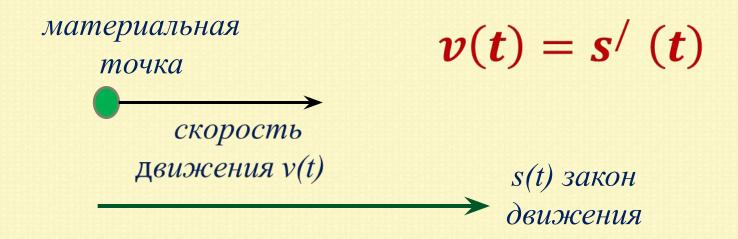
Первообразная

11 класс

Вспомним физический смысл производной.

Если материальная точка движется прямолинейно и её координата изменяется по закону s(t), то скорость её движения v(t) в момент времени t равна производной $s^{/}(t)$:



Задача: Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 + 2t$ (где s(t) – измеряется в м). Найдите скорость точки в момент времени t=2c.

Решение:

$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{s}^{/}(\mathbf{t}).$$

$$v(t) = 3t^2 + 2$$

$$v(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 = 14 \text{ m/c}$$

В математике часто приходиться решать обратную задачу:

зная скорость найти закон движения.

Задача: По прямой движется материальная точка, скорость которой в момент времени t задается формулой $v(t) = 3t^2$. Найдите закон движения.

Решение: Пусть s(t) – закон движения

так как
$$v(t) = s/(t)$$

 $s/(t) = 3t^2$, $s(t) = t^3$.

надо найти функцию, производная которой равна $3t^2$.

Эта задача решена верно, но не полно.

Эта задача имеет бесконечное множество решений.

$$s(t)=t^3$$
 $s/(t)=3t^2$
 $s(t)=t^3+2$ $s/(t)=3t^2$
 $s(t)=t^3+5$ $s/(t)=3t^2$
 $s(t)=t^3+\frac{1}{2}$ $s/(t)=3t^2$

можно сделать вывод, что любая функция вида $s(t)=t^3+C$ является решением данной задачи, где C любое число.

При решении задачи, мы, зная производную функции, восстановили ее первичный образ.

Эта операция восстановления - операция интегрирования.

Востановленная функция – первообразная (первичный образ функции)

Операция дифференцирования функция y = F(x) (первообразная) y = f(x) производная

Операция интегрирования

Определение первообразной

y = F(x) называют первообразной для y = f(x) на промежутке X, если при $x \subseteq X$ F'(x) = f(x)

$$\phi$$
ункция $y = F(x)$ (первообразная) $y = f(x)$ производная

Операция интегрирования

В математике много операций которые являются обратными

$$3^2 = 9$$

$$\frac{7}{9} = 3$$

$$\sin\frac{\pi}{2} = 1$$

?
$$\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$

Сегодня мы познакомились с новой операцией интегрирование ? дифференцирование

Запомните: Первообразная — это родитель производной: $F^{/}(x)=f(x)$

Задача: Докажите, что функция y = F(x) является первообразной для функции y = f(x), если:

a)
$$F(x) = x^2 + x^3$$
, $f(x) = 2x + 3x^2$

6)
$$F(x) = x^4 - x^{11}$$
, $f(x) = 4x^3 - 11x^{10}$

B)
$$F(x)=-4\cos x$$
, $f(x)=4\sin x$

$$\Gamma$$
) $F(x)=-9sinx$, $f(x)=-9cosx$

f(x)	F(x)
1	

Задача:

Найдите все первообразные для функций:

$$f(x)=3$$

$$f(x)=3$$
$$f(x)=x^2$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = 12$$

$$f(x)=12$$
$$f(x)=x^5$$

Три правила нахождения первообразных

Если функции y=f(x) и y=g(x) имеют на промежутке

первообразные соответственно y=F(x) и y=G(x), то

Функция	Первообразная
y = f(x) + g(x)	y = F(x) + G(x)
y = k f(x)	y = k F(x)

Задача.

Для функции y=f(x) найдите хотя бы одну первообразную:

a)
$$f(x) = 4x^2 + 6x^2$$

$$\Gamma) \quad f(x) = e^x + \frac{1}{x}$$

б)
$$f(x) = -\sin x + 2\cos x$$

$$(3x + \frac{\pi}{6})$$

$$f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$$

$$\Gamma) \quad f(x) = (4 - 5x)^4$$

Самостоятельно

Для функции y=f(x) найдите хотя бы одну первообразную:

a)
$$f(x) = 3x^4 - 5x^2$$

6)
$$f(x) = 3\cos x - \sin x$$

B)
$$f(x) = \cos x + \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Gamma) \quad f(x) = \frac{1}{x} - 2e^x$$

$$(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(x) = (3x - 12)^4$$