ОТЧЕТ О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

студента 1 курса 1041 группы

Макеев Михаил Владимирович

Задача 1

Условия задачи 1

Колебательный контур состоит из емкости C = 16 нФ и индуктивности L = 160 мкГн. В начальный момент времени напряжение на емкости составляет V = 10 В, а ток в цепи отсутствует. Каковы зависимости от времени напряжения на ёмкости и тока через индуктивность? Чему равно максимальное значение заряда на конденсаторе?

Так как в начальный момент времени $V_0 \neq 0, I_0 = 0$, то:

$$V_T = V_0 = 10$$
$$V = V_m * cos(\omega t)$$
$$I = I_m * sin(\omega t)$$

По формуле Томсона:

$T = 2\Pi\sqrt{LC}$, тогда:

$$\omega = \frac{2\Pi}{T} = \frac{2\Pi}{2\Pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}6*10^{-8}*1{,}6*10^{-4}}} = 6,25*10^5\text{Гц}$$
$$V = 10*cos(6,25*10^5 t) \quad B$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{L*I_m^2}{2} = \frac{C*U_m^2}{2}$$

Откуда можно найти I_m:

$$I_m^2 = \frac{C * U_m^2}{L}$$

$$\mathrm{I}_m = U_m * \sqrt{\tfrac{C}{L}} = 10 * \sqrt{\tfrac{1{,}6*10^{-8}}{1{,}6*10^{-4}}} = 0,1 \quad A$$

А после выразить I:

$$I = I_m * sin() + 0,1 * sin(6,25 * 10^5 t) \quad A$$

Формула ёмкости конденсатора:

$$C = \frac{q_m}{U_m}$$

Из формулы (7) нужно выразить q:

$$q_m = C * U_m = 1,6 * 10^{-8} * 10 = 160\text{нКл}$$

Задача 2

Условия задачи 2

К наклонной стенке, составляющей малый угол α с вертикалью, подвешен на невесомой нерастяжимой нити тяжелый шарик. Его отвели на малый угол $\beta0$, больший α, и отпустили. Удары шарика о стенку таковы, что отношение кинетической энергии шарика сразу после удара к кинетической энергии шарика перед ударом равно k ($0<k<1$). Определите последовательность максимальных отклонений шарика влево. Что произойдет с максимальным углом отклонения через очень большое время?

Пусть длина нити l, масса шарика m. Тогда потенциальная энергия шарика при максимальном отклонении влево составляет $U = 2mglsin^2(\frac{\beta}{2})$, а вправо $U = 2mglsin^2(\frac{\alpha}{2})$, или, учитывая малость углов α и β, $U = \frac{mg\beta^2}{2}$,$U = \frac{mg\alpha^2}{2}$. Тогда после первого удара о стенку шарик будет иметь энергию $U_1 = \frac{mgl(\beta^2 - \alpha^2)}{2}$ и после этого шарик отклонится влево на такой угол β_1, что $\frac{mgl\beta_1^2}{2} = U_1$, т.е. $\beta_1^2 = k\beta_0^2 + (1-k)\alpha^2$.

Проводя аналогичные рассуждения для второго, третьего и последующих ударов, несложно получить общую формулу: $\beta_n = \sqrt{k^n\beta_0^2 + (1 - k^n\alpha^2)}$. Видно, что $\beta_n \to \alpha$ при $n \to \infty$ за исключением случая абсолютно упругого удара (k=1), при котором $\beta_n = \alpha$ при всех n.

Также можно заметить, что при $n \to \infty, k \to 0$ из чего следует вывод, что и $\beta \to 0$. Соответственно максимальный угол отклонения через очень большое время будет бесконечно мал.

Задача 3

Условия задачи 3

Если отклонить в поперечном направлении конец зажатой с одной стороны упругой линейки и отпустить его, возникнут свободные поперечные колебания. Наименьшая циклическая частота таких колебаний определяется свойствами материала линейки - модулем Юнга E и плотностью ρ - и геометрическими размерами её свободного конца. Из эксперимента можно определить, что указанная частота обратно пропорциональна квадрату длины конца линейки l, а от ширины линейки b не зависит. Определите остальные показатели степеней в указанной зависимости.

Для решения используем метод размерностей:

$$\omega = E^{\alpha} * \rho^{\delta} * l^{\gamma} * h^{\eta},$$

где $[\omega] = \frac{1}{c}$ $\quad [E] = Pa = \frac{\text{н}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}*\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2 * \text{м}}$ $\quad [\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ [l]=м [h]=м
По условию: $\gamma =$ -2, тогда:

$$[\omega] = [E^{\alpha} * \rho^{\delta} * l^{-2} * h^{\eta}]$$

$$\frac{1}{c} = \frac{\text{кг}^{\alpha}}{c^{2\alpha} * \text{м}^{\alpha}} * \frac{\text{кг}^{\beta}}{\text{м}^{3\beta}} * \text{м}^{-2} * \text{м}^{\eta} =$$
$$= \text{кг}^{\alpha+\beta} * c^{-2\alpha} * \text{м}^{-\alpha-3\beta-2+\eta}$$

Определим показатели степеней:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -2\alpha = -1 \\ -\alpha - 3\beta - 2 + \eta = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{1}{2} \\ -\eta = -\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} - 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{1}{2} \\ \eta = 1 \end{cases}$$