

# Кручение

***Самостоятельная работа***

# Условия задачи

● К стальному брусу круглого поперечного сечения приложены четыре крутящих момента  $M_1, M_2, M_3, X$ , три из которых известны.

Требуется:

1) установить, при каком значении момента  $X$  угол поворота правого концевого сечения равен нулю;

2) при найденном значении  $X$  построить эпюру крутящих моментов;

3) при заданном значении допускаемого напряжения  $[\tau]$  определить диаметр вала из условия его прочности и округлить величину диаметра до ближайшей большей стандартной величины, равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 80, 90, 100 мм;

4) проверить, выполняется ли условие жесткости бруса при выбранном диаметре, если допускаемый угол закручивания  $[\Theta] = 1$  град/м;

5) построить эпюру углов закручивания.

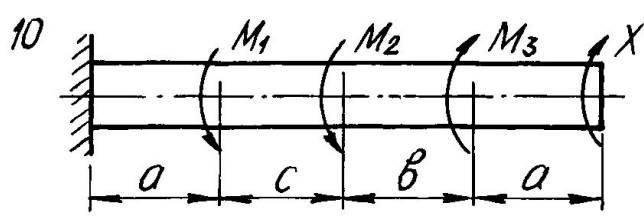
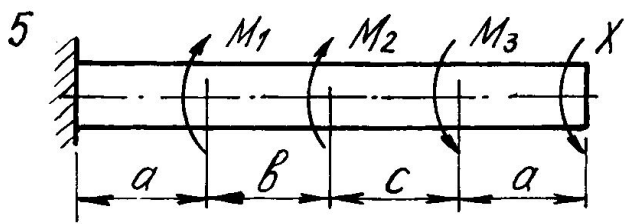
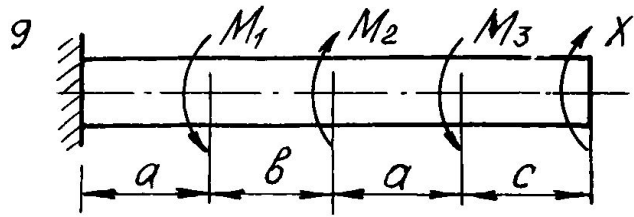
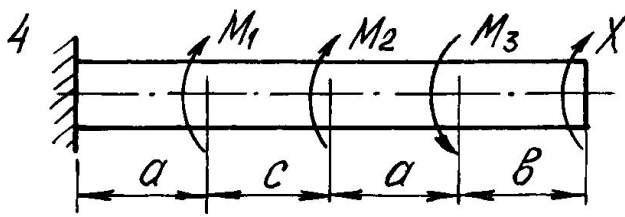
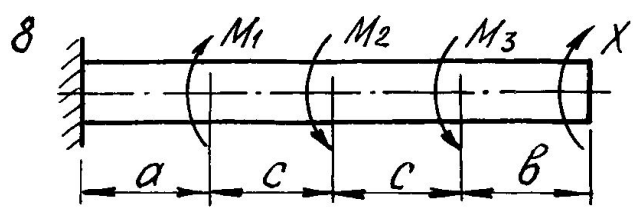
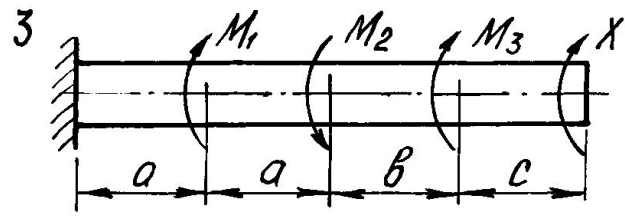
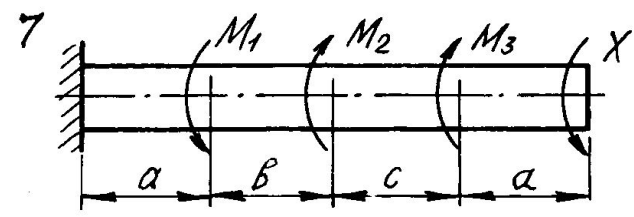
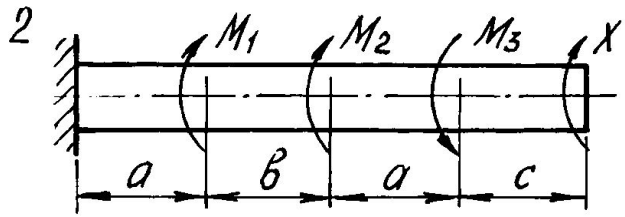
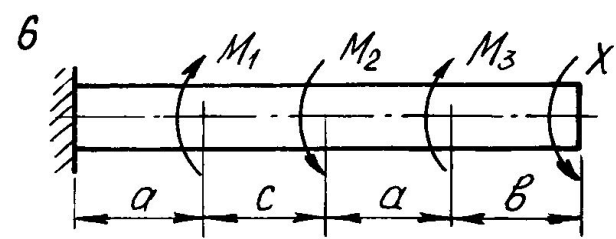
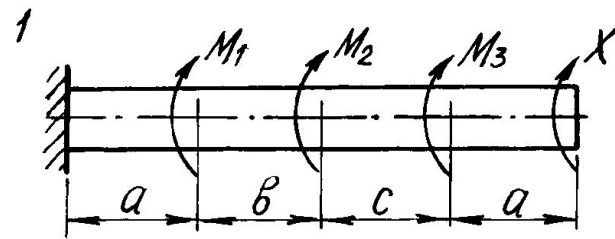
Для всех вариантов принять модуль сдвига для стали  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

Числовые данные берутся из таблицы, расчетные схемы - по рис. 1-10.

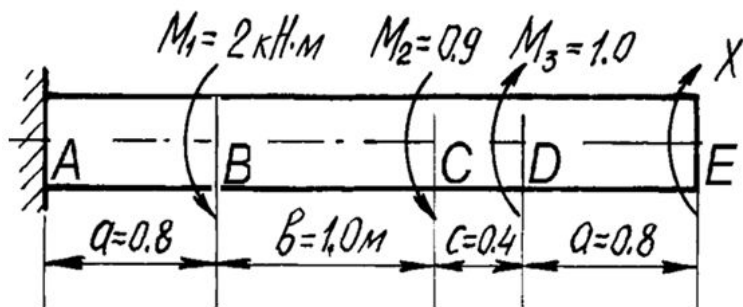
# Исходные данные для решения задачи

	Размер, м			Момент, кН · м			
1	0,8	0,4	1,0	2,0	1,6	1,0	35
2	0,6	0,5	0,5	1,8	1,7	1,2	40
3	0,4	0,7	0,7	1,7	0,9	0,7	50
4	0,6	0,4	0,6	1,5	0,8	1,5	45
5	0,5	0,8	0,4	1,3	2,0	1,4	60
6	0,7	1,0	0,8	1,0	1,7	2,0	40
7	1,0	0,7	1,0	1,6	1,5	1,6	35
8	0,4	0,6	0,5	1,4	1,6	1,8	70
9	0,7	0,4	0,6	1,5	0,8	0,9	80
10	0,5	0,5	0,4	0,9	1,0	1,5	60

# Рисунки к вариантам заданий



## Пример решения задачи



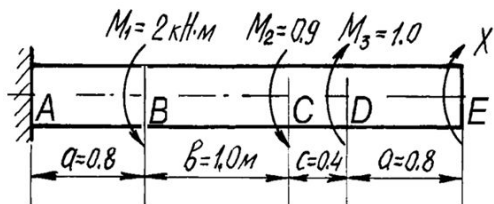
Дано:  $a = 0,8$  м,  $b = 1,0$  м,  $c = 0,4$  м,  
 $M_1 = 2$  кН·м,  $M_2 = 0,9$  кН·м,  
 $M_3 = 1$  кН·м,  $[\tau] = 40$  мПа,  $G = 8 \cdot 10^4$  мПа,  $[\Theta] = 1$  град/м.

Определить величину момента  $X$ , при котором угол поворота свободного конца бруса равен нулю, построить эпюры крутящих моментов и углов закручивания, подобрать диаметр сечения по условию прочности и произвести проверку бруса на жесткость.

1. Определение величины неизвестного крутящего момента.

$$\varphi_E = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DE} = 0;$$

$$\varphi_E = \frac{M_{кр}^{AB} l_{AB}}{GJ_\rho} + \frac{M_{кр}^{BC} l_{BC}}{GJ_\rho} + \frac{M_{кр}^{CD} l_{CD}}{GJ_\rho} + \frac{M_{кр}^{DE} l_{DE}}{GJ_\rho} = 0.$$



$$M_{кр}^{DE} = X;$$

$$M_{кр}^{CD} = X + M_3 = X + 1;$$

$$M_{кр}^{BC} = X + M_3 - M_2 = X + 1 - 0,9 = X + 0,1;$$

$$M_{кр}^{AB} = X + M_3 - M_2 - M_1 = X + 1 - 0,9 - 2 = X - 1,9.$$

$$(X - 1,9)a + (X + 0,1)b + (X + 1)c + Xa = 0.$$

$$X = 0,34 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

## 2). Построение эпюры крутящих моментов.

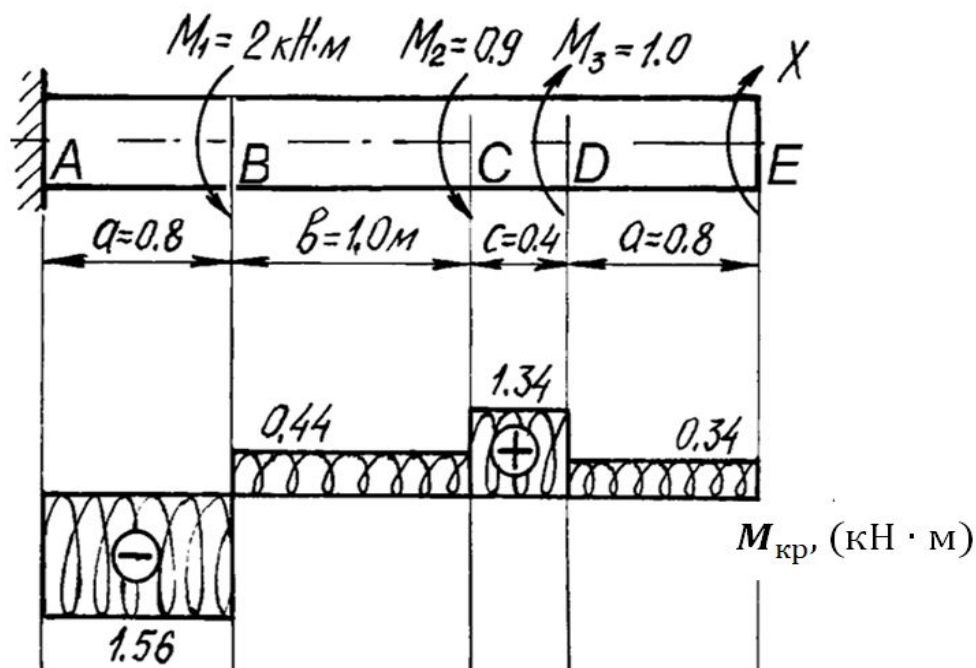
$$M_{кр}^{DE} = 0,34 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

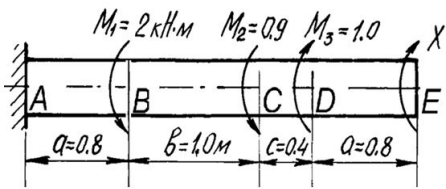
$$M_{кр}^{CD} = 1,34 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{кр}^{BC} = 0,44 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{кр}^{AB} = 1,56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_{кр}^{max} = 1,56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$





3). Подбор диаметра поперечного сечения бруса.

Из условия прочности

$$\frac{M_{кр}^{max}}{W_{\rho}} \leq [\tau], \text{ учитывая, что}$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_{кр}^{max}}{\pi [\tau]}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,56 \cdot 10^3}{\pi \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,058 \approx 0,06 \text{ м} = 60 \text{ мм}.$$

4). Проверка условия жесткости.

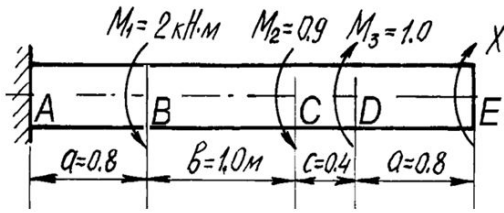
$$\frac{M_{кр}^{max}}{GJ_{\rho}} \leq [\Theta].$$

$$[\Theta] = 1 \frac{\text{град}}{\text{м}} = \frac{\pi}{180} \cdot 1 = 0,017 \frac{1}{\text{м}}.$$

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$\frac{M_{кр}^{max}}{GJ_{\rho}} = \frac{1,56 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,38 \cdot 10^{-6}} = 0,015 \frac{1}{\text{м}}.$$

$$\Theta_{max} = 0,015 \frac{1}{\text{м}} < [\Theta] = 0,017 \frac{1}{\text{м}}.$$



5). Построение эпюры углов  
закручивания.  
Вычисляем углы закручивания по  
участкам;

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{кр}^{AB} l_{AB}}{GJ_{\rho}} = \frac{-1,56 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = -0,01228;$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{кр}^{BC} l_{BC}}{GJ_{\rho}} = \frac{0,44 \cdot 10^3 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,00433;$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{кр}^{CD} l_{CD}}{GJ_{\rho}} = \frac{1,34 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,00528;$$

$$\varphi_{DE} = \frac{M_{кр}^{DE} l_{DE}}{GJ_{\rho}} = \frac{0,34 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,00268.$$



Определяем угол поворота каждого сечения:

$$\varphi_A = 0,$$

$$\varphi_B = \varphi_{AB} = -0,01228;$$

$$\begin{aligned} \varphi_C &= \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = \\ &= -0,01228 + 0,00433 \\ &= -0,00795; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_D &= \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = \\ &= -0,01228 + 0,00433 \\ &\quad + 0,00528 \\ &= -0,00267; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_E &= \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} \\ &\quad + \varphi_{DE} = \\ &= -0,012228 \\ &\quad + 0,00433 + 0,0528 \\ &\quad + 0,00268 = 0. \end{aligned}$$

