Кручение

Самостоятельная работа

Условия задачи

- К стальному брусу круглого поперечного сечения приложены четыре крутящих момента $\boldsymbol{M_1}, \boldsymbol{M_2}, \boldsymbol{M_3}, \boldsymbol{X}$, три из которых известны.

Требуется:

1) установить, при каком значении момента $\boldsymbol{X}$ угол поворота правого концевого сечения равен нулю;

2) при найденном значении $\boldsymbol{X}$ построить эпюру крутящих моментов;

3) при заданном значении допускаемого напряжения $[\boldsymbol{\tau}]$ определить диаметр вала из условия его прочности и округлить величину диаметра до ближайшей большей стандартной величины, равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 80, 90, 100 мм;

4) проверить, выполняется ли условие жесткости бруса при выбранном диаметре, если допускаемый угол закручивания $[\Theta] = 1$ град/м;

5) построить эпюру углов закручивания.

Для всех вариантов принять модуль сдвига для стали $\boldsymbol{G} = 8 \cdot 10^4$ мПа.

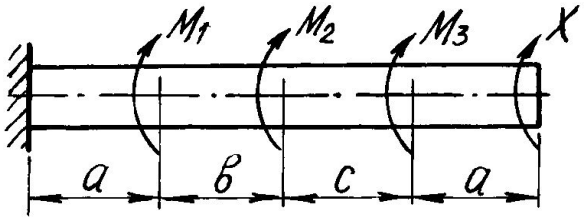
Числовые данные берутся из таблицы, расчетные схемы - по рис. 1-10.

Исходные данные для решения задачи

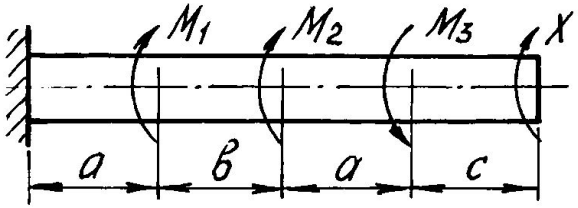
	Размер, м			Момент, кН · м			
1	0,8	0,4	1,0	2,0	1,6	1,0	35
2	0,6	0,5	0,5	1,8	1,7	1,2	40
3	0,4	0,7	0,7	1,7	0,9	0,7	50
4	0,6	0,4	0,6	1,5	0,8	1,5	45
5	0,5	0,8	0,4	1,3	2,0	1,4	60
6	0,7	1,0	0,8	1,0	1,7	2,0	40
7	1,0	0,7	1,0	1,6	1,5	1,6	35
8	0,4	0,6	0,5	1,4	1.6	1,8	70
9	0,7	0,4	0,6	1,5	0,8	0,9	80
10	0,5	0,5	0,4	0,9	1,0	1,5	60

Рисунки к вариантам заданий

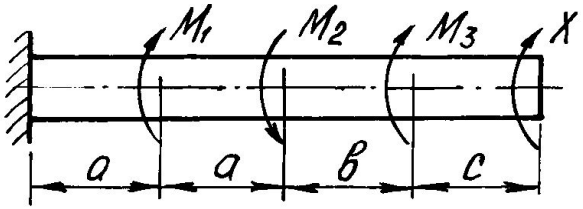
1



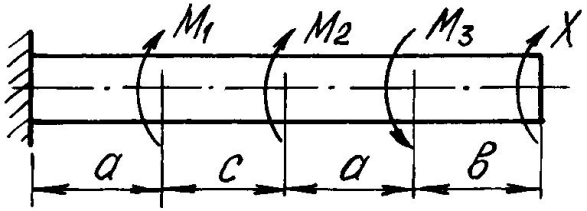
2



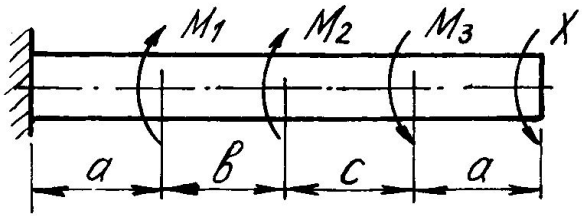
3



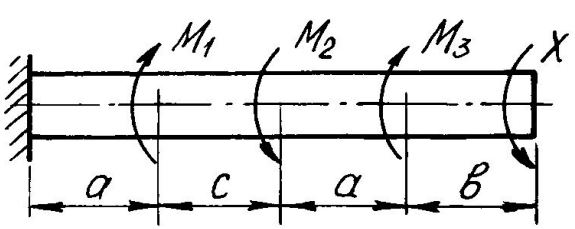
4



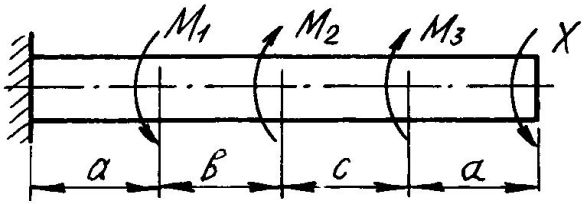
5



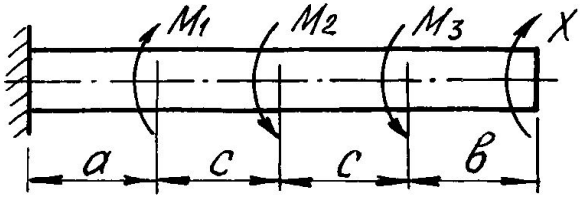
6



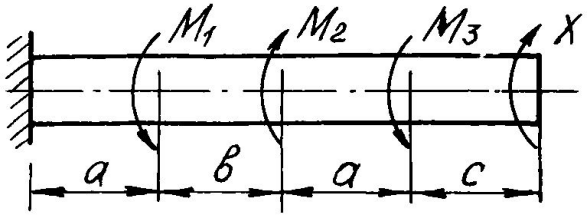
7



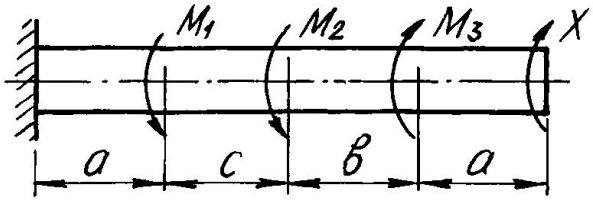
8



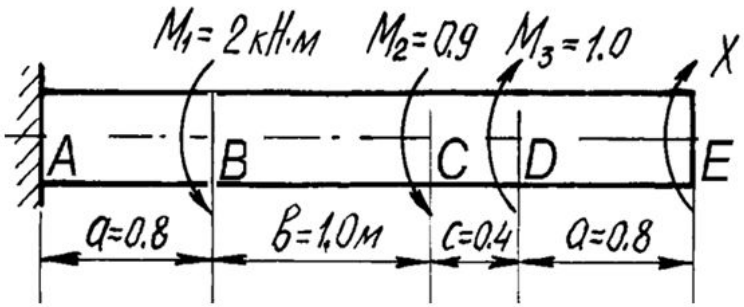
9



10



Пример решения задачи



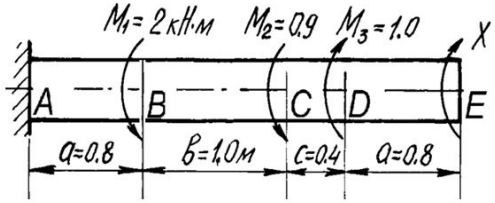
Дано: $\boldsymbol{a} = 0{,}8$ м, $\boldsymbol{b} = 1{,}0$ м, $\boldsymbol{c} = 0{,}4$ м, $\boldsymbol{M_1} = 2$ кН·м, $\boldsymbol{M_2} = 0{,}9$ кН·м, $\boldsymbol{M_3} = 1$ кН·м, $[\boldsymbol{\tau}] = 40$ мПа, $\boldsymbol{G} = 8 \cdot 10^4$ мПа, $[\Theta] = 1$ град/м.

Определить величину момента *X*, при котором угол поворота свободного конца бруса равен нулю, построить эпюры крутящих моментов и углов закручивания, подобрать диаметр сечения по условию прочности и произвести проверку бруса на жесткость.

1. *Определение величины неизвестного крутящего момента.*

$$\boldsymbol{\varphi_E} = \boldsymbol{\varphi_{AB}} + \boldsymbol{\varphi_{BC}} + \boldsymbol{\varphi_{CD}} + \boldsymbol{\varphi_{DE}} = 0;$$

$$\boldsymbol{\varphi_E} = \frac{\boldsymbol{M_{\text{кр}}^{AB} l_{AB}}}{\boldsymbol{GJ_\rho}} + \frac{\boldsymbol{M_{\text{кр}}^{BC} l_{BC}}}{\boldsymbol{GJ_\rho}} + \frac{\boldsymbol{M_{\text{кр}}^{CD} l_{CD}}}{\boldsymbol{GJ_\rho}} + \frac{\boldsymbol{M_{\text{кр}}^{DE} l_{DE}}}{\boldsymbol{GJ_\rho}} = 0.$$



$$M_{\text{кр}}^{DE} = X; \qquad M_{\text{кр}}^{CD} = X + M_3 = X + 1;$$

$$M_{\text{кр}}^{BC} = X + M_3 - M_2 = X + 1 - 0{,}9 = X + 0{,}1;$$

$$M_{\text{кр}}^{AB} = X + M_3 - M_2 - M_1 = X + 1 - 0{,}9 - 2 = X - 1{,}9.$$

$$(X - 1{,}9)a + (X + 0{,}1)b + (X + 1)c + Xa = 0.$$

$$X = 0{,}34 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

2). Построение эпюры крутящих моментов.

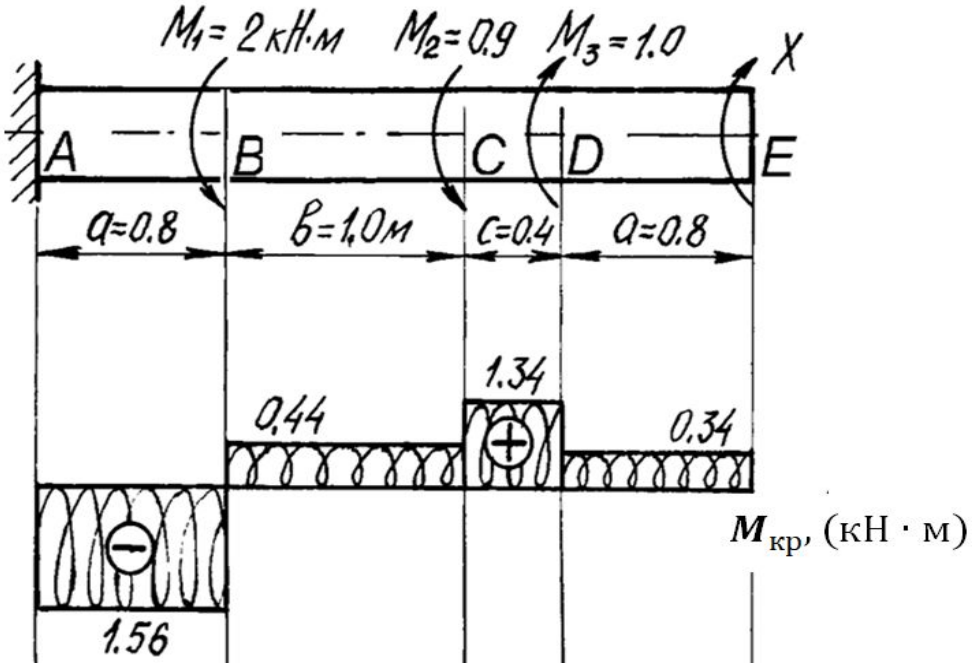
$$M_{\text{кр}}^{DE} = 0{,}34 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

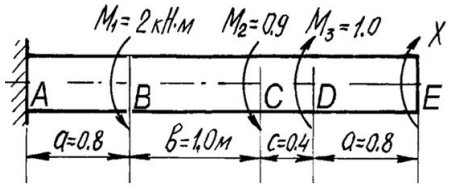
$$M_{\text{кр}}^{CD} = 1{,}34 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{кр}}^{BC} = 0{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{кр}}^{AB} = 1{,}56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_{\text{кр}}^{max} = 1{,}56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$





3). Подбор диаметра поперечного сечения бруса.

Из условия прочности $\dfrac{M_{\text{кр}}^{max}}{W_\rho} \le [\tau]$, учитывая, что $W_\rho = \dfrac{\pi d^3}{16}$.

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16 M_{\text{кр}}^{max}}{\pi[\tau]}}.$$

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1{,}56 \cdot 10^3}{\pi \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0{,}058 \approx 0{,}06 \text{ м} = 60 \text{ мм}.$$

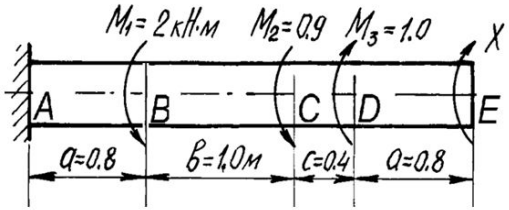
4). Проверка условия жесткости.

$$\frac{M_{\text{кр}}^{max}}{GJ_\rho} \le [\Theta].$$

$$[\Theta] = 1\frac{\text{град}}{\text{м}} = \frac{\pi}{180} \cdot 1 = 0{,}017\frac{1}{\text{м}}. \qquad J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} = 1{,}27 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$\frac{M_{\text{кр}}^{max}}{GJ_\rho} = \frac{1{,}56 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-6}} = 0{,}015\ \frac{1}{\text{м}}.$$

$$\Theta_{max} = 0{,}015\frac{1}{\text{м}} < [\Theta] = 0{,}017\frac{1}{\text{м}}.$$



5). Построение эпюры углов закручивания

Вычисляем углы закручивания по участкам:

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{\text{кр}}^{AB} l_{AB}}{GJ_\rho} = \frac{-1{,}56 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}27 \cdot 10^{-6}} = -0{,}01228;$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{\text{кр}}^{BC} l_{BC}}{GJ_\rho} = \frac{0{,}44 \cdot 10^3 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}27 \cdot 10^{-6}} = 0{,}00433;$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{\text{кр}}^{CD} l_{CD}}{GJ_\rho} = \frac{1{,}34 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}27 \cdot 10^{-6}} = 0{,}00528;$$

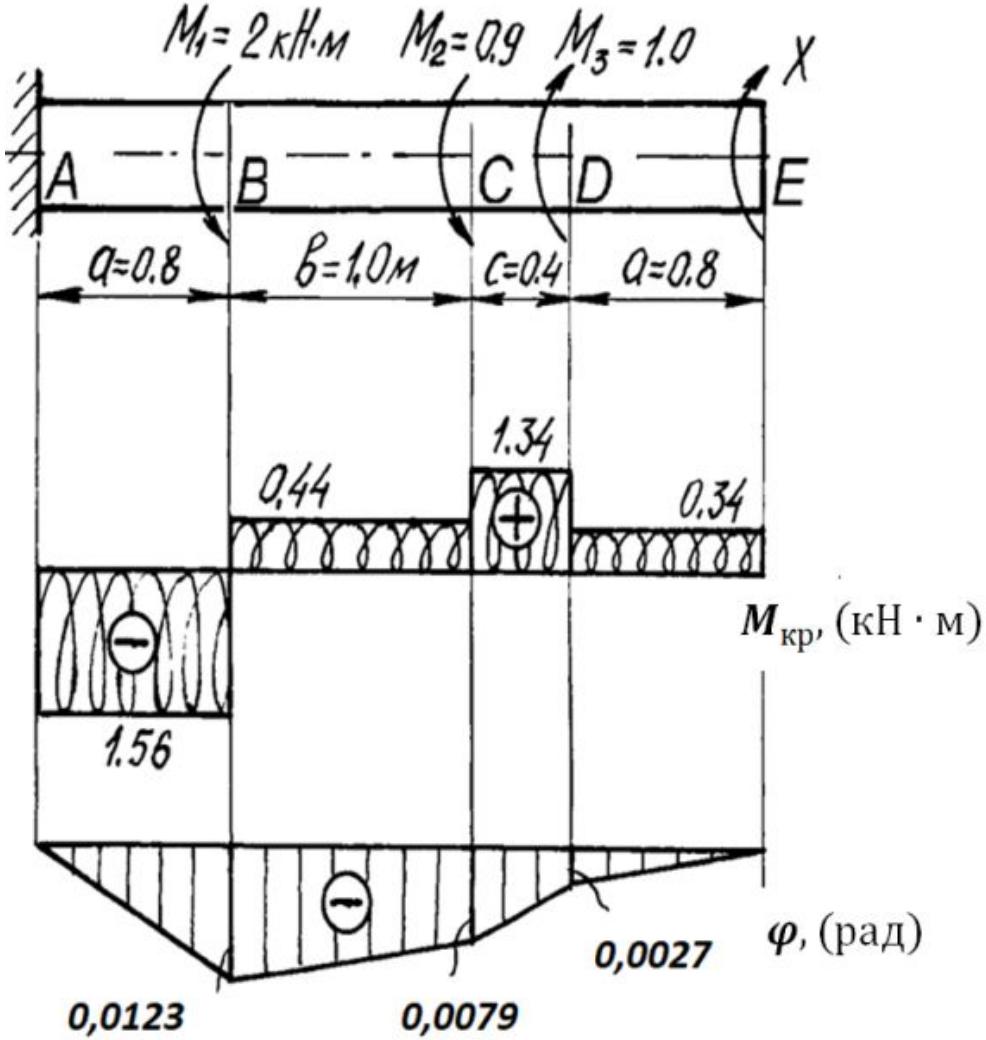
$$\varphi_{DE} = \frac{M_{\text{кр}}^{DE} l_{DE}}{GJ_\rho} = \frac{0{,}34 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}27 \cdot 10^{-6}} = 0{,}00268.$$

Определяем угол поворота каждого сечения:

$$\varphi_A = 0,$$

$$\varphi_B = \varphi_{AB} = -0{,}01228;$$

$$\varphi_C = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = \\ = -0{,}01228 + 0{,}00433 \\ = -0{,}00795;$$

$$\varphi_D = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = \\ = -0{,}01228 + 0{,}00433 \\ + 0{,}00528 \\ = -0{,}00267;$$

$$\varphi_E = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} \\ + \varphi_{DE} = \\ = -0{,}012228 \\ + 0{,}00433 + 0{,}0528 \\ + 0{,}00268 = 0.$$