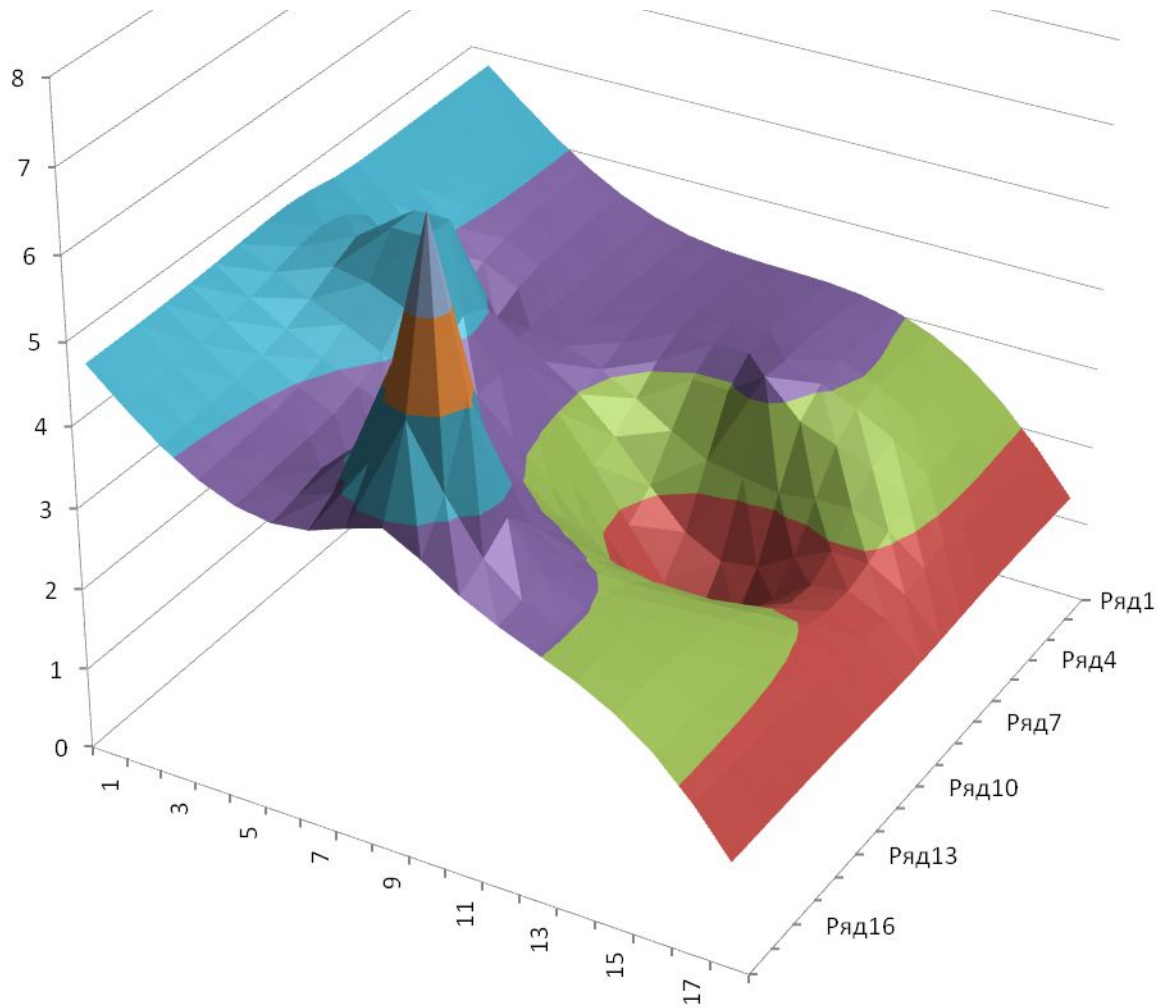
Модельное поле напоров на 48-м шаге моделирования взаимодействия внешних (реки) и внутренних (эксплуатационная и нагнетательные скважины)



Модельное поле напоров на 63-м шаге моделирования взаимодействия внешних (реки) и внутренних (эксплуатационная и нагнетательные скважины)



Модельное поле напоров на 81-м шаге моделирования взаимодействия внешних (реки) и внутренних (эксплуатационная и нагнетательные скважины)



Моделирование влияния
границ первого и третьего рода
на поле напоров в пределах
водозаборного участка
(двухмерная модель)

Параметры границы первого (третьего рода) на численной модели в среде программного комплекса Processing Modflow

Parameter: River Hydraulic Conductance Column Width: 14

	1	2	3	4	5	6
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0
50	50	50	50	50	50	50

Buttons: Load... Save... OK Cancel Help

Матрица величины гидравлической проводимости
подрусловых отложений

Параметры границы первого (третьего рода) на численной модели в среде программного комплекса Processing Modflow

Parameter: Head in the River Column Width: 14

	1	2	3	4	5	6
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0
50	15	15	15	15	15	15

Buttons: Load... Save... OK Cancel Help

Матрица величины напора в русле реки

Параметры границы первого (третьего рода) на численной модели в среде программного комплекса Processing Modflow

Parameter: Elevation of the Riverbed Bottom

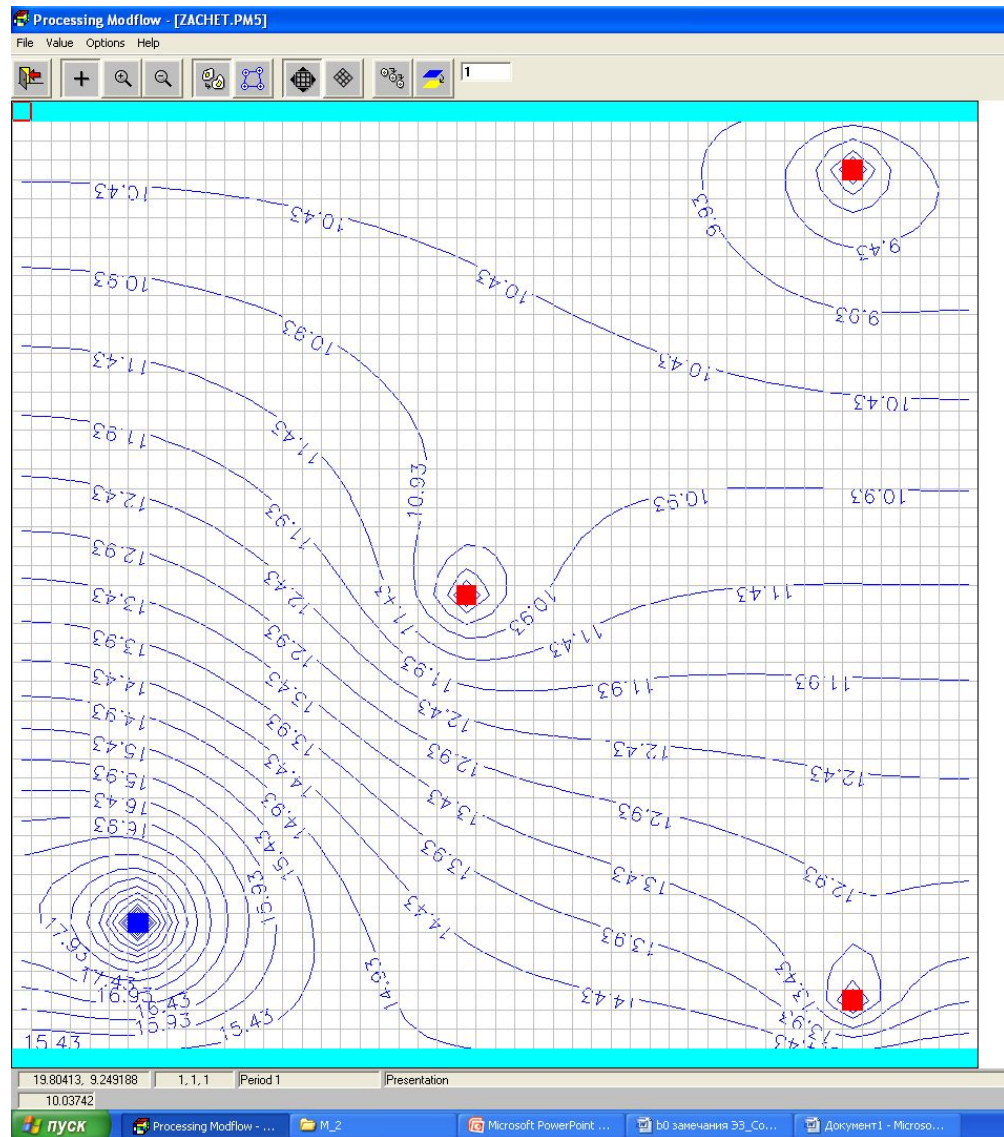
Column Width: 14

	1	2	3	4	5	6
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0
50	4	4	4	4	4	4

Buttons: Load... Save... OK Cancel Help

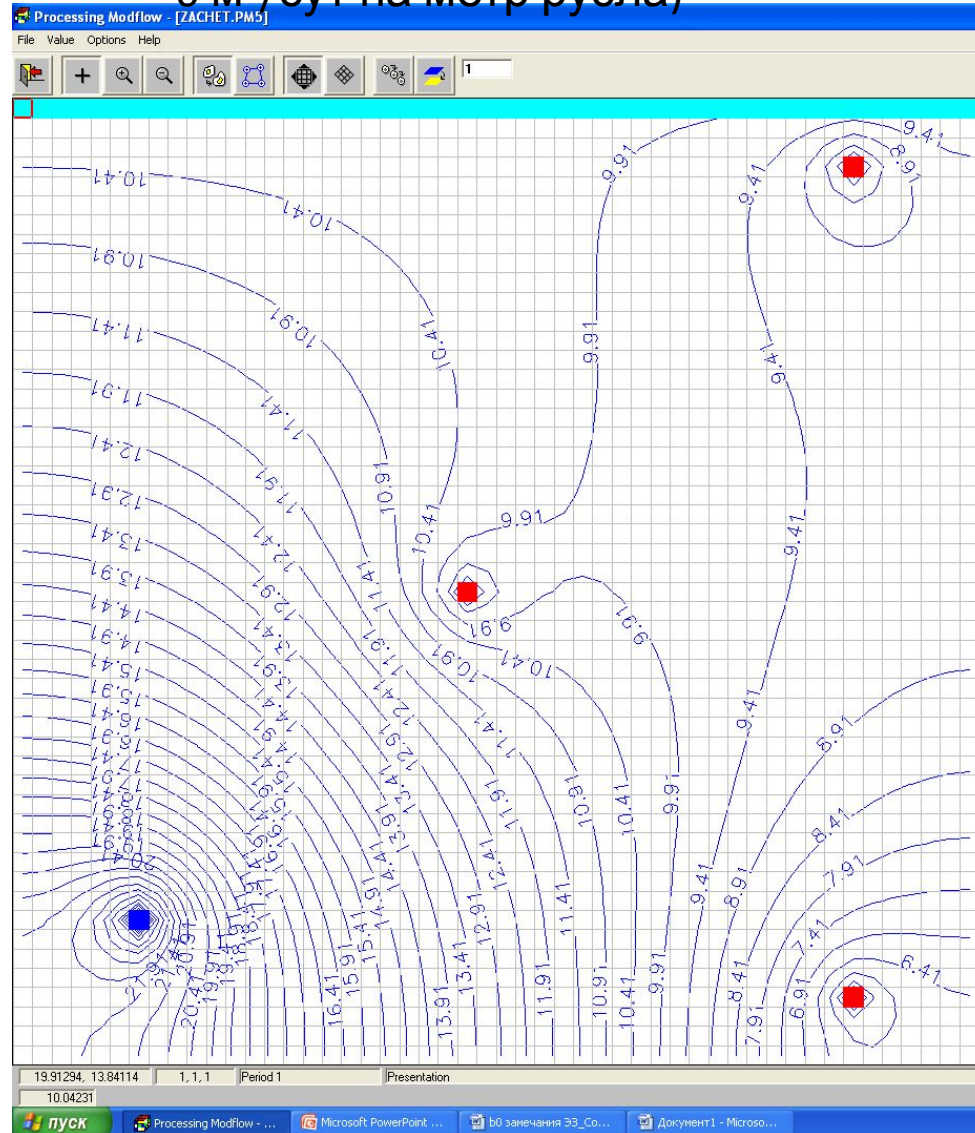
Матрица величины отметки дна реки

Связь с южной рекой отсутствует
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:
 $100 \text{ м}^3/\text{сут на метр русла}$)



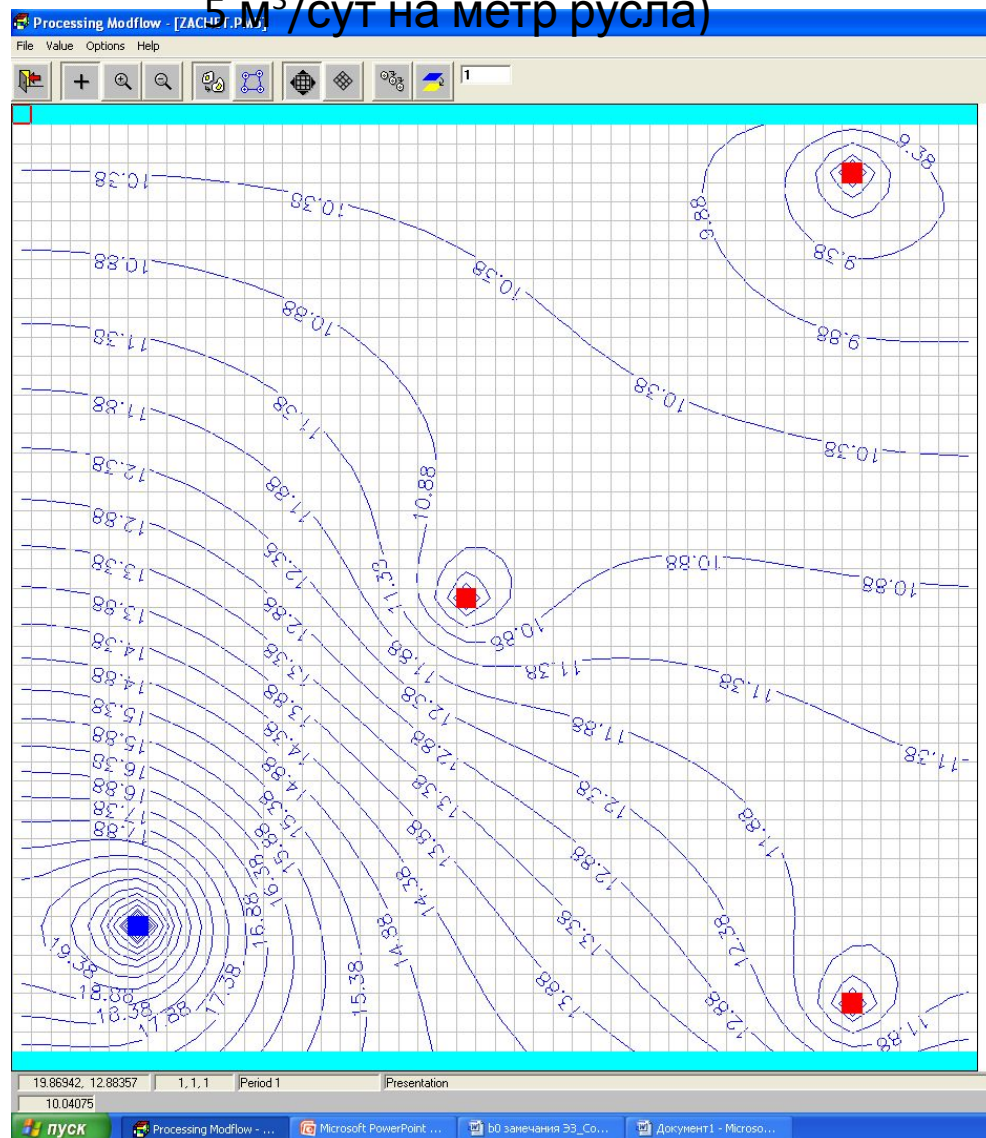
Связь с южной рекой отсутствует
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:

$0 \text{ м}^3/\text{сут на метр русла}$)

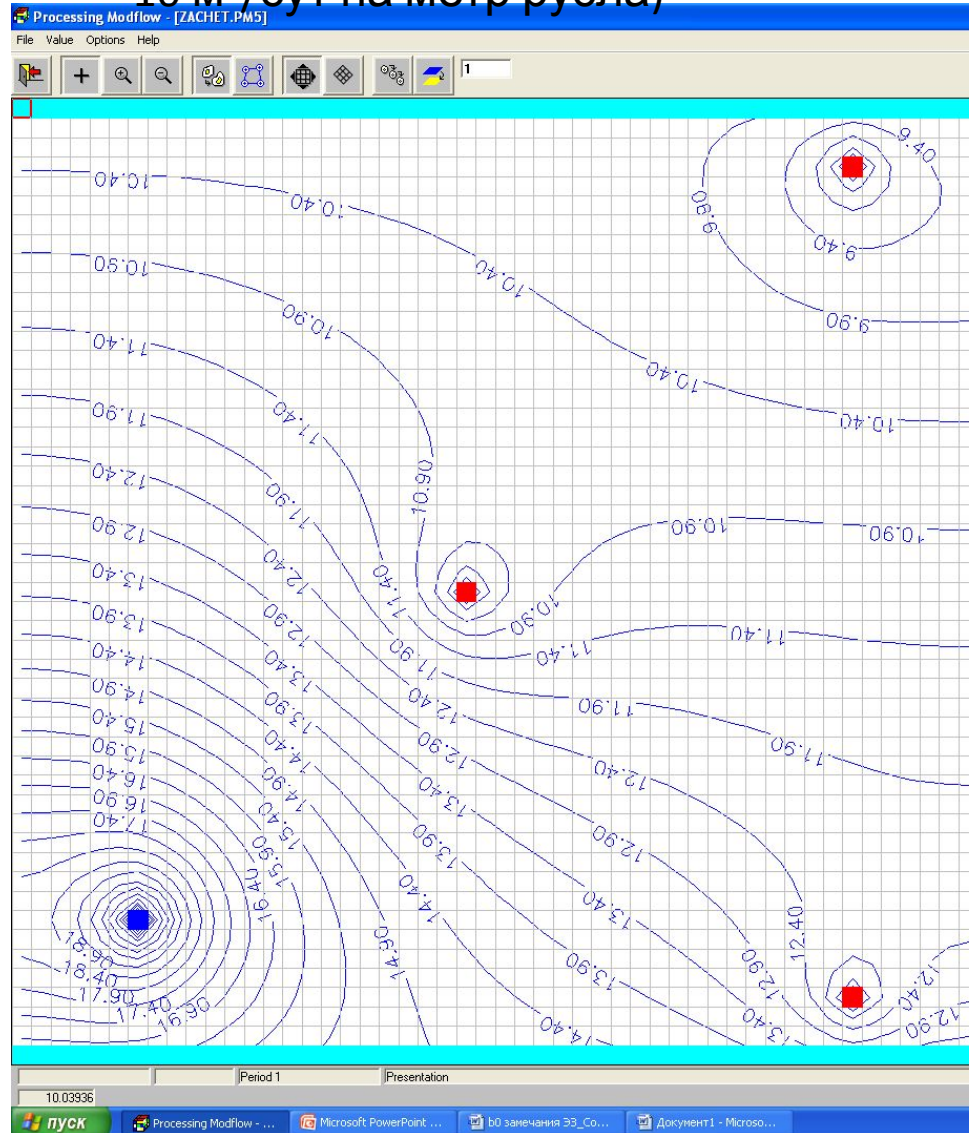


Связь с южной рекой затруднена
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:

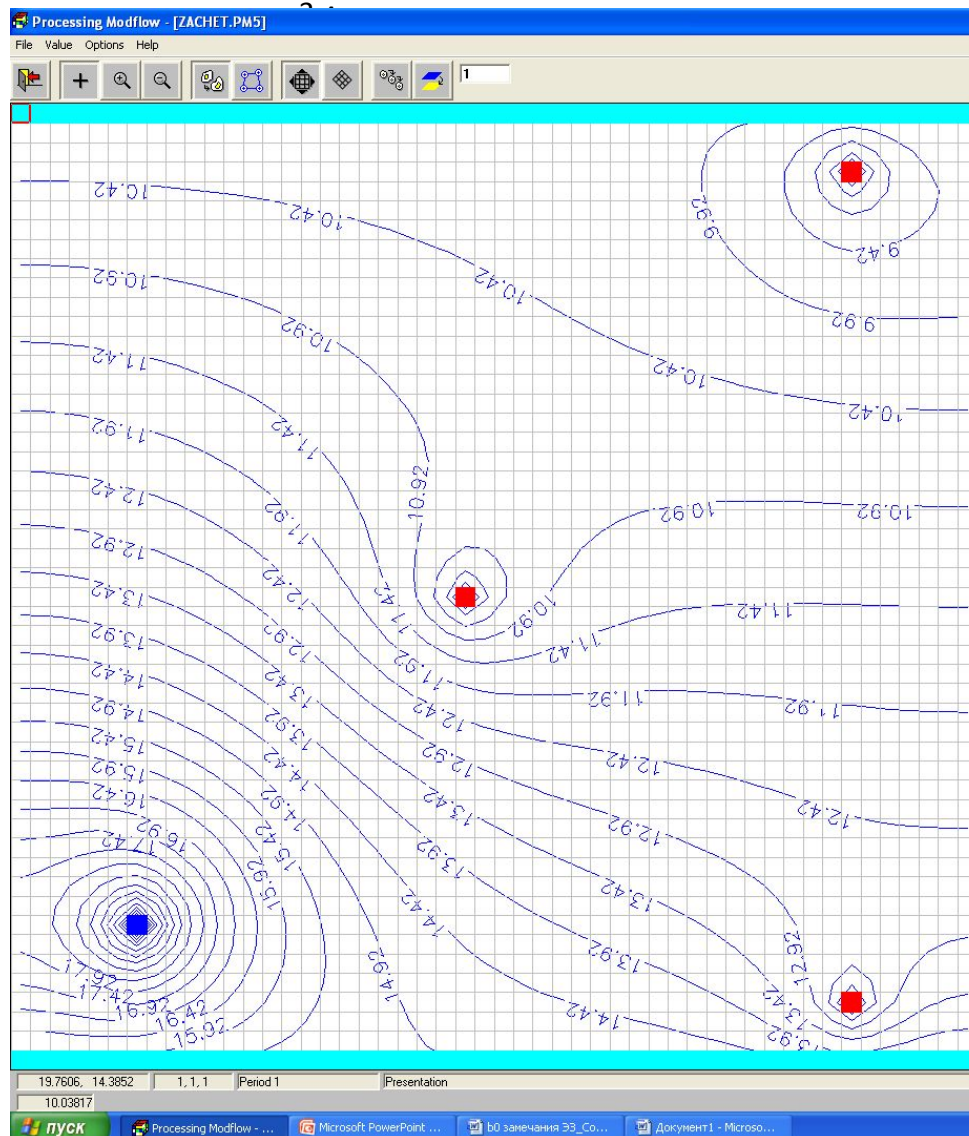
$5 \text{ м}^3/\text{сут на метр русла}$)



Связь с южной рекой затруднена
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:
 $10 \text{ м}^3/\text{сут на метр русла}$)

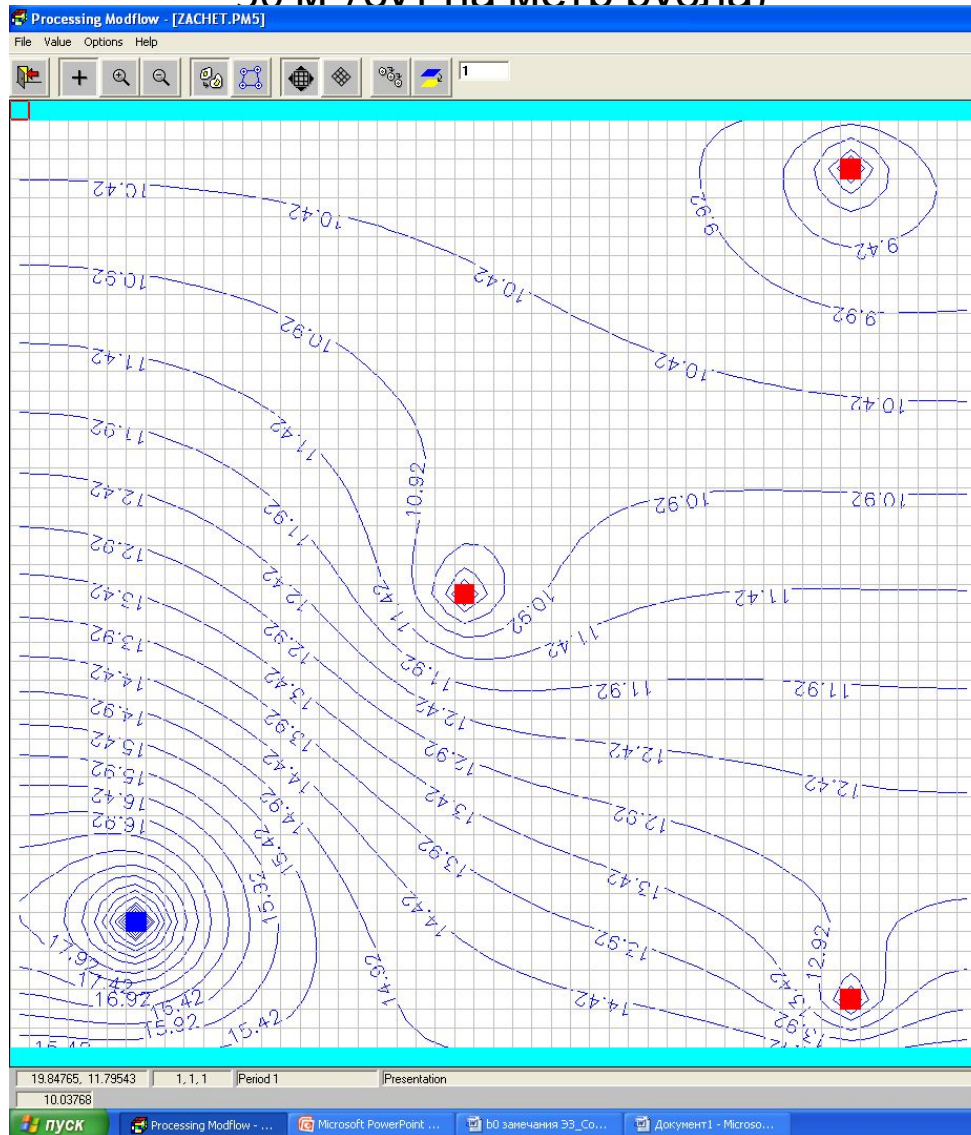


Связь с южной рекой затруднена незначительно
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:



Связь с южной рекой практически не затруднена
(гидравлическая проводимость подрусловых
отложений:

50 м³/сут на метр русла)



Использование гидродинамических границ различных типов обеспечивает реализацию на численных моделях большого разнообразия природных условий, что выгодно отличает методы моделирования от иных способов прогноза изменения гидрогеологических условий под влиянием как естественных, так и искусственных факторов.