

# Тригонометрические формулы суммы и разности углов

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Сравните первые две формулы.

Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Сравните следующие две формулы.

Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

Сравните следующие две формулы.

Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$

Сравните следующие две формулы.

Запишите их в тетрадь по памяти.

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

# тригонометрические формулы суммы и разности

## углов

$$\sin(\alpha + \beta) = \boxed{?}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \boxed{?}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \boxed{?}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \boxed{?}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \boxed{?}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \boxed{?}$$

Возьмите черновик и  
попробуйте  
записать все формулы по  
памяти.

# примеры

1 Дано выражение  $2 \sin(x + y) = 3 \cos(x - y)$ . Выразите  $\operatorname{tg} x$  через  $\operatorname{tg} y$ .

Используя формулу суммы и разности углов:

$$2 \sin x \cos y + 2 \cos x \sin y = 3 \cos x \cos y + 3 \sin x \sin y$$

разделив обе части на  $\cos x \cos y$

получим:

$$2 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{tg} y = 3 + 3 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$$

окончательно:

$$\operatorname{tg} x = \frac{3 - 2 \operatorname{tg} y}{2 - 3 \operatorname{tg} y}$$

2

Показать, что  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ .

$$\begin{aligned}\sin 15 &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

3

Даны  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ , где  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  и  $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ , где  $90^\circ < \beta < 180^\circ$ .  
Найти:  $tg(\alpha + \beta)$

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg \alpha + tg \beta}{1 - tg \alpha tg \beta}$$

$$\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \sin \beta = \frac{5}{13}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \cos \beta = -\frac{12}{13}$$

$$tg \alpha = \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{4}$$

и

$$tg \beta = \frac{5}{13} \div \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{5}{12}$$

тогда

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{16}{63}$$

# Применение формулы:

Вычислите:

a)  $\cos 75^\circ$

b)  $\operatorname{tg} 75^\circ$

$$\begin{aligned}\cos(75^\circ) &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos(45^\circ)\cos(30^\circ) - \sin(45^\circ)\sin(30^\circ) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 75^\circ = \frac{\sin 75^\circ}{\cos 75^\circ}$$

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin(45^\circ)\cos(30^\circ) + \cos(45^\circ)\sin(30^\circ) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \\ \operatorname{tg} 75^\circ &= \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right) \div \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

# Учебные задания:

Стр 59

№24.2

# Рефлексия

- было интересно...
- было трудно...
- теперь я могу...
- я научилась...
- меня удивило...
- мне захотелось...
- особенно интересно было на уроке...

