

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ  
ОБРАБОТКИ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ  
ДААННЫХ

# Методы статистической обработки результатов

## эксперимента:

*математические приемы, формулы, способы количественных расчетов, с помощью которых показатели, получаемые в ходе эксперимента, можно обобщать, приводить в систему, выявляя скрытые в них закономерности.*

Некоторые из методов математико-статистического анализа позволяют вычислять так называемые элементарные математические статистики, характеризующие выборочное распределение данных, например выборочное среднее, выборочная дисперсия, мода, медиана и ряд других.

Иные методы математической статистики, например дисперсионный анализ, регрессионный анализ, позволяют судить о динамике изменения отдельных статистик выборки. С помощью третьей группы методов, скажем, корреляционного анализа, факторного анализа, методов сравнения выборочных данных, можно достоверно судить о статистических связях, существующих между переменными величинами, которые исследуют в данном эксперименте.

# Методы первичной статистической обработки результатов эксперимента

Все методы математико-статистического анализа условно делятся на **первичные** и **вторичные**.

Первичными называют методы, с помощью которых можно получить показатели, непосредственно отражающие результаты производимых в эксперименте измерений.

Вторичными называются методы статистической обработки, с помощью которых на базе первичных данных выявляют скрытые в них статистические закономерности.

К первичным методам статистической обработки относят, например, определение выборочной средней величины, выборочной дисперсии, выборочной моды и выборочной медианы. В число вторичных методов обычно включают корреляционный анализ, регрессионный анализ, методы сравнения первичных статистик у двух или

# Мода

Числовой характеристикой выборки, как правило, не требующей вычислений, является так называемая мода.

**Модой** называют количественное значение исследуемого признака, наиболее часто встречающееся в выборке. Для симметричных распределений признаков, в том числе для нормального распределения, значение моды совпадает со значениями среднего и медианы. Для других типов распределении, несимметричных, это не характерно.

К примеру, в последовательности значений признаков 1, 2, 5, 2, 4, 2, 6, 7, 2 модой является значение 2, так как оно встречается чаще других значений - четыре раза.

# Моду находят согласно следующим правилам:

1) В том случае, когда все значения в выборке встречаются одинаково часто, принято считать, что этот выборочный ряд не имеет моды. Например: 5, 5, 6, 6, 7, 7 - в этой выборке моды нет.

2) Когда два соседних (смежных) значения имеют одинаковую частоту и их частота больше частот любых других значений, мода вычисляется как среднее арифметическое этих двух значений. Например, в выборке 1, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 6 частоты рядом расположенных значений 2 и 5 совпадают и равняются 3. Эта частота больше, чем частота других значений 1 и 6 (у которых она равна 1). Следовательно, модой этого ряда будет величина  $=3,5$

3) Если два несмежных (не соседних) значения в выборке имеют равные частоты, которые больше частот любого другого значения, то выделяют две моды. Например, в ряду 10, 11, 11, 11, 12, 13, 14, 14, 14, 17 модами являются значения 11 и 14. В таком случае говорят, что выборка является бимодальной.

Могут существовать и так называемые мультимодальные распределения, имеющие более двух вершин (мод).

4) Если мода оценивается по множеству сгруппированных данных, то для нахождения моды необходимо определить группу с наибольшей частотой признака. Эта группа называется модальной группой.

# Медиана

**Медианой** называется значение изучаемого признака, которое делит выборку, упорядоченную по величине данного признака, пополам. Справа и слева от медианы в упорядоченном ряду остается по одинаковому количеству признаков. Например, для выборки 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 7, 9 медианой будет значение 5, так как слева и справа от него остается по четыре показателя. Если ряд включает в себя четное число признаков, то медианой будет среднее, взятое как полусумма величин двух центральных значений ряда. Для следующего ряда 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7 медиана будет равна 3,5.

Знание медианы полезно для того, чтобы установить, является ли распределение частных значений изученного признака симметричным и приближающимся к так называемому нормальному распределению. Средняя и медиана для нормального распределения обычно совпадают или очень мало отличаются друг от друга. Если выборочное распределение признаков нормально, то к нему можно применять методы вторичных статистических расчетов, основанные на нормальном распределении данных. В противном случае этого делать нельзя, так как в расчеты могут вкратиться серьезные ошибки.

# Выборочное среднее

**Выборочное среднее** (среднее арифметическое) значение как статистический показатель представляет собой среднюю оценку изучаемого в эксперименте психологического качества. Эта оценка характеризует степень его развития в целом у той группы испытуемых, которая была подвергнута психодиагностическому обследованию. Сравнивая непосредственно средние значения двух или нескольких выборок, мы можем судить об относительной степени развития у людей, составляющих эти выборки, оцениваемого качества.

Выборочное среднее определяется при помощи следующей формулы:

$$\bar{x} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n} = \frac{1}{n} \cdot \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)$$

где  $\bar{x}$  - выборочная средняя величина или среднее арифметическое значение по выборке;  $n$  - количество испытуемых в выборке или частных психодиагностических показателей, на основе которых вычисляется средняя величина;  $x_k$  - частные значения показателей у отдельных испытуемых. Всего таких показателей  $n$ , поэтому индекс  $k$  данной переменной принимает значения от 1 до  $n$ ;  $\sum$  - принятый в математике знак суммирования величин тех переменных, которые находятся справа от этого

# Разброс выборки

- **Разброс (иногда эту величину называют размахом) выборки** обозначается буквой  $R$ . Это самый простой показатель, который можно получить для выборки - разность между максимальной и минимальной величинами данного конкретного вариационного ряда, т.е.
- $R = X_{\max} - X_{\min}$
- Понятно, что чем сильнее варьирует измеряемый признак, тем больше величина  $R$ , и наоборот. Однако может случиться так, что у двух выборочных рядов и средние, и размах совпадают, однако характер варьирования этих рядов будет различный. Например, даны две выборки:
- $X = 10 \ 15 \ 20 \ 25 \ 30 \ 35 \ 40 \ 45 \ 50$   $\bar{X} = 30$   $R = 40$
- $Y = 10 \ 28 \ 28 \ 30 \ 30 \ 30 \ 32 \ 32 \ 50$   $\bar{Y} = 30$   $R = 40$
- При равенстве средних и разбросов для этих двух выборочных рядов характер их варьирования различен. Для того чтобы более четко представлять характер варьирования выборок, следует обратиться к их распределениям



# Дисперсия

**Дисперсия** - это среднее арифметическое квадратов отклонений значений переменной от её среднего значения.

Дисперсия как статистическая величина характеризует, насколько частные значения отклоняются от средней величины в данной выборке. Чем больше дисперсия, тем больше отклонения или разброс данных.

$$D = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

где  $D$  - выборочная дисперсия, или просто дисперсия;

# Методы вторичной статистической обработки результатов эксперимента

- С помощью вторичных методов статистической обработки экспериментальных данных непосредственно проверяются, доказываются или опровергаются гипотезы, связанные с экспериментом. Эти методы, как правило, сложнее, чем методы первичной статистической обработки, и требуют от исследователя хорошей подготовки в области элементарной математики и статистики.

# Обсуждаемую группу методов можно разделить на несколько подгрупп:

1. Регрессионное исчисление.
2. Методы сравнения между собой двух или нескольких элементарных статистик (средних, дисперсий и т.п.), относящихся к разным выборкам.
3. Методы установления статистических взаимосвязей между переменными, например их корреляции друг с другом.
4. Методы выявления внутренней статистической структуры эмпирических данных (например, факторный анализ). Рассмотрим каждую из выделенных подгрупп методов вторичной статистической обработки на примерах.

# Регрессионное исчисление

- Регрессионное исчисление - это метод математической статистики, позволяющий свести частные, разрозненные данные к некоторому линейному графику, приблизительно отражающему их внутреннюю взаимосвязь, и получить возможность по значению одной из переменных приблизительно оценивать вероятное значение другой переменной (7).
- Графическое выражение регрессионного уравнения называют линией регрессии. Линия регрессии выражает наилучшие предсказания зависимой переменной ( $Y$ ) по независимым переменным ( $X$ ).

Регрессию выражают с помощью двух уравнений регрессии, которые в самом прямом случае выглядят, как уравнения прямой.

$$Y = a_0 + a_1 * X \quad (1)$$

$$X = b_0 + b_1 * Y \quad (2)$$

В уравнении (1)  $Y$  - зависимая переменная,  $X$  - независимая переменная,  $a_0$  - свободный член,  $a_1$  - коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

В уравнении (2)  $X$  - зависимая переменная,  $Y$  - независимая переменная,  $b_0$  - свободный член,  $b_1$  - коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Для применения метода линейного регрессионного анализа необходимо соблюдать следующие условия:

1. Сравнимые переменные  $X$  и  $Y$  должны быть измерены в шкале интервалов или отношений.
2. Предполагается, что переменные  $X$  и  $Y$  имеют нормальный закон распределения.
3. Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных должно быть одинаковым.

# Краткий обзор современных программных средств для проведения анализа данных.

**MATLAB** – это высокопроизводительный язык для технических расчетов. Он включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в удобной среде, где задачи и решения выражаются в форме, близкой к математической. Типичное использование MATLAB – это:

- математические вычисления
- создание алгоритмов
- моделирование
- анализ данных, исследования и визуализация
- научная и инженерная графика
- разработка приложений, включая создание графического интерфейса

# Краткий обзор современных программных средств для проведения анализа данных.

**Mathcad** – программное средство, среда для выполнения на компьютере разнообразных математических и технических расчетов, снабженная простым в освоении и в работе графическим интерфейсом, которая предоставляет пользователю инструменты для работы с формулами, числами, графиками и текстами.

В среде Mathcad доступны более сотни операторов и логических функций, предназначенных для численного и символьного решения математических задач различной сложности и применения этих функций для анализа данных.



# Краткий обзор современных программных средств для проведения анализа данных.

**STATISTICA** – это универсальная интегрированная система, предназначенная для статистического анализа и визуализации данных, управления базами данных и разработки пользовательских приложений, содержащая широкий набор процедур анализа для применения в научных исследованиях, технике, бизнесе, а также специальные методы добычи данных.

С помощью реализованных в системе STATISTICA мощных языков программирования, снабженных специальными средствами поддержки, легко создаются законченные пользовательские решения и встраиваются в различные другие приложения или вычислительные среды.

# Краткий обзор современных программных средств для проведения анализа данных.

## **Deductor**

Аналитическая платформа Deductor реализует практически все современные подходы к анализу структурированной табличной информации: хранилища данных (Data Warehouse), многомерный анализ (OLAP), добыча данных (Data Mining), обнаружение знаний в базах данных (Knowledge Discovery in Databases). Лучшим способом изучить и понять целесообразность использования современных технологий анализа - это испытать все на практике.

# Краткий обзор современных программных средств для проведения анализа данных.

**STATGRAPHICS** – это универсальный пакет для анализа и визуализации данных. Отличительной особенностью пакета является наличие такого инструмента как **StatAdvisor**, который помогает пользователям интерпретировать полученные результаты, обеспечивает возможность объединения в одном окне нескольких текстовых и графических подокон.

**StatAdvisor** дает пользователям понятные разъяснения полученных результатов, определяет, являются ли эти результаты существенными, и обращает особое внимание на любые возможные ошибки в анализе. Пользователи получают немедленную интерпретацию результатов в процедурах, доступных в как основной системе, так и в четырех специальных модулях, поставляемых по выбору: Quality Control (контроль качества), Experimental Design (планирование эксперимента), Time-Series Analysis (анализ временных рядов) и Advanced Multivariate Method (анализ вариаций).