Тема:

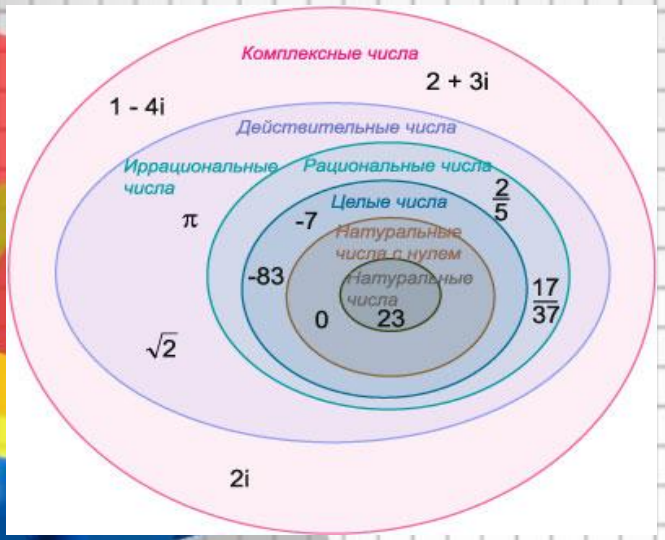
Развитие понятия о числе

В результате изучения студенты должны знать:

-Понятие натуральных, целых и рациональных чисел.

- Понятие иррационального числа.

- Понятие действительных чисел.



В результате изучения темы студент должен уметь выполнять преобразования с действительными числами.

Из истории чисел

Число- ***основное понятие математики, используемое для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей.***
Письменными знаками для обозначения чисел служат цифры, а также символы математических операций.

Возникнув еще в первобытном обществе из потребностей счета, понятие числа с развитием науки значительно расширилось.

На первых этапах существования человеческого общества числа, открытые в процессе человеческой деятельности, служили для примитивного счета предметов, дней, шагов и т.п.

На этом развитие не завершилось. В связи с решением уравнений математики встречались с числом, которое выражалось

$\sqrt{-1}$

Из истории чисел

С развитием цивилизации ему потребовалось изобретать все большие и большие числа, уметь их записывать. Этот процесс продолжался на протяжении многих столетий и потребовал напряженного интеллектуального труда

Потребовалась не одна сотня лет для того, чтобы математики смогли осмыслить понятие иррационального числа, и выработать способ записи такого числа и приближенного значения его в виде бесконечной десятичной дроби.

.Оно получило название мнимой единицы. После того как норвежский математик Гаспар Вессель (1745-1818) нашел возможность представить мнимое число геометрически, то так называемые «мнимые числа» получили свое место в множестве комплексных чисел.

На этом развитие не завершилось. В связи с решением уравнений математики встречались с числом, которое выражалось

$\sqrt{-1}$

Из истории чисел

Первая дробь, с которой познакомились люди, была, наверное, половина. За ней последовали ¼, 1/8, …, затем 1/3, 1/6 и т.д., то есть самые простые дроби, у них числитель всегда единица. Лишь значительно позже у греков, затем у индейцев и других народов стали входить в употребление и дроби общего вида, называемые обыкновенными, у которых числитель и знаменатель могут быть любыми натуральными числами. В дальнейшем оказалось необходимым еще более расширить понятие числа. Последовательно появились числа иррациональные, отрицательные и комплексные.

На этом развитие не завершилось. В связи с решением уравнений математики встречались с числом, которое выражалось

$\sqrt{-1}$

Из истории чисел

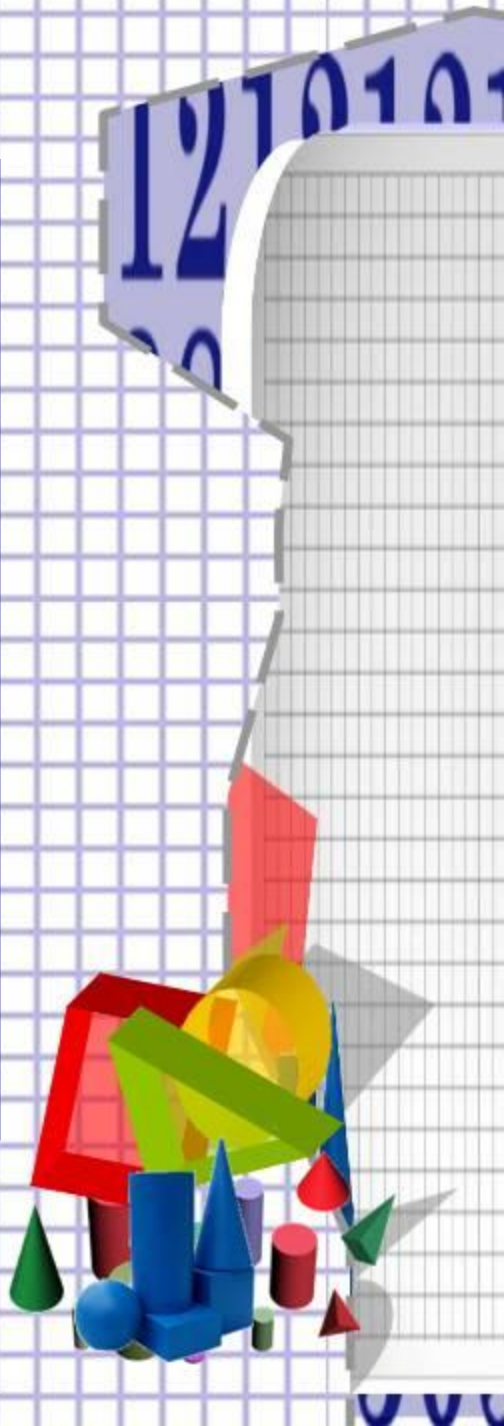
Довольно поздно к семье чисел присоединился нуль. Первоначально слово нуль означало отсутствие числа (буквальный смысл латинского слова nullut –“ничего»). Действительно, если, например, от 3 отнять 3, тоне останется ничего. Для того, чтобы это «ничего» считать числом, появились основания лишь в связи с рассмотрением отрицательных чисел.

Действительные числа
Рациональные числа
Иррациональные числа
Целые числа
Дробные числа
Бесконечные непериодические дроби
Отрицательные числа
Нуль
Положительные числа
Обыкновенные дроби
Десятичные дроби
Конечные
Бесконечные периодические

Натуральные числа

Натуральные числа (естественные числа) – числа, возникающие естественным образом при счёте (как в смысле перечисления, так и в смысле исчисления).

Множество всех натуральных чисел принято обозначать знаком N. Множество натуральных чисел является бесконечным, так как для любого натурального числа найдётся большее его натуральное число.



Операции над натуральными числами

К замкнутым операциям (операциям, не выводящим результат из множества натуральных чисел) над натуральными числами относятся следующие арифметические операции:

Сложение. *Слагаемое + Слагаемое = Сумма*

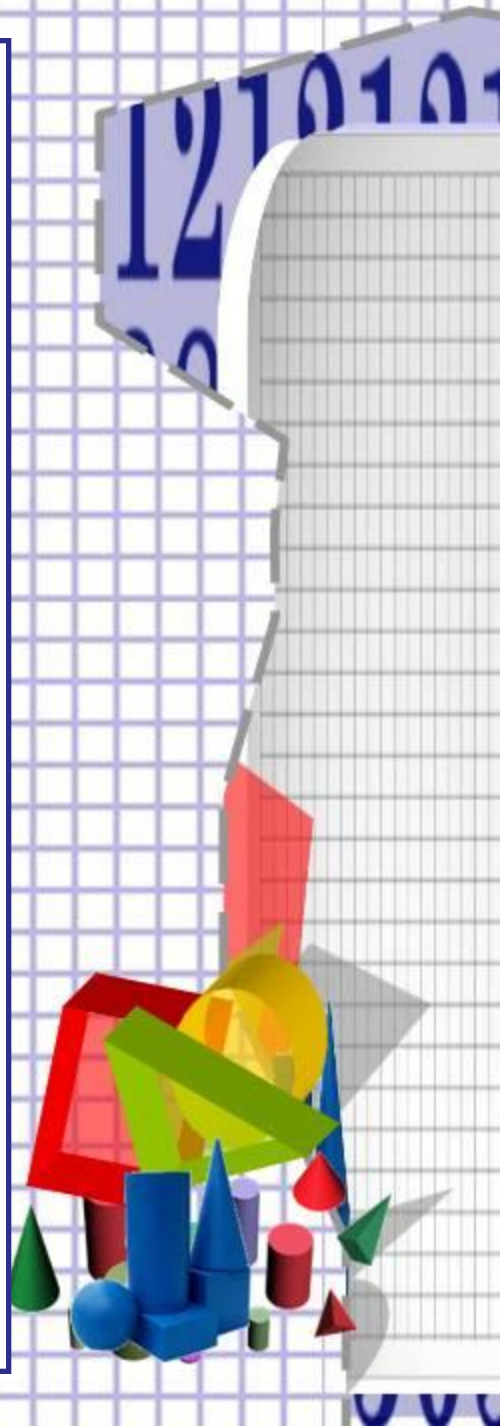
Умножение. *Множитель * Множитель = Произведение*

Возведение в степень *, a^b где a — основание степени и b — показатель степени. Если основание и показатель натуральны, то и результат будет являться натуральным числом.*

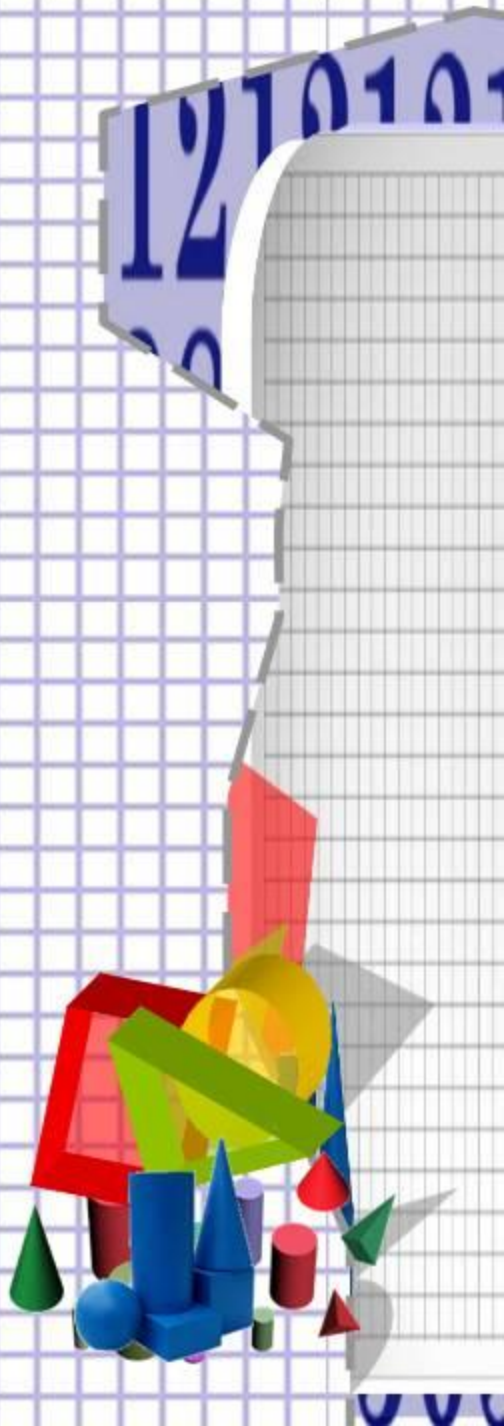
Дополнительно рассматривают ещё две операции. С формальной точки зрения они не являются операциями над натуральными числами, так как не определены для всех пар чисел (иногда существуют, иногда нет).

Вычитание. *Уменьшаемое Вычитаемое = Разность. При этом Уменьшаемое должно быть больше Вычитаемого (или равно ему, если считать 0 натуральным числом).*

Деление. *Делимое / Делитель = (Частное, Остаток).*



<u>Целые числа</u> – бывают положительными и отрицательными. Совокупность целых чисел образует множество целых чисел. Число вида a/в, где a и b целые числа, причём $b \neq 0$ называется рациональным числом. Множество, состоящее из положительных и отрицательных дробных чисел, называется множеством рациональных чисел.



Основные свойства

Коммутативность сложения. $A+B=B+A$

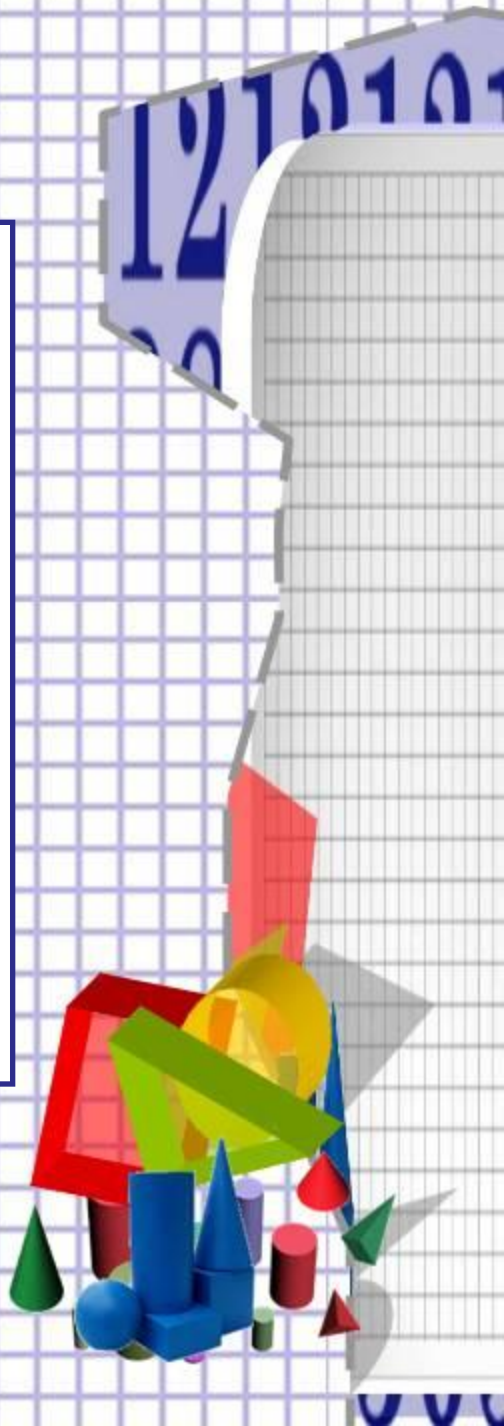
Коммутативность умножения. $A \bullet B=B \bullet A$

Ассоциативность сложения.
$(A+B)+C=A+(B+C)$

Ассоциативность умножения. $(AB)C=A(BC)$

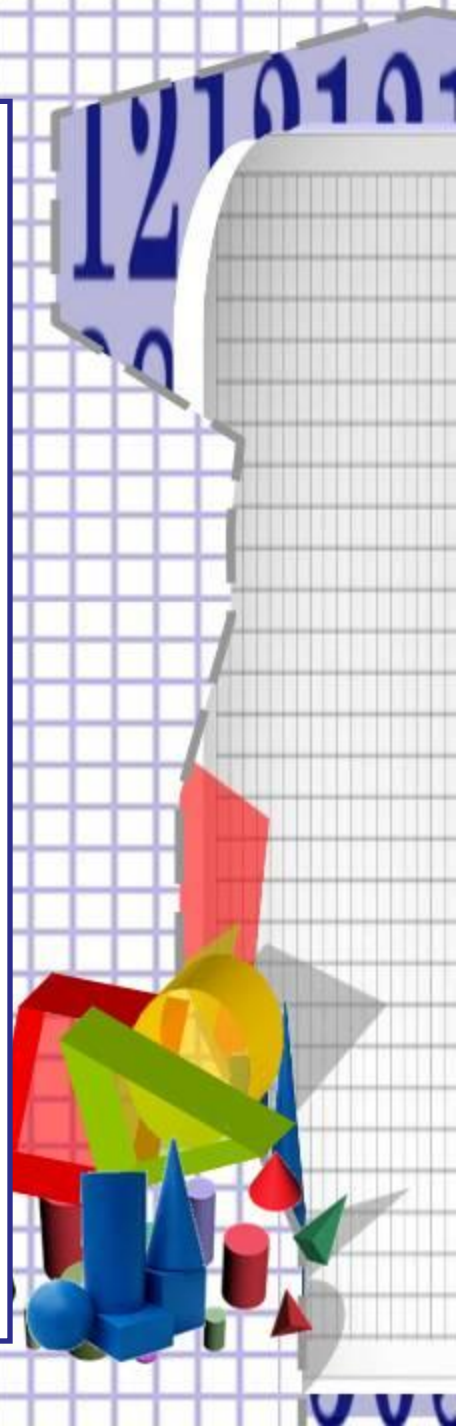
Дистрибутивность умножения относительно сложения.

$$\begin{cases} a(b+c) = ab + ac \\ (b+c)a = ba + ca \end{cases}$$



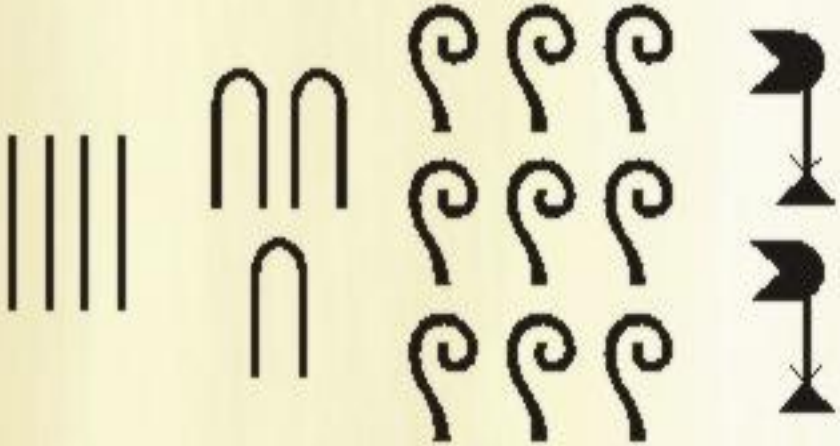
Числовые множества

Обозначение	Название множества
N	Множество натуральных чисел
Z	Множество целых чисел
Q=m/n	Множество рациональных чисел
I=R/Q	Множество иррациональных чисел
R	Множество вещественных чисел



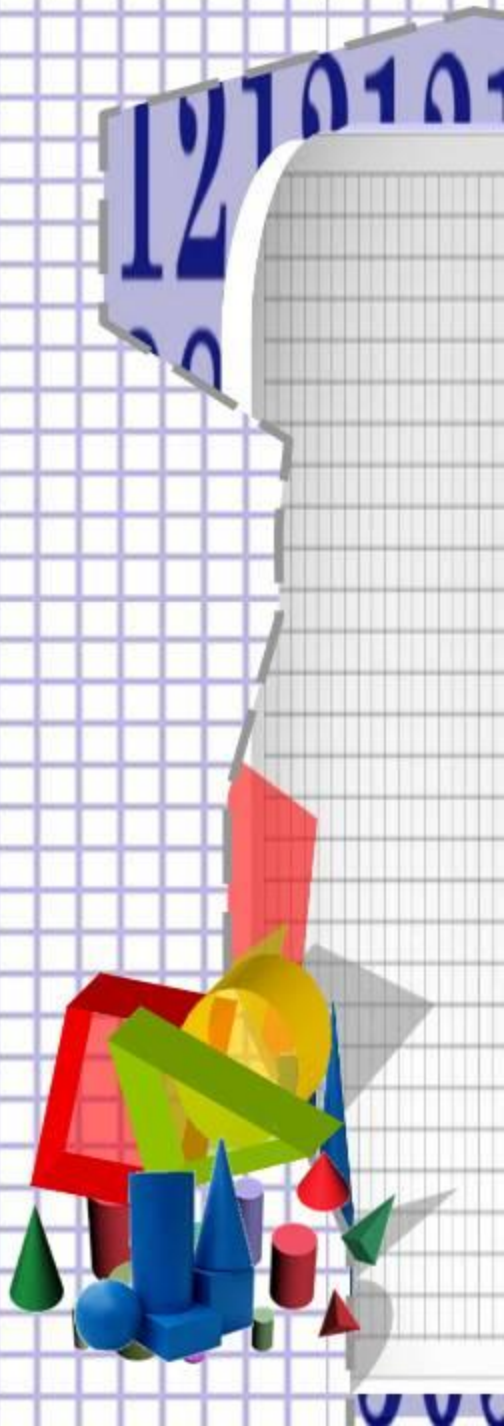
Египетские обозначения

1 10 100 1000 10 000 100 000 1 000 000 10 000 000



2934

Любое рациональное число можно представить либо в виде конечной десятичной дроби, либо в виде бесконечной периодической десятичной дроби.



Периодические дроби.

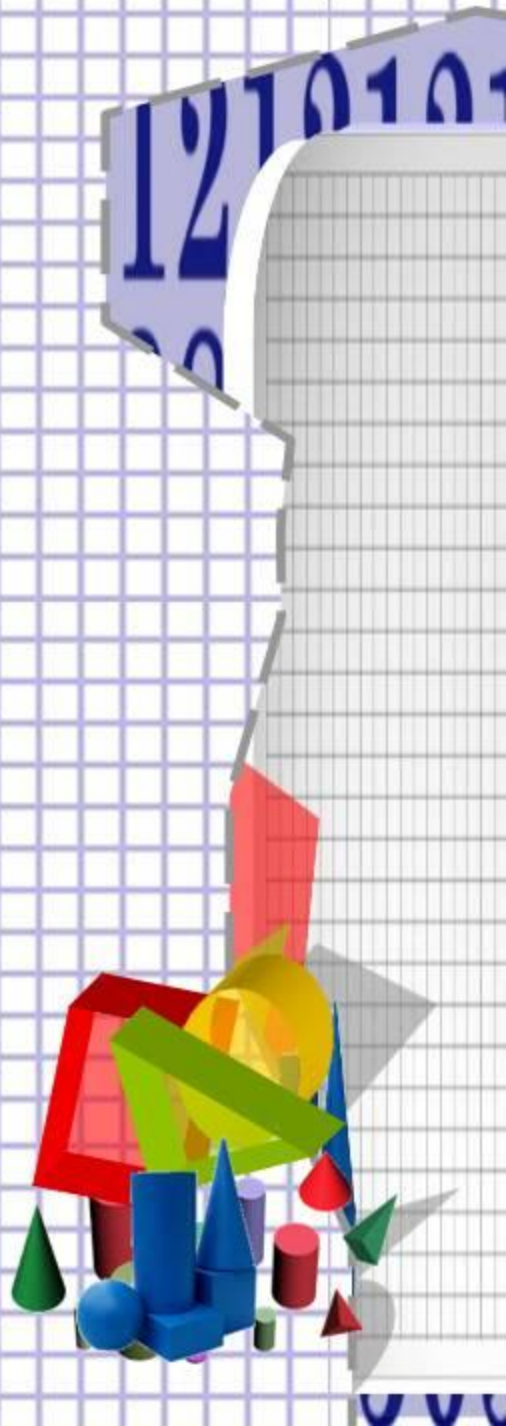
Определение: Периодические дроби бывают чистыми и смешанными.

Чистой периодической называется дробь, у которой период сразу после запятой.

$$\frac{19}{333} = \frac{1}{7} = 0,(142857)$$

Смешанной называется дробь, у которой между запятой и первым периодом есть одна или несколько повторяющихся цифр:

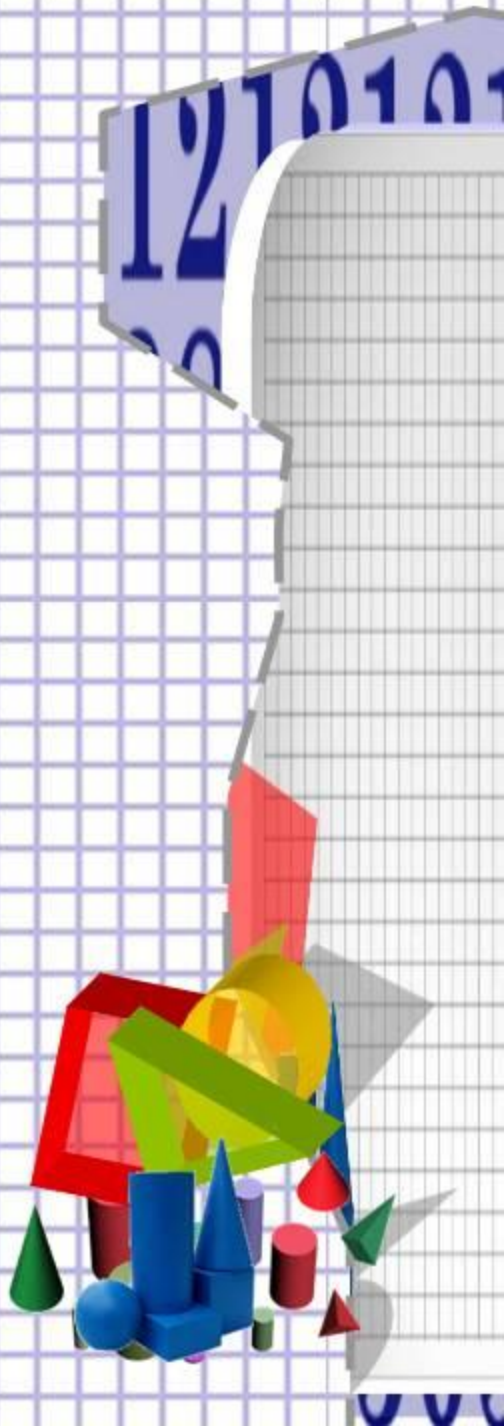
$$\frac{16}{30} = \frac{8}{15} = 0,5(3).$$



Обращение смешанной периодической дроби в обыкновенную:

Чтобы обратить смешанную периодическую дробь достаточно из числа стоящего до второго периода вычесть число стоящее до первого периода, и полученную разность взять числителем , а знаменателем написать цифру в периоде столькими нулями сколько цифр между запятой и периодом:

$$0,5(3) = \frac{53-5}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15};$$



Комплексные числа

Термин «комплексные числа» ввел немецкий математик Карл Гаус.

Вид комплексного числа

$X^2=-1$

$X=i$ -корень уравнения

i- комплексное число, такое, что $i^2=-1$

Запись комплексного числа в общем виде

$$A + B\,i$$

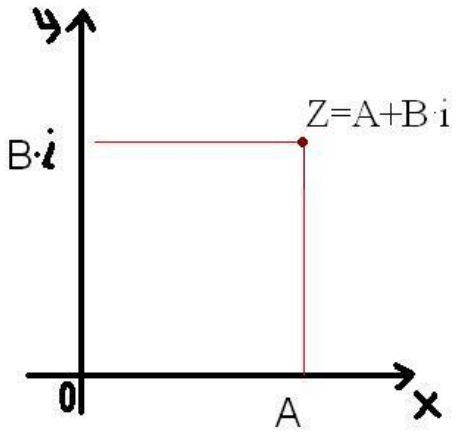
A и B - действительные числа

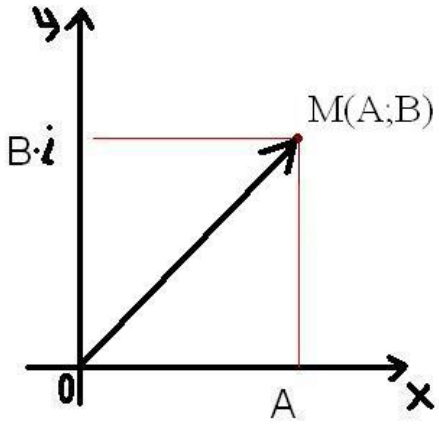
A - действительная часть

B - мнимая часть

i - мнимая единица

Геометрическая интерпретация комплексного числа





Комплексные взаимносопряженные числа

$Z=A - B\,i$ сопряженное $Z= A + B\,i$

Комплексные числа называются взаимно сопряженными, если их действительные части равны, а мнимые отличаются знаками

Комплексные взаимносопряженные числа

$Z=A - B\,i$ *сопряженное* $Z= A + B\,i$

Блиц-викторина

- 1. Может ли сумма двух отрицательных чисел быть числом натуральным?
- 2. Можно ли утверждать, что разность двух натуральных чисел является натуральным числом?
- 3. Может ли разность двух отрицательных чисел быть целым положительным числом?
- 4. Может ли произведение двух отрицательных чисел быть числом отрицательным?
- 5. Может ли разность двух целых чисел быть равной одному из них?
- 6. Может ли сумма двух целых положительных чисел быть равной 0?
- 7. Может ли произведение двух целых положительных чисел быть равным 0?
- 8. Может ли произведение двух целых чисел быть равным 0?
- 9. Какой знак имеет произведение всех целых чисел от -20 до 20?
- 10. Может ли сумма двух отрицательных чисел быть больше их частного?