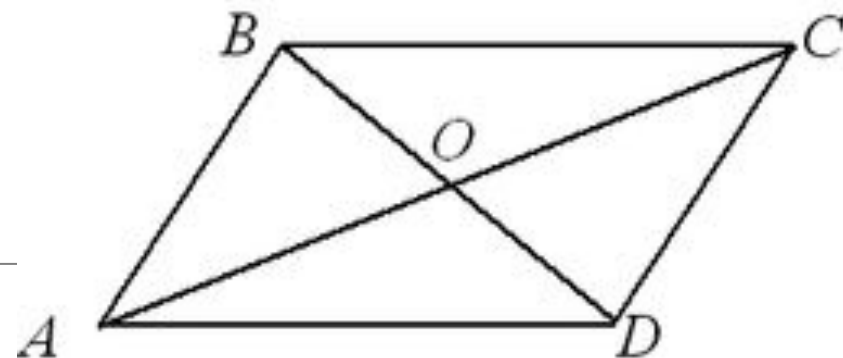


Планиметрия

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

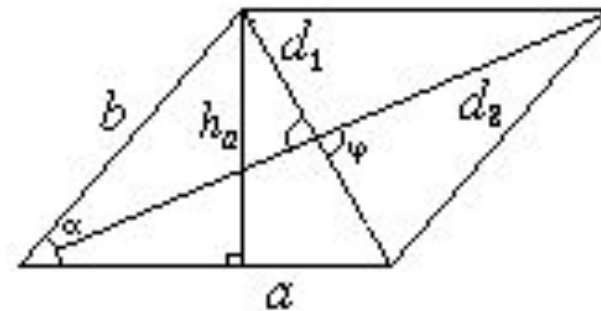
Параллелограмм



Теоремы (свойства параллелограмма):

- В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны:
 $AB = CD, BC = AD, \angle ABC = \angle ADC, \angle BAD = \angle BCD$.
- Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам: $AO = OC, OB = OD$.
- Углы, прилежащие к любой стороне, в сумме равны 180° .
- Диагонали параллелограмма делят его на два равных треугольника.
- Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:
 $AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$.

Площадь параллелограмма



a и b — смежные стороны; α — угол между ними; h_a — высота, проведенная к стороне a .

$$S = ah_a$$

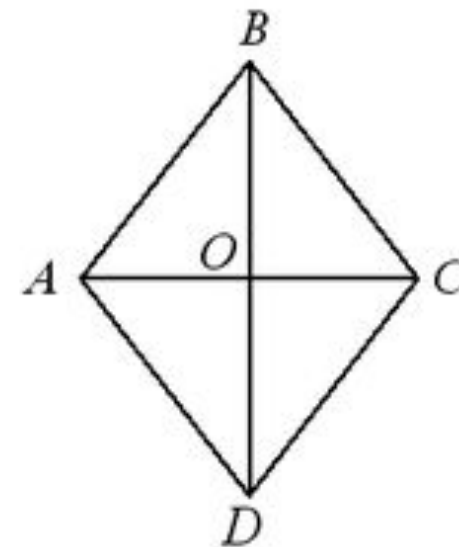
$$S = ab \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

Ромб и его площадь

Свойства:

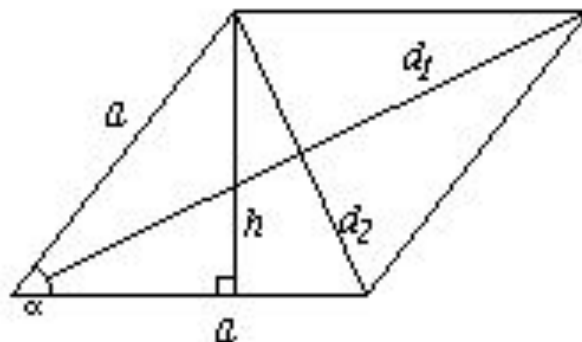
- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- Диагонали ромба являются биссектрисами углов.
- В ромб всегда можно вписать окружность.



$$S = ah_a$$

$$S = a^2 \sin \alpha$$

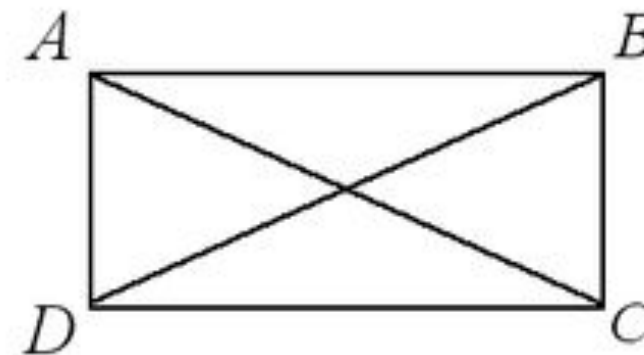
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



Прямоугольник и его площадь

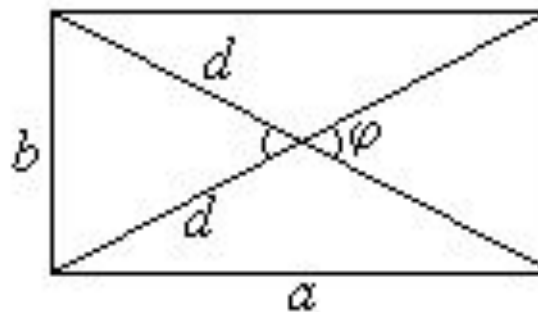
Свойства:

- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали прямоугольника равны: $AC = BD$.
- Вокруг прямоугольника всегда можно описать окружность.



$$S = ab$$

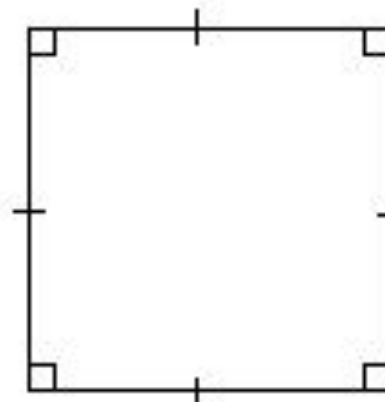
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$



Квадрат и его площадь

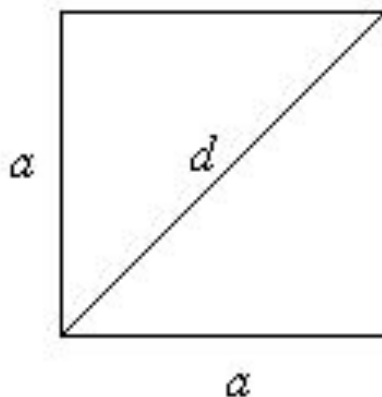
Свойства:

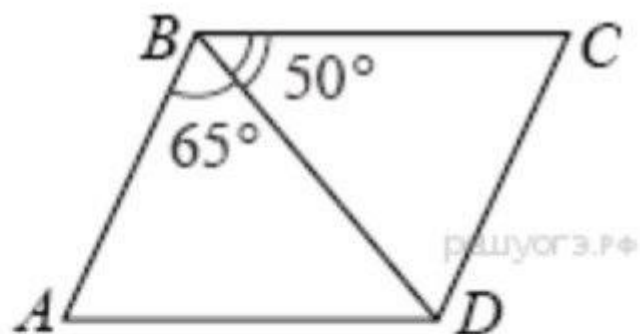
- Все свойства прямоугольника и ромба.
- Диагонали квадрата равны $d_1 = d_2 = a\sqrt{2}$.



$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2} d^2$$

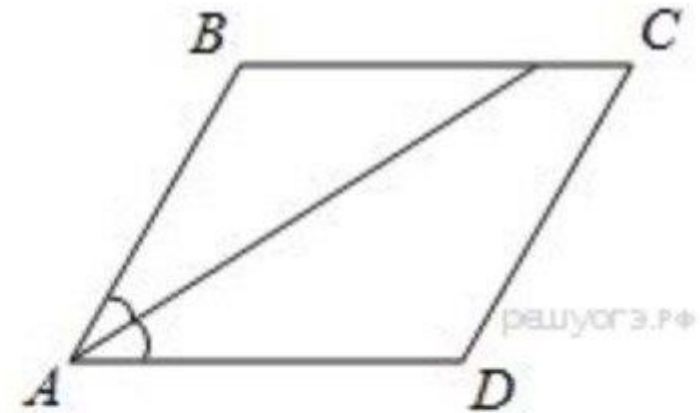




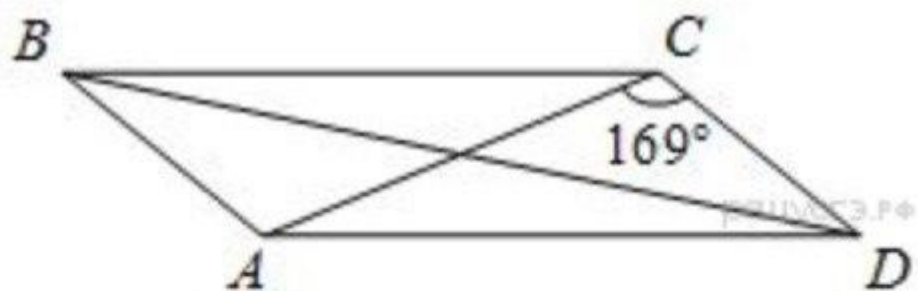
Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.

Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 36° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Градусная мера одного из углов параллелограмма в 19 раз больше другой. Найдите величину острого угла.

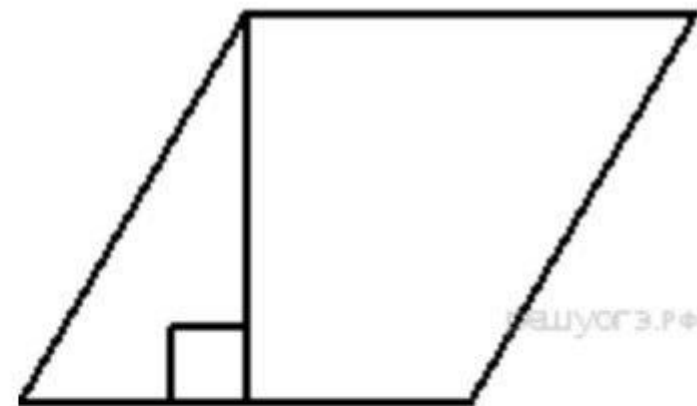


Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15° . Ответ дайте в градусах.



В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 169^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Сторона ромба равна 24, а острый угол равен 60° . Высота



ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Площадь ромба
равна 63, а периметр
равен 36. Найдите
высоту ромба.



Расстояние от точки пересечения
диагоналей ромба до одной из его сто-
рон равно 17, а одна из диагоналей
ромба равна 68. Найдите углы ромба.

Сторона ромба равна 95, а диагональ равна 114. Найдите площадь ромба.

Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 45° . Найдите площадь ромба, делённую на $\sqrt{2}$.

Одна из сторон параллелограмма равна 16, а опущенная на нее высота равна 25. Найдите площадь параллелограмма.

Одна из сторон параллелограмма равна 4, другая равна 4, а косинус одного из углов равен $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь параллелограмма.

Одна из сторон параллелограмма равна 20, другая равна 29, а тангенс одного из углов равен $\frac{\sqrt{11}}{33}$. Найдите площадь параллелограмма.

В ромбе сторона равна 10, одна из диагоналей — $10\sqrt{2 + \sqrt{2}}$, а угол, лежащий напротив этой диагонали, равен 135° . Найдите площадь ромба, делённую на $\sqrt{2}$.

В прямоугольнике одна сторона равна 1, другая сторона равна 17. Найдите площадь прямоугольника.

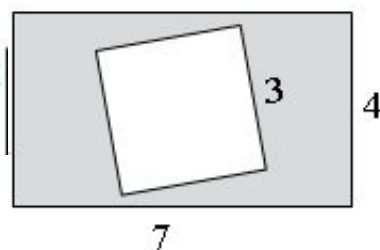
В прямоугольнике диагональ равна 10, а угол между ней и одной из сторон равен 30° . Найдите площадь прямоугольника, делённую на $\sqrt{3}$.

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 102, а отношение соседних сторон равно 2:15.

Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

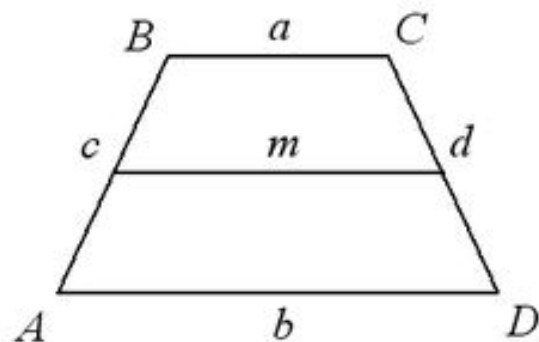
Периметр квадрата равен 152. Найдите площадь квадрата.

Из прямоугольника вырезали квадрат (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.



Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.

Трапеция



Трапецией называется четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие непараллельны.

Параллельные стороны трапеции называются ее *основаниями*, а непараллельные стороны — *боковыми сторонами*. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон, называется *средней линией*.

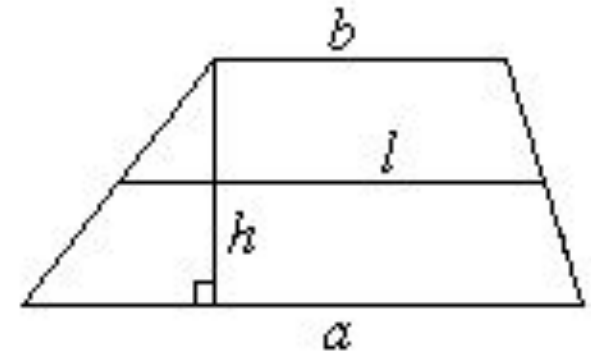
Трапеция называется *равнобедренной* (или *равнобокой*), если ее боковые стороны равны.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной*.

Свойства трапеции

- ее средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме;
- если трапеция равнобокая, то ее диагонали равны и углы при основании равны;
- если трапеция равнобокая, то около нее можно описать окружность;
- если сумма оснований равна сумме боковых сторон, то в нее можно вписать окружность.

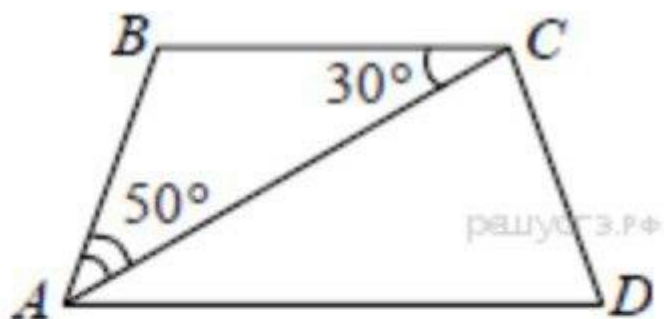
Трапеция и её площадь



a и b — основания; h — расстояние между ними; l — средняя линия.

$$l = \frac{a+b}{2}$$

$$S = lh$$



Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 50° соответственно.

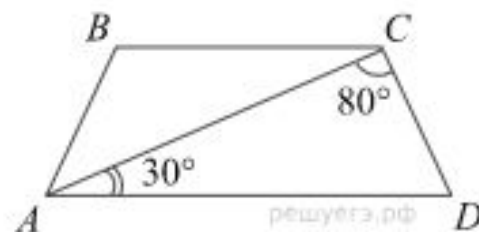
Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 68° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 220° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

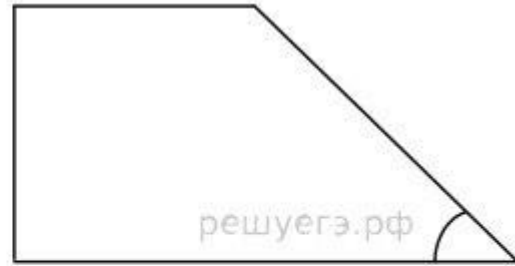
Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как $7:53$. Ответ дайте в градусах.

Основания трапеции равны 3 и 13.
Найдите больший из отрезков, на кото-
рые делит среднюю линию этой трапе-
ции одна из её диагоналей.

Найдите угол ABC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с
основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 30° и 80° соответственно.

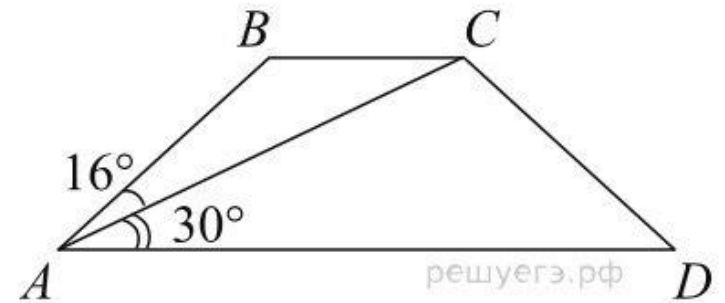


Тангенс
острого угла
прямоугольной
трапеции равен



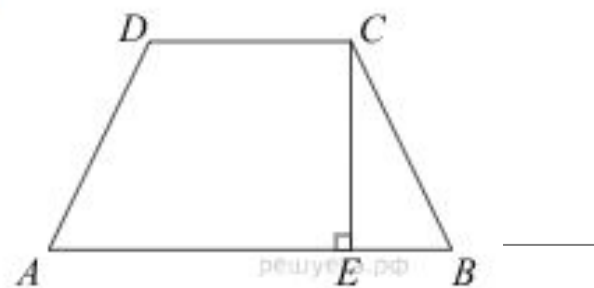
$\frac{1}{2}$. Найдите её
большее основание, если меньшее осно-
вание равно высоте и равно 55.

Биссектрисы углов A и B при боко-
вой стороне AB трапеции $ABCD$ пересе-
каются в точке F . Найдите AB , если
 $AF = 24$, $BF = 32$.

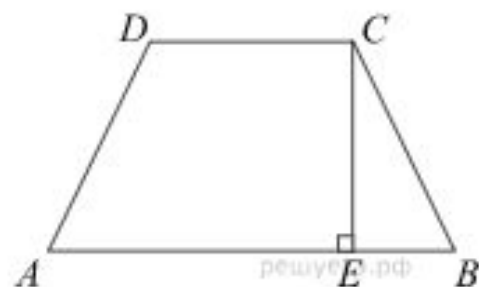


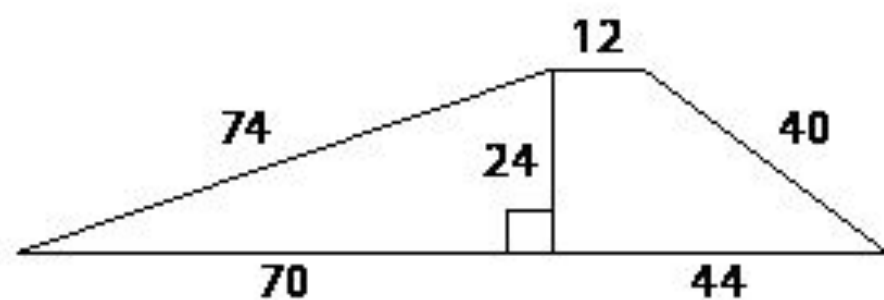
Найдите больший угол
равнобедренной трапеции $ABCD$, если
диагональ AC образует с основанием
 AD и боковой стороной AB углы,
равные 30° и 16° соответственно. Ответ
дайте в градусах.

Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{5}{7}$. Найдите боковую сторону.



Основания равнобедренной трапеции равны 17 и 87. Высота трапеции равна 14. Найдите тангенс острого угла.

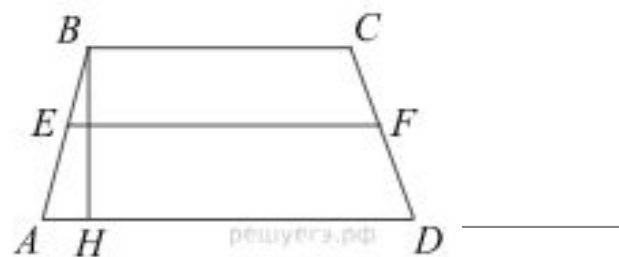




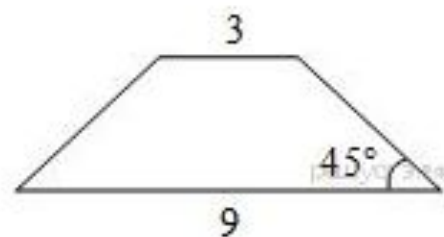
Основания трапеции равны 4 и 25, одна из боковых сторон равна $7\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135° . Найдите площадь трапеции.

Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а косинус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Найдите площадь трапеции.

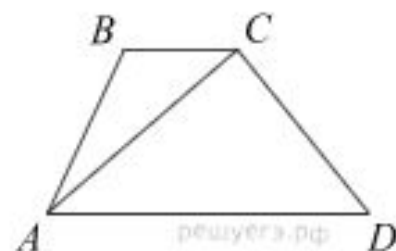
Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.



В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.



В трапеции $ABCD$ $AD = 3$, $BC = 1$, а её площадь равна 12. Найдите площадь треугольника ABC .



В трапеции $ABCD$ известно, что $AD = 7$, $BC = 5$, а её площадь равна 72. Найдите площадь трапеции $BCNM$, где MN – средняя линия трапеции $ABCD$.