ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Лекция 18.

Тема: Постоянный электрический ток и его законы.

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **177-185**.

к.ф.-м.н.
Курочкин А.

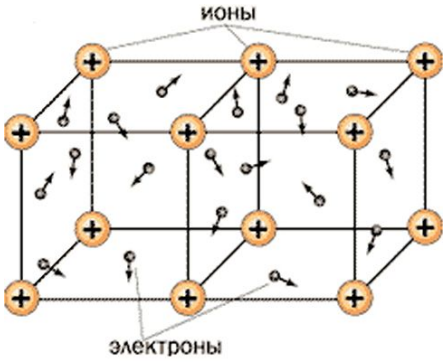
Классическая электронная теория проводимости металлов

- Внутренняя структура металлов характеризуется **кристаллической решеткой**.

- **В узлах решетки расположены положительные ионы**, представляющие собой атомы металла, лишенные одного или нескольких валентных электронов и поэтому заряженные положительно.

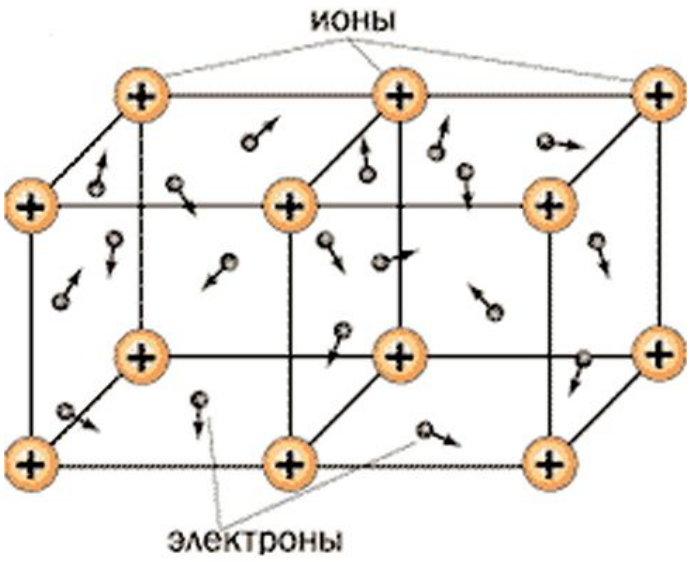
- Эти **положительные ионы способны совершать лишь небольшие тепловые колебания около своих положений равновесия** в узлах кристаллической решетки.

Друде
Пауль Карл Людвиг
1863 - 1906



- В пространстве между ионами практически свободно движутся оторвавшиеся от атомов **валентные электроны**, образуя так называемый **электронный газ**.

- Электроны при своём движении сталкиваются с ионами решётки, в результате чего **устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решёткой**.



1. **В отсутствие внешнего поля** любые **направления скорости** электронов, находящихся в хаотическом тепловом движении, **равновероятны.**

Следовательно, **средняя скорость теплового движения электронов**

$$\left\langle \vec{\upsilon}_{men} \right\rangle = 0$$

и **плотность тока равна нулю**

$$\vec{j} = nq\left\langle \vec{\upsilon}_{men} \right\rangle = 0$$

Можно сказать, что электронный газ в целом покоится по отношению к положительным ионам решетки.

2. **При включении электрического поля** на хаотическое движение электронов накладывается упорядоченное движение $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{men} + \vec{\upsilon}_{yn}$

$$\left\langle \vec{\upsilon} \right\rangle = \left\langle \vec{\upsilon}_{men} + \vec{\upsilon}_{yn} \right\rangle = \underbrace{\left\langle \vec{\upsilon}_{men} \right\rangle}_{0} + \left\langle \vec{\upsilon}_{yn} \right\rangle = \left\langle \vec{\upsilon}_{yn} \right\rangle$$

- **Модуль средней скорости теплового движения электронов**

$$\langle \upsilon_{теп} \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \text{ м}$$

- **Модуль средней скорости упорядоченного движения электронов во внешнем электрическом поле**

$$\langle \upsilon_{уп} \rangle = \frac{j}{en} = \frac{10^7}{1,5 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} \approx 10^{-3} \text{ м}$$

- Замыкание электрической цепи влечёт за собой распространение электростатического поля со скоростью

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Через время *t=l/c вдоль цепи установится стационарное электрическое поле и в ней начнётся у порядочное движение электронов. Поэтому электрический ток возникает в цепи одновременно с её замыканием.*

Вспомним материал из прошлой лекции

Проводник – вещество, содержащее **свободные** заряды.

Электрический ток – упорядоченное направленное движение в веществе или вакууме **свободных** заряженных частиц.

Ток в металле переносится **электронами**.

При **равновесии** зарядов **поле** в каждой точке внутри проводника **отсутствует**.

Отступление.

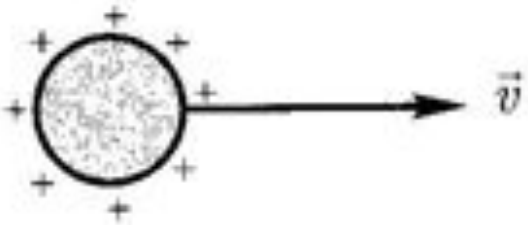
Что является носителями тока в других веществах?

В **электролитах** – **положительные** и **отрицательные ионы**.

В **газах и плазме** – **ионы** и **электроны**.

В **полупроводниках** – **электроны проводимости** и **дырки**.

Конвекционный электрический ток – электрический ток, осуществляемый движением в пространстве заряженного макроскопического тела.



Условия существования тока проводимости

1. **наличие свободных носителей электрического заряда**
2. **наличие в проводнике электрического поля (разности потенциалов)**

- При этом равновесное (электростатическое) распределение зарядов в проводнике нарушается, а его поверхность и объём перестают быть эквипотенциальными.
- Внутри проводника появляется электрическое поле, а касательная составляющая напряжённости электрического поля у поверхности проводника $E_\tau \neq 0$.
- Электрический ток в проводнике продолжается до тех пор, пока все точки проводника не станут эквипотенциальными (φ=const).

За направление тока принимается направление движения положительно заряженных частиц (*так условились*).

Электрический ток оказывает **действие**:

а) **тепловое** – нагревает проводник, по которому течет (кроме сверхпроводников);

б) **магнитное** – создает в окружающем пространстве магнитное поле и через него действует на другие токи и движущиеся заряженные частицы;

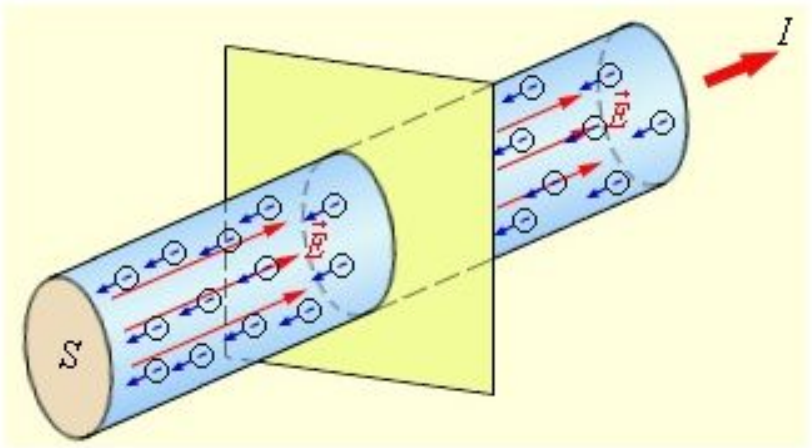
в) **световое** (при определенных условиях) – испускает свет;

г) **химическое** (в **электролитах**) – вызывает химические реакции.

Сила тока

Сила тока ***I*** - СФВ, характеризующая интенсивность направленного движения в проводнике свободных носителей электрического заряда и равная отношению заряда *dq*, прошедшего через поперечное сечение проводника за время *dt*, к этому промежутку времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad [\ ] = —$$



Если сила тока и его направление не изменяется со временем, то такой ток называется **постоянным**.

Для постоянного тока:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Сила тока – величина **алгебраическая**.

Знак **силы тока** зависит от того, совпадает или не совпадает направление тока с **положительным** направлением в проводнике (выбирается произвольно).
Если **совпадает, *I*>0**, если **не совпадает, *I*<0**.

Плотность тока – $\vec{j}$ ВФВ, характеризующая распределение силы тока I по поверхности поперечного сечения проводника и равная по модулю отношению модуля силы тока к площади этого сечения:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}, \quad \left[\frac{}{2}\right]$$

$dS_{\perp}$ – проекция dS на плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{j}$.

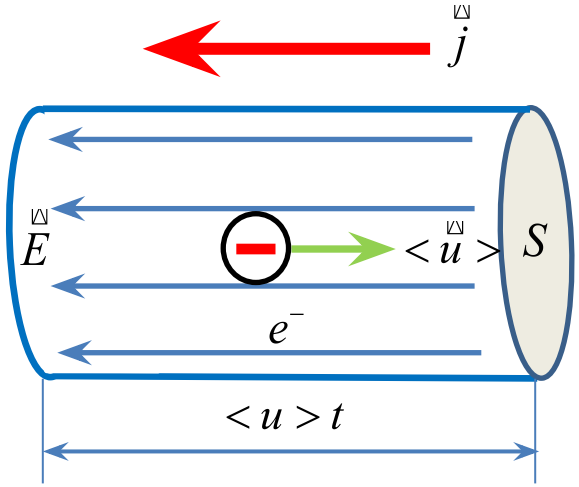
Направление вектора $\vec{j}$
совпадает с **направлением тока** в проводнике.

Движение свободных электронов внутри проводника

При **наличии электрического поля** в металлическом проводнике **свободные электроны** участвуют в двух видах движения:

I. **хаотическом, тепловом** со средней скоростью $< \upsilon_{кв} >$;

II. **направленном** со средней скоростью $< \vec{u} >$, направление которой противоположно $\langle \vec{E} \rangle$ – напряженности электрического поля в проводнике.



За время t через поперечное сечение S проводника пройдут все **электроны**, заключённые в прямом цилиндре объёма $V=S<u>t$.

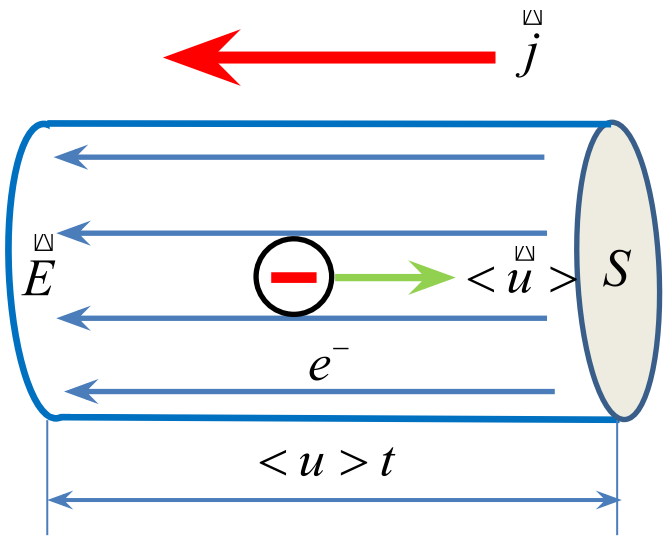
Перенесённый этими **электронами** заряд равен

$$q = eN = enV = neS < u > t,$$

e – заряд электрона;

N – число электронов;

n – концентрация электронов.



Сила тока в проводнике равна:

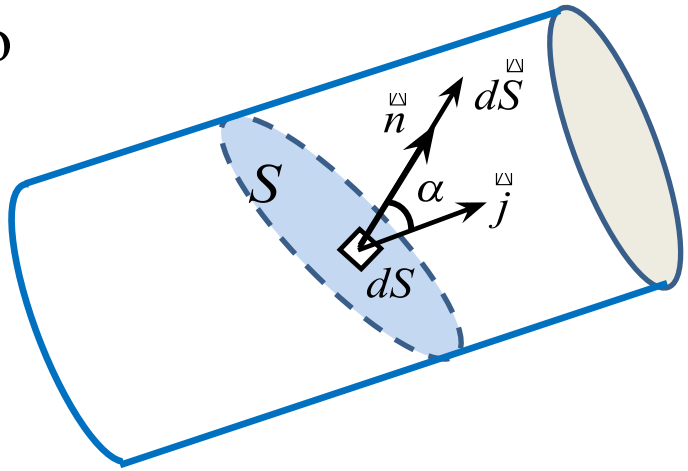
$$I = \frac{q}{t} = ne < u > S.$$

Плотность тока равна:

$$j = \frac{I}{S} = ne < u >$$

Мы уже знаем, что

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n},$$



- S – некоторая поверхность внутри проводника с током;
- dS – элементарная площадка на этой поверхности;
- $\vec{n}$ – единичный вектор нормали;

Получим

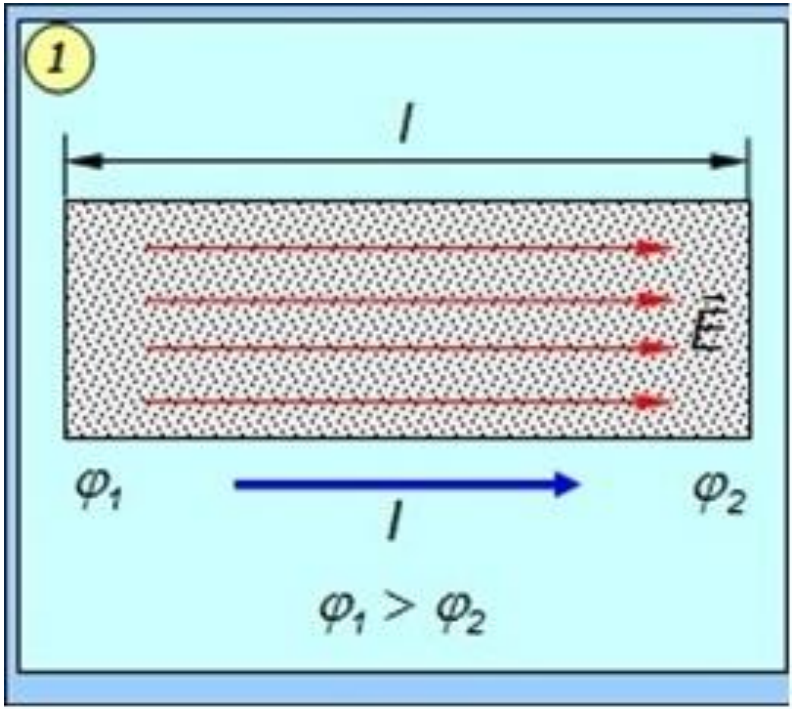
$$dI = \vec{j} d\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j \left|\vec{n}\right| dS \cos\alpha = \int_S j dS \cos\alpha$$

Сила тока *I* – это поток вектора плотности тока $\vec{j}$ через поперечное сечение проводника *S*.

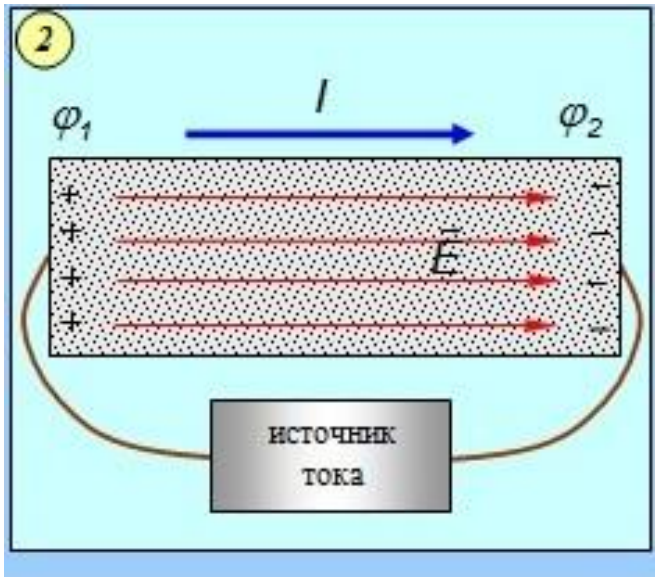
Сторонние силы. ЭДС

- Пусть на концах проводника создана разность потенциалов.
- В проводнике возникает электрический ток.
- Движение (положительных) зарядов приводит к выравниванию потенциалов во всех точках проводника.
- Электрическое поле в проводнике при этом исчезает, и ток прекращается.



Электрический ток, идет от большего потенциала φ_1 к меньшему φ_2

- Для поддержания разность потенциалов необходимо иметь специальное устройство, с помощью которого будет происходить разделение зарядов на концах проводника.
- Такое устройство называется **источником тока.**

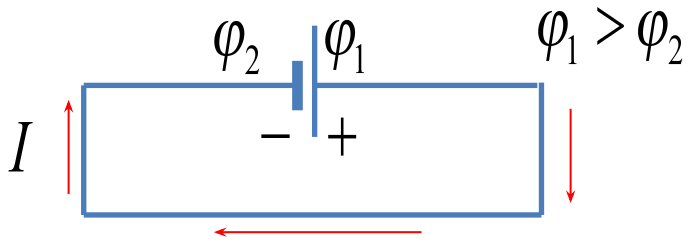


ВЫВОД:

1. Для возникновения тока необходима разность потенциалов на концах проводника.
2. Для поддержания разности потенциалов нужен источник тока

Источник тока имеет два полюса:

- **положительный**, с более высоким потенциалом φ_1,
- **отрицательный**, с более низким потенциалом φ_2.



При разомкнутой внешней цепи на отрицательном полюсе источника тока образуется избыток электронов, а на положительном — недостаток.

Разделение зарядов в источнике тока производится с помощью **сторонних сил**, направленных против электрических сил, действующих на разноименные заряды в проводниках самого источника тока.

Электростатические силы не могут обеспечить движение зарядов по замкнутому контуру в силу своей консервативности (работа этих сил по замкнутому контуру равна нулю).

Сторонние силы – силы **неэлектростатического происхождения**, действующие на заряды со стороны источников тока.

Кулоновские силы вызывают соединение разноименных зарядов, выравнивание потенциалов и исчезновение поля в проводнике.

Сторонние силы вызывают разделение разноименных зарядов и поддерживают разность потенциалов на концах проводника.

Внутри проводника с током

$$\vec{E} = \vec{E}_{кул} + \vec{E}_{стор}$$

Суммарное поле, действующее на заряды

Напряженность поля кулоновских сил

Напряженность поля сторонних сил

На носитель тока, имеющий заряд q_+, действует в проводнике сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{кул} + \vec{F}_{стор} = q_+ \left(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{стор} \right).$$

Работа **сторонних сил** по перемещению заряда q_+ на **участке** 1-2 электрической цепи

$$A_{стор} = \int_1^2 \vec{F}_{стор} d\vec{l} = q_+ \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l} \quad \Big| \div q_+$$

Разделим уравнение на q_+

$$\varepsilon = \frac{A_{стор}}{q_+} = \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l},$$

ε – ЭДС, действующая в цепи.

ЭДС (электродвижущая сила) – СФВ, определяемая **работой, совершаемой сторонними силами** при перемещении **единичного положительного заряда**.

$$\varepsilon = \frac{A_{стор}}{q_+}$$

$$\varepsilon = \left[\frac{Дж}{Кл}\right] = [B]$$

Суммарная работа, совершаемая над зарядом q_+ на участке 1-2 будет равна

$$A_{12} = A_{стор} + A_{кул} = q_+ \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l} + q_+ \int_1^2 \vec{E}_{кул} d\vec{l}\,.$$

Мы уже знаем, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_{кул} d\vec{l}\,.$$

$$A_{12} = A_{стор} + A_{кул} = q_+ \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l} + q_+ \int_1^2 \vec{E}_{кул} d\vec{l} =$$

ε_{12} $\qquad$ $\varphi_1 - \varphi_2$

$$= q_+ \varepsilon_{12} + q_+ (\varphi_1 - \varphi_2) = q_+ (\varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2))$$

U_{12}

Напряжение *U* на участке 1-2 - СФВ, численно равная суммарной работе, совершаемой **кулоновскими** и **сторонними силами** при перемещении по участку цепи 1-2 единичного положительного заряда.

$$U_{12} = \frac{A_{стор} + A_{кул}}{q_+} = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю (так как электростатические силы являются консервативными).

$$U_{12} = \frac{A_{стор} + \cancel{A_{кул}}^{0}}{q_+} = \varepsilon_{12}$$

Понятие **напряжения** является обобщением понятия разности потенциалов:

напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если на этом участке **не действуют ЭДС**, т.е. сторонние силы отсутствуют.

$$U_{12} = \frac{\cancel{A_{стор}}^{0} + A_{кул}}{q_+} = \varphi_1 - \varphi_2$$

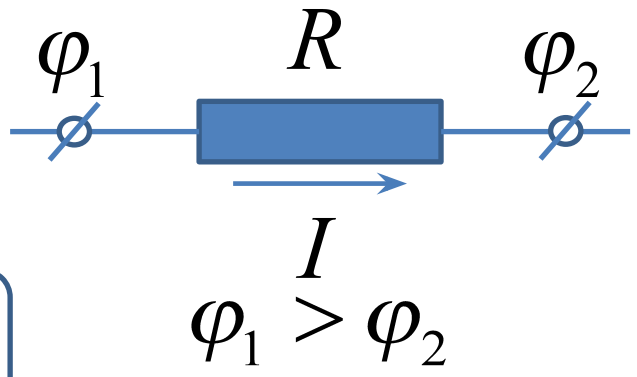
Закон Ома для однородного участка цепи

Однородный участок цепи – участок, в котором на носители заряда действуют только электростатические (**кулоновские**) силы.

Ом
Георг Симон
1787 – 1854

Закон Ома для однородного участка цепи: сила тока I в однородном участке цепи прямо пропорциональна приложенному к участку **напряжению** (**разности потенциалов**) U и обратно пропорциональна его электрическому сопротивлению R:

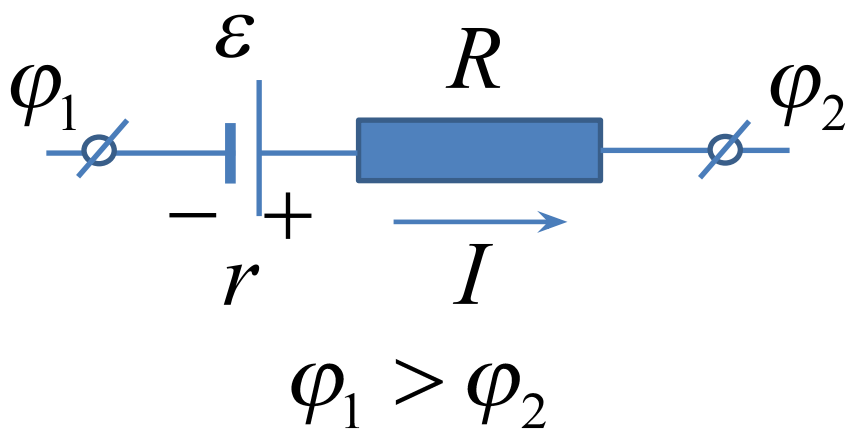
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$$



Электрический ток, идет от большего потенциала φ_1 к меньшему φ_2

Закон Ома для неоднородного участка цепи

Неоднородный участок цепи – участок, в котором на носители заряда одновременно действуют и **кулоновские**, и **сторонние силы** (участок с источником тока).



$$\varphi_1 > \varphi_2$$

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{r + R}.$$

r – внутреннее сопротивление источника тока,
R – сопротивление внешней цепи.

Электрическое сопротивление *R* [Ом] проводника – СФВ, характеризующая свойство проводника препятствовать протеканию в нём электрического тока.

Согласно классическим представлениям электрическое сопротивление металлов обусловлено соударениями свободных электронов с ионами, находящихся в узлах кристаллической решётки.

Сопротивление проводника *R* **зависит** от

- материала,
- формы,
- размеров,
- температуры проводника

и **не зависит** от напряжения и силы тока.

Сопротивление цилиндрического однородного проводника равно:

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

ρ [Ом·м]– удельное сопротивление проводника.

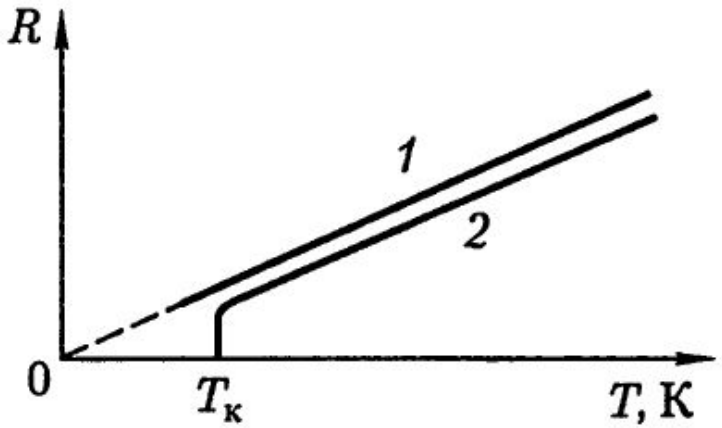
Удельное сопротивление ρ численно равно сопротивлению проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

Зависит только от материала проводника и его температуры.

Зависимость сопротивления металлических проводников от температуры

$$R(T) = R_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right]$$

- R – сопротивлении проводника при температуре T;
- R_0 – сопротивление при начальной температуре T_0;
- α – температурный коэффициент сопротивления (ТКС).



1 – обычный металл;
2 – сверхпроводник.

Величина

$$G = \frac{1}{R} \quad [G] = \text{См}^{-1} =$$

называется **электрической проводимостью проводника**. Единица проводимости – **сименс** (См).

Удельной электрической проводимостью γ вещества проводника называется величина

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \quad [\gamma] = \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

Выводы квантовой теории электропроводности металлов

Расчет электропроводности металлов, выполненный на основе квантовой теории, приводит к выражению для удельной электрической проводимости металла

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l_F \rangle}{m_e \langle \upsilon_F \rangle}$$

- **n** — концентрация электронов проводимости в металле;
- $\langle l_F \rangle$ — средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию Ферми;
- $\langle v_F \rangle$ — средняя скорость теплового движения такого электрона.

Согласно корпускулярно-волновому дуализму, движению электрона сопоставляют волновой процесс.

$$\psi = A\cos(\omega t - kx) = A\cos\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{p}{\hbar}x\right) = A\cos\left[\frac{1}{\hbar}(Et - px)\right]$$

$$E = \hbar\omega$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi p}{2\pi\hbar} = \frac{p}{\hbar}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\hbar\omega = 2\pi\nu\hbar = h\nu$$

$$h = 2\pi\hbar$$

Модель идеальной кристаллической решетки

- в узлах находятся неподвижные частицы;
- в решетке отсутствуют нарушения периодичности.

Идеальная кристаллическая решетка ведет себя подобно оптически однородной среде — она «электронные волны» не рассеивает.

Это соответствует тому, что металл не оказывает электрическому току никакого сопротивления.

«Электронные волны», распространяясь в идеальной кристаллической решетке, как бы огибают узлы решетки и проходят значительные расстояния.

В реальной кристаллической решетке всегда имеются неоднородности:

- примеси,
- вакансии;
- неоднородности обусловленные тепловыми колебаниями атомов в узлах.

В реальной кристаллической решетке происходит рассеяние «электронных волн» на неоднородностях, что и является **причиной электрического сопротивления металлов**.

Рассеяние «электронных воли» на неоднородностях, связанных с тепловыми колебаниями, можно рассматривать как **столкновения электронов с фононами.**

Фоно́н — квазичастица, представляет собой квант колебательного движения атомов кристалла.

В квантовой теории средняя скорость $\langle v_F \rangle$ от температуры практически не зависит, так как доказывается, что **с изменением температуры уровень Ферми остается практически неизменным**.

Однако **с повышением температуры рассеяние «электронных волн» на тепловых колебаниях решетки (на фонолах) возрастает, что соответствует уменьшению средней длины свободного пробега электронов.**

В области комнатных температур

$$\langle l_F \rangle \propto \frac{1}{T}$$

получим, что **сопротивление металлов**

$$R \propto \frac{1}{\gamma}$$

в соответствии с данными опытов **растет пропорционально Т**.

Закон Ома в дифференциальной форме

- Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой

$$j = \frac{dI}{dS_\perp} \Rightarrow dI = j dS_\perp .$$

- Разность потенциалов, приложенная к цилиндру

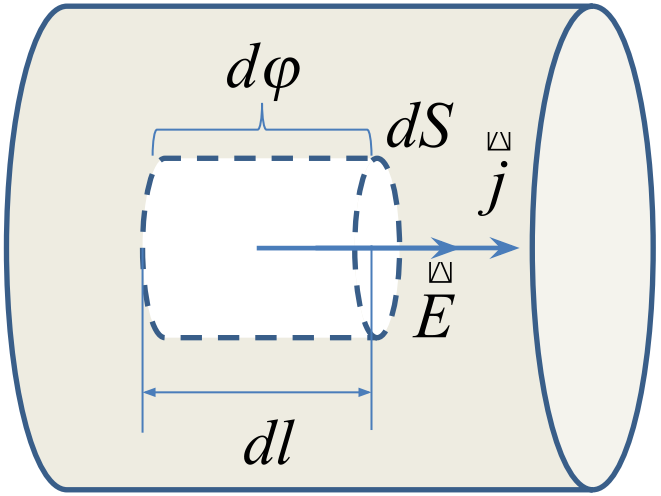
$$E = \frac{d\varphi}{dl} \Rightarrow d\varphi = E dl .$$

- Сопротивление цилиндра

$$R = \rho \frac{dl}{dS}$$

- Воспользуемся законом Ома

$$dI = \frac{d\varphi}{R}$$

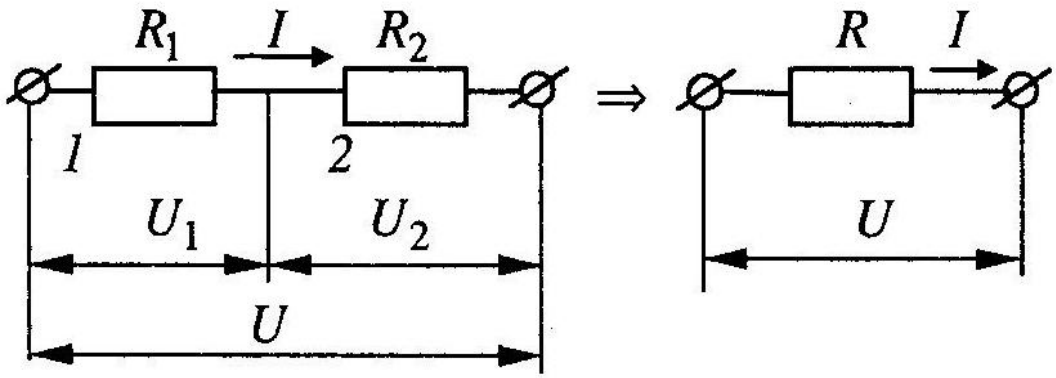


$$j dS_\perp = \frac{E dl}{\rho \dfrac{dl}{dS_\perp}} = \frac{E dS_\perp}{\rho} .$$

$$j = \frac{1}{\rho} E = \gamma E .$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} .$$

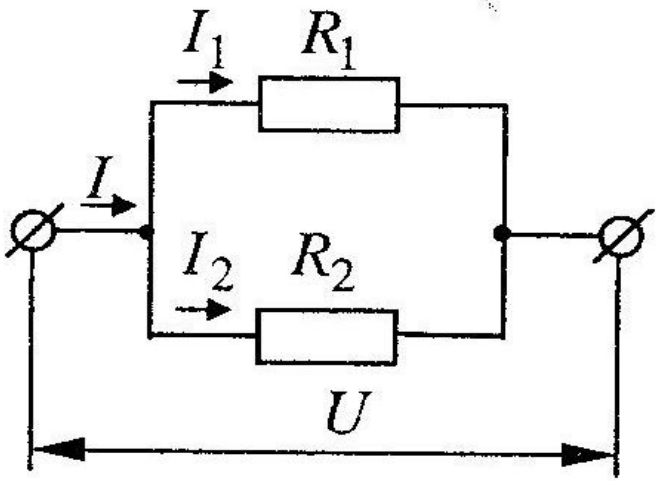
Последовательное и параллельное соединение проводников



$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$$

$$I = I_1 = I_2 = I_n$$

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

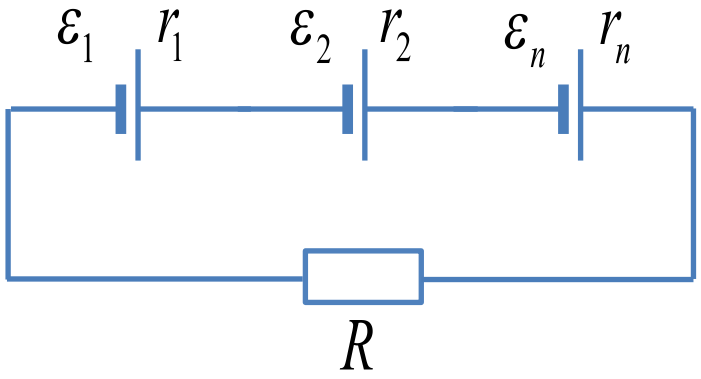


$$U_1 = U_2 = U_n = U$$

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

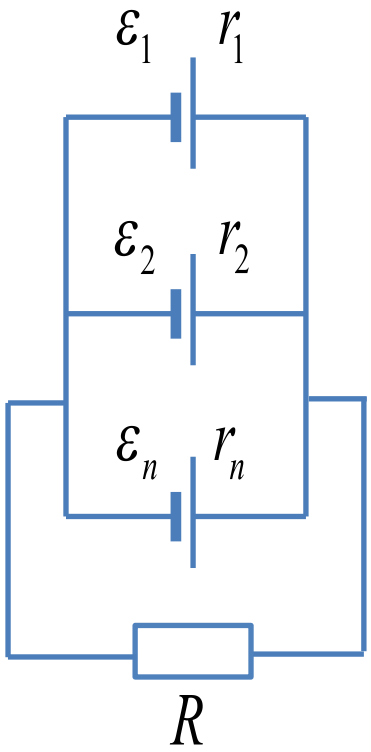
Последовательное и параллельное соединение источников тока



$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n = n\varepsilon_i$$

$$r = r_1 + r_2 + \ldots + r_n = nr_i$$

$$I = \frac{n\varepsilon_i}{R + nr_i}$$



$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_i$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{1}{r_n} = \frac{n}{r_i}; \quad r = \frac{r_i}{n}$$

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R + \frac{r_i}{n}}$$

Работа и мощность постоянного тока на однородном участке цепи

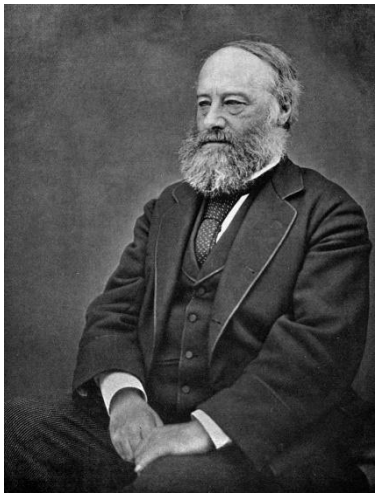
Работа *A* электрического тока на однородном участке цепи – это работа сил электростатического поля над заряженными частицами, создающими ток в проводнике:

$$dA = IUdt$$

Мощность электрического тока *P* – СФВ, характеризующая быстроту совершения током работы и равная отношению работы тока к промежутку времени, за который эта работа совершена:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU. \quad [\quad] = \text{——}$$

Закон Джоуля-Ленца



Джоуль
Джеймс Прескотт
1818 – 1889

Количество теплоты ***dQ***, выделяемое проводником, по которому течёт постоянный ток, равно произведению квадрата силы тока I^2 на сопротивление R проводника и время dt протекания тока:

$$dQ = I^2 R\, dt$$

Ленц
Эмилий Христианович
1804 - 1865

Механизм нагревания проводника

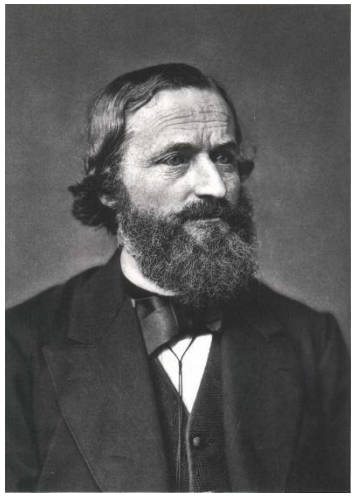
Электрическое поле совершает над ускоряемыми электронами работу, за счёт которой они приобретают дополнительную **кинетическую энергию**.

Сталкиваясь с ионами решётки, они отдают им эту энергию, что приводит к **увеличению средней энергии теплового движения ионов**, к повышению температуры проводника и выделению проводником теплоты.

Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей

Узел – любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трёх проводников с током.

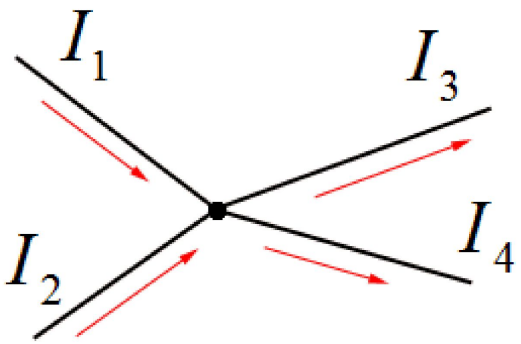
- Ток, **входящий** в **узел**, считается **положительным**;
- Ток, **выходящий** из **узла**, – **отрицательным**.



Кирхгоф Густав Роберт 1824 - 1887

1. **Первое правило Кирхгофа**: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$



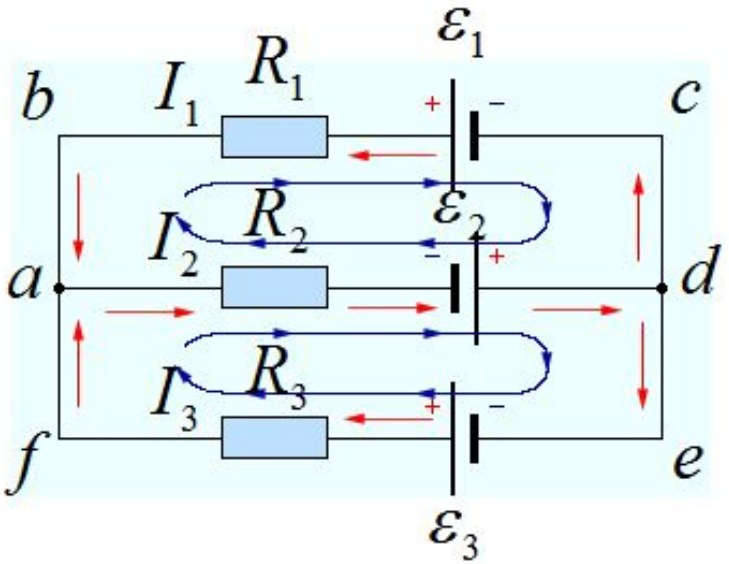
$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда.

2. Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре цепи алгебраическая сумма произведений сил токов I на сопротивления R_k соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС ε_l, встречающихся в этом контуре:

$$\sum_{k=1}^{m} I_k R_k = \sum_{l=1}^{p} \varepsilon_l$$

- m – общее число падений напряжений в электрической цепи;
- p – общее число ЭДС в электрической цепи.



Контур ***abcd***: $-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2$

Контур ***adef***: $I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

Алгоритм расчета сложных цепей с применением правил Кирхгофа

1. **Выбрать произвольное направление токов** на всех участках цепи; действительное направление токов определится при решении задачи: если искомый ток получится **положительным**, то его направление было выбрано правильно, **отрицательным** – его истинное направление противоположно выбранному.

2. **Выбрать направление обхода контура** и строго его придерживаться; произведение положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот; **ЭДС**, действующие по выбранному направлению обхода, считаются **положительными**, против – **отрицательными**.

3. **Составить столько уравнений**, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

Работа выхода электронов из металла

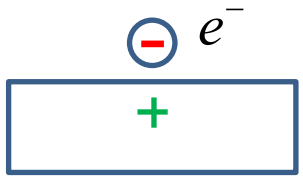
Свободные электроны при обычных температурах практически не покидают металл.
Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть задерживающее электрическое поле, препятствующее выходу электронов из металла в окружающий вакуум.

Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется **работой выхода**.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и
колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия A = 2,2 эВ, у платины A = 6,3 эВ).
Подобрав определенным образом покрытие поверхности, можно значительно уменьшить работу выхода.

Причины существования работы выхода.

1. Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.



2. Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако». Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует двойной электрический слой, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям. Он не создает электрического поля во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов этом слое определяется работой выхода электрона из металла:

Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен. Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем металла для электронов проводимости представляет потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода A.

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ):
1 эВ равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В.