Тригонометрические формулы суммы и разности углов

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

Сравните первые две формулы.
Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

Сравните следующие две формулы.
Запишите их в тетрадь по памяти.

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\, tg\beta}$$

$$tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\, tg\beta}$$

Сравните следующие две формулы.
Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)\ \frac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$$

$$ctg(\alpha-\beta)=\frac{ctg\alpha\cdot ctg\beta+1}{ctg\beta-ctg\alpha}$$

Сравните следующие две формулы.
Запишите их в тетрадь по памяти.

тригонометрические формулы суммы и разности углов

$\sin(\alpha+\beta) =$?

$\sin(\alpha-\beta) =$?

$\cos(\alpha+\beta) =$?

$\cos(\alpha-\beta) =$?

$tg(\alpha+\beta) =$?

$tg(\alpha-\beta) =$?

Возьмите черновик и попробуйте
записать все формулы по памяти.

примеры

1

Дано выражение $2\sin(x+y) = 3\cos(x-y)$. Выразите $tg\,x$ через $tg\,y$.

Используя формулу суммы и разности углов:

$$\mathbf{2\sin x\cos y + 2\cos x\sin y = 3\cos x\cos y + 3\sin x\sin y}$$

разделив обе части на $\boldsymbol{\cos x\cos y}$

получим:

$$\mathbf{2\,tg\,x + 2\,tg\,y = 3 + 3\,tg\,x\,tg\,y}$$

окончательно:

$$tg\,\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{3 - 2\,tg\,y}}{\mathbf{2 - 3\,tg\,y}}$$

примеры

2

Показать, что $\sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

$$\sin 15 = \sin(45° - 30°) = \sin 45° \cos 30° - \cos 45° \sin 30°$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

3

Даны $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, где $180° < \alpha < 270°$ и $\cos\beta = -\frac{12}{13}$, где $90° < \beta < 180°$.
Найти: $tg(\alpha + \beta)$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{1 - tg\,\alpha\, tg\,\beta}$$

$$\sin\alpha = -\frac{3}{5}, \sin\beta = \frac{5}{13}, \cos\alpha = -\frac{4}{5}, \cos\beta = -\frac{12}{13}$$

$$tg\,\alpha = \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{4}$$

и

$$tg\,\beta = \frac{5}{13} \div \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{5}{12}$$

тогда

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{16}{63}$$

Применение формулы:

Вычислите:

a) $\cos 75°$

b) $tg\, 75°$

$$\cos(75°) = \cos(45° + 30°) = \cos(45°)\cos(30°) - \sin(45°)\sin(30°)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$tg\, 75° = \frac{\sin 75°}{\cos 75°}$$

$$\sin 75° = \sin(45° + 30°) = \sin(45°)\cos(30°) + \cos(45°)\sin(30°)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$tg\, 75° = \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right) \div \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{3}$$

Учебные задания:

Стр 59
№24.2

Рефлексия

- было интересно…
- было трудно…
- теперь я могу…
- я научилась…
- меня удивило…
- мне захотелось…
- особенно интересно было на уроке…