Уравнения с модулем

Способы решения

13:33 68%

Название

$|2-5x|=7$

$|3x+2|=25$

$|7x+4|=83$

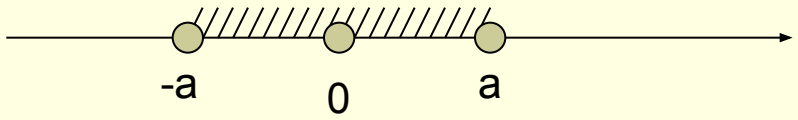
$|-7|=?$

$|17|=?$

17

Определения

- <u>Модуль числа</u> ***a*** *– расстояние от точки с координатой* ***a*** *до ноля*



- *<u>следствия</u>*
- *1.* модуль числа неотрицателен ($|a| \geq 0$)

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a>0 \\ -a, \text{ если } a<0 \\ 0, \text{ если } a = 0 \end{cases}$$

Способы решения уравнений с модулями:

- 1. По определению модуля
- 2. Раскрытие модуля на промежутке знакопостоянства
- 6. Важный частный случай

1. По определению модуля

$$|f(x)| = a \quad (a \geq 0)$$

$$f(x) = a \quad \text{или} \quad f(x) = -a$$

Пример : $|3x - 8| = 5$

Решение:

$3x - 8 = 5$ *или* $3x - 8 = -5;$

$3x = 13,$ $3x = 3;$

$x = 13/3,$ $x = 1.$

Ответ: 13/3; 1.

Решить по определению модуля

1) $|2x - 3| = 5$

решение

По определению модуля № 1

$$|2x - 3| = 5$$

Решение

$2x - 3 = 5$ или $2x - 3 = -5$

$2x = 8$ $\quad$ $2x = -2$

$x = 4$ $\quad$ $x = -1$

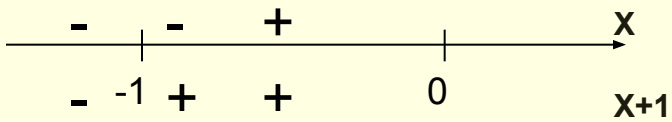
Ответ: -1;4

4.Раскрытие модуля на промежутке знакопостоянства

- Универсальный способ

Пример: |x| + |x+1|=1

Решение: Найдем нули подмодульных выражений: 0; -1



1. $\begin{cases} x \le -1 \\ -x - x - 1 = 1 \end{cases}$, *то* $\begin{cases} x \le -1 \\ x = -1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ -x + x + 1 = 1 \end{cases}$, *то* $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ 0x = 0 \end{cases}$, $-1 < x < 0$

3. $\begin{cases} x \ge 0 \\ x + x + 1 = 1 \end{cases}$, *то* $\begin{cases} x \ge 0 \\ 2x = 0 \end{cases}$, *то* $x = 0$

$x = -1$

$-1 < x < 0$

$x = 0$

Ответ: [-1;0].

Решить, используя раскрытие модуля на промежутках знакопостоянства

1) $|5 - x| + |x - 1| = 10$

решение

2) $|x - 3| + 2|x + 1| = 4$

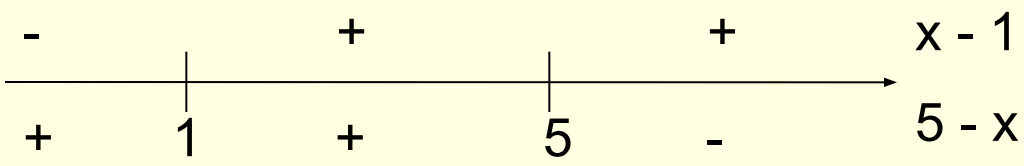
решение

3) $|x - 1| + |2x - 3| = 2$

решение

Раскрытие модуля на промежутках знакопостоянства № 1

$|5 - x| + |x - 1| = 10$



Если $x \le 1$, то

$5 - x - x + 1 = 10$

$-2x + 6 = 10$

$-2x = 10 - 6$

$-2x = 4$

$x = -2$

Если $x \ge 5$, то

$-5 + x + x - 1 = 10$

$2x - 6 = 10$

$2x = 10 + 6$

$2x = 16$

$x = 8$

Если $1 < x < 5$, то

$5 - x + x - 1 = 10$

$0x + 4 = 10$

$0x = 10 - 4$

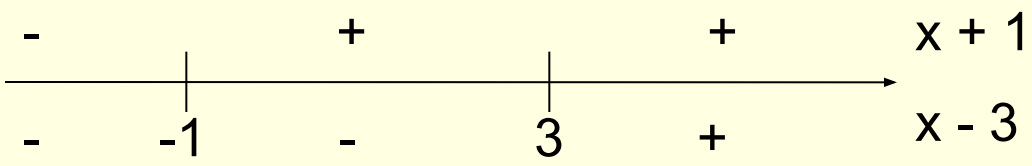
$0x = 6$

нет решений

Ответ: -2 ; 8

Раскрытие модуля на промежутках знакопостоянства № 2

$|x - 3| + 2|x + 1| = 4$



Если $x \le -1$, то

$3 - x - 2x - 2 = 4$

$-3x + 1 = 4$

$-3x = 4 - 1$

$-3x = 3$

$x = -1$

Если $-1 < x \le 3$, то

$3 - x + 2x + 2 = 4$

$x + 5 = 4$

$x = 4 - 5$

$x = -1$

нет решений

Если $x > 3$, то

$x - 3 + 2x + 2 = 4$

$3x - 1 = 4$

$3x = 4 + 1$

$3x = 5$

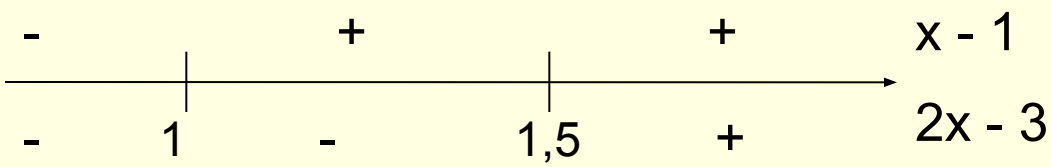
$x = 5/3$

нет решений

Ответ: -1

Раскрытие модуля на промежутках знакопостоянства № 3

$|x - 1| + |2x - 3| = 2$



1. Если $x \le 1$, то

$1 - x - 2x + 3 = 2$

$-3x + 4 = 2$

$-3x = 2 - 4$

$-3x = -2$

$x = 2/3$

2. Если $1 < x \le 1,5$, то

$x - 1 + 3 - 2x = 2$

$-x + 2 = 2$

$-x = 2 - 2$

$x = 0$

нет решений

3. Если $x > 1,5$, то

$x - 1 + 2x - 3 = 2$

$3x - 4 = 2$

$3x = 2 + 4$

$3x = 6$

$x = 2$

Ответ: 2/3; 2

6. Важный частный случай

$|f(x)| = -f(x)$, тогда $f(x) \leq 0$

Пример: $7-4x = |4x-7|$

Решение: т.к. $|f(x)| = -f(x)$, то $f(x) \leq 0$

$$4x - 7 \leq 0$$

$$x \leq 7/4 \quad , \quad 7/4 = 1{,}75$$

Ответ: $(-\infty; 1{,}75]$

Удачи!