

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В
ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИ
ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

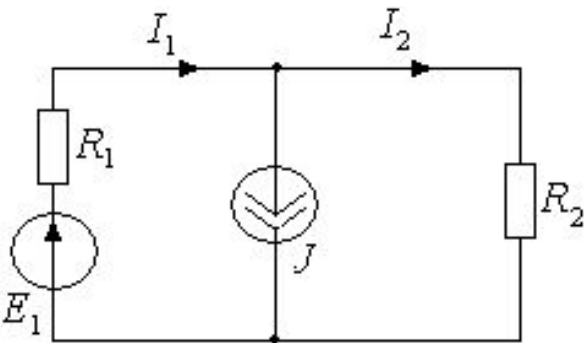
Консультация 2

Методы расчета ЭЦ

Эквивалентное преобразование активного двухполюсника (последовательная схема замещения и параллельная схема замещения). Метод узловых потенциалов (МУП) и «формула двух узлов»

Задача 2.1.

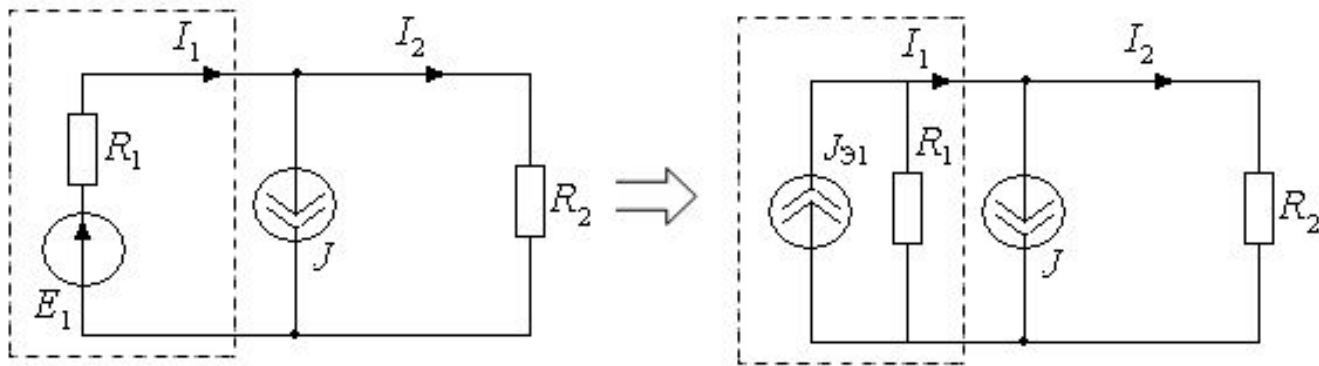
Дано: $E_1 = 20 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $J = 30 \text{ А}$.



Определить токи ветвей, предварительно преобразовав:

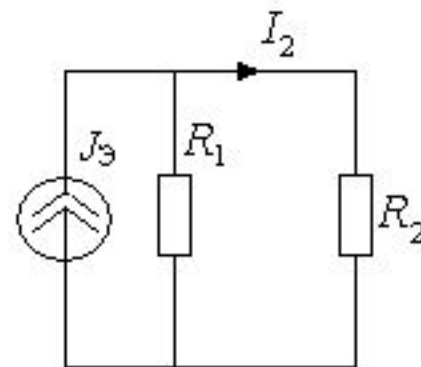
- 1) источник ЭДС с внутренним сопротивлением R_1 в эквивалентный источник тока,
- 2) источник тока с внутренним сопротивлением R_2 в эквивалентный источник ЭДС.

Решение. 1) После преобразования левой части схемы ток I_2 остался неизменным.



$$J_{\text{Э1}} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{20}{2} = 10 \text{ А}$$

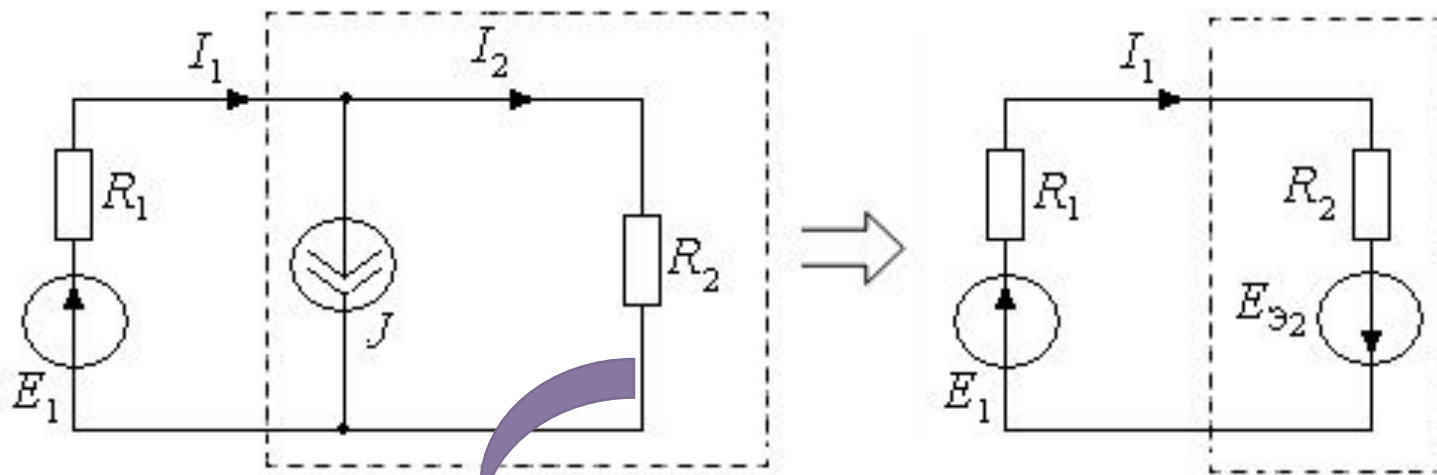
$$J_{\text{Э}} = (J_{\text{Э1}} - J)$$



$$I_2 = J_{\text{Э}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = (J_{\text{Э1}} - J) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = (10 - 30) \frac{2}{2 + 3} = -8 \text{ А}$$

$$I_1 = J + I_2 = 30 - 8 = 22 \text{ А}$$

2) После преобразования правой части схемы ток I_1 остался неизменным.



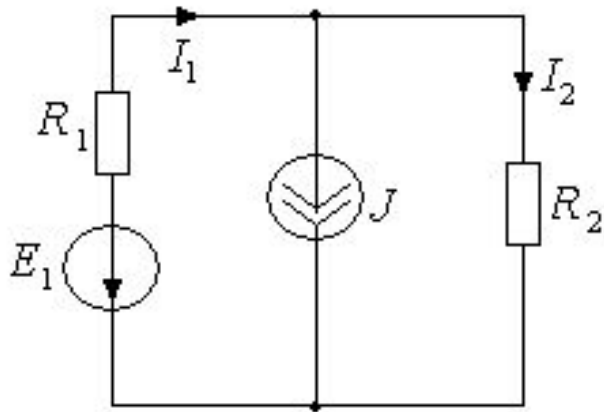
$$E_{\text{Э2}} = J \cdot R_2 = 30 \cdot 3 = 90 \text{ В}$$

$$I_1 = \frac{E_1 + E_{\text{Э2}}}{R_1 + R_2} = 22 \text{ А}$$

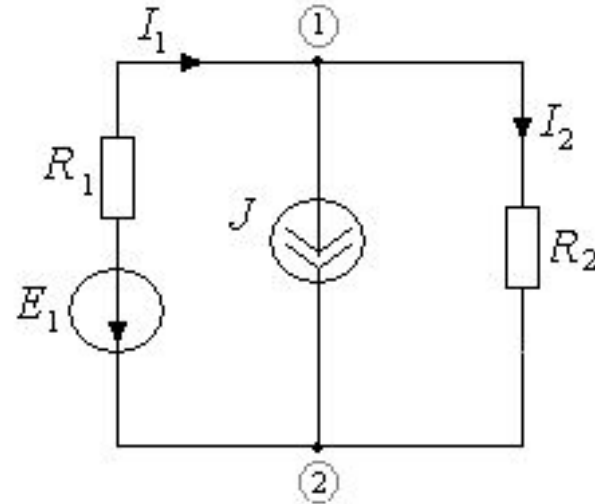
$I_2 = I_1 - J = 22 - 30 = -8 \text{ А}$

Задача 2.2. Определить токи ветвей, применив метод узловых потенциалов.

Параметры элементов: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $E_1 = 20 \text{ В}$, $J = 6 \text{ А}$.



$$\kappa_1 = y - 1 = 1$$



Пусть $\varphi_1 = 0$

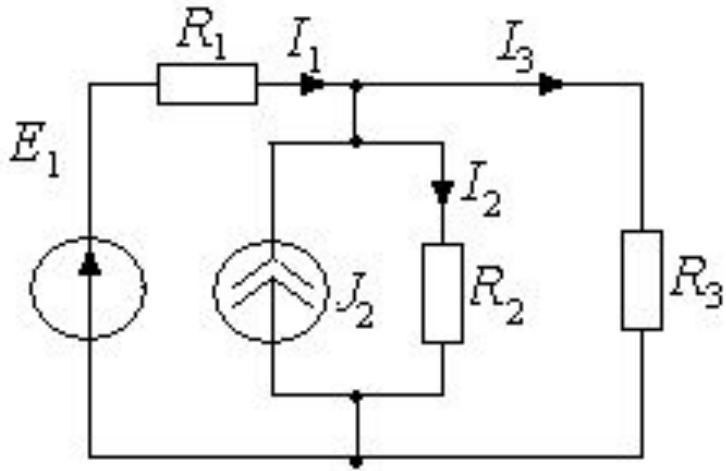
$$\varphi_2 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + J}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{20}{2} + 6}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 19,2 \text{ В}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \frac{0 - 19,2}{3} = -6,4$$

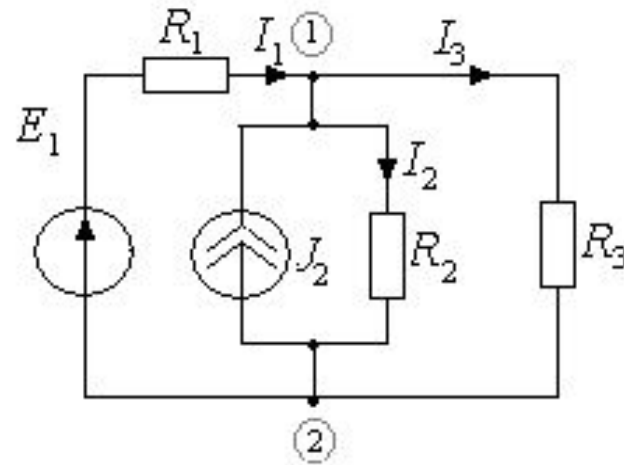
$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 - E_1}{R_1} = \frac{19,2 - 0 - 20}{2} = -0,4$$

Задача 2.3. Определить токи в ветвях, применив метод узловых потенциалов.

Параметры элементов: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$, $R_3 = 500 \text{ Ом}$, $E_1 = 25 \text{ В}$, $J_2 = 125 \text{ мА}$.



$$\kappa_1 = y - 1$$



$$\varphi_2 = 0$$

$$\varphi_2 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + J_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{25}{100} + 0,125}{\frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{1}{2000}} = 30 \text{ В}$$

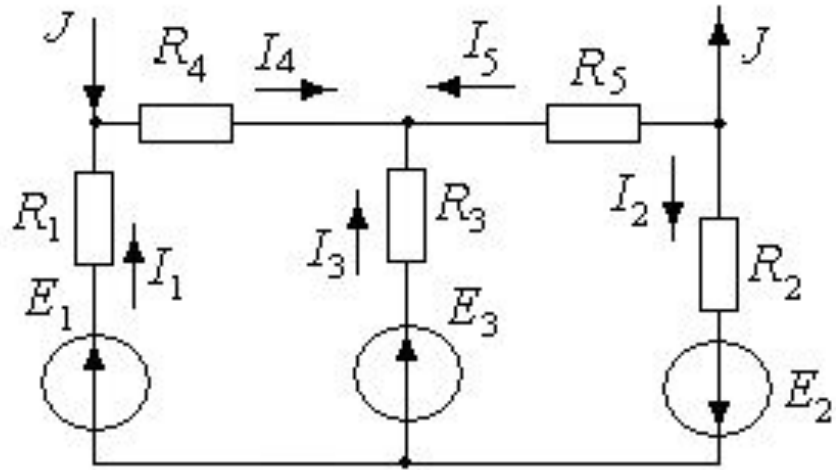
$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{0 - 30 + 25}{100} = -0,05$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \frac{30}{2000} = 0,015$$

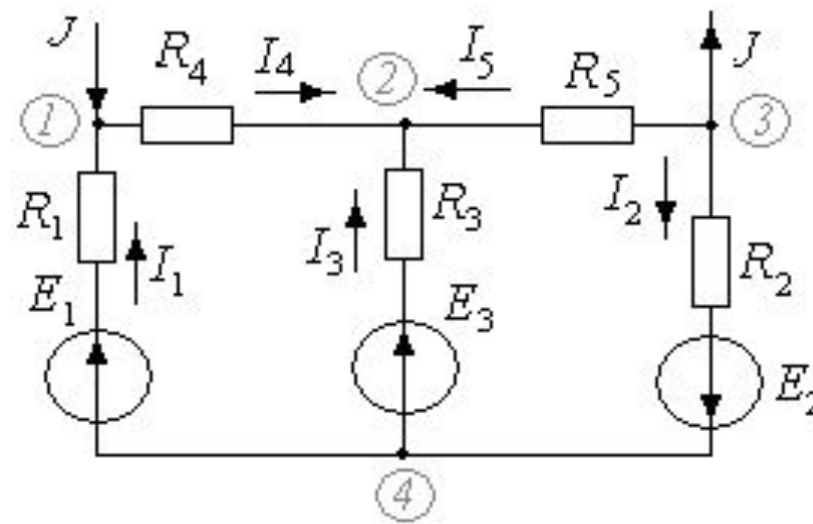
$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = \frac{30}{500} = 0,06$$

Задача 2.4. Найти токи методом узловых потенциалов.

Параметры элементов: $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$, $E_1 = 48 \text{ В}$, $E_2 = 10 \text{ В}$, $E_3 = 40 \text{ В}$, $J = 2 \text{ А}$.



$$\kappa_1 = y - 1 = 3$$

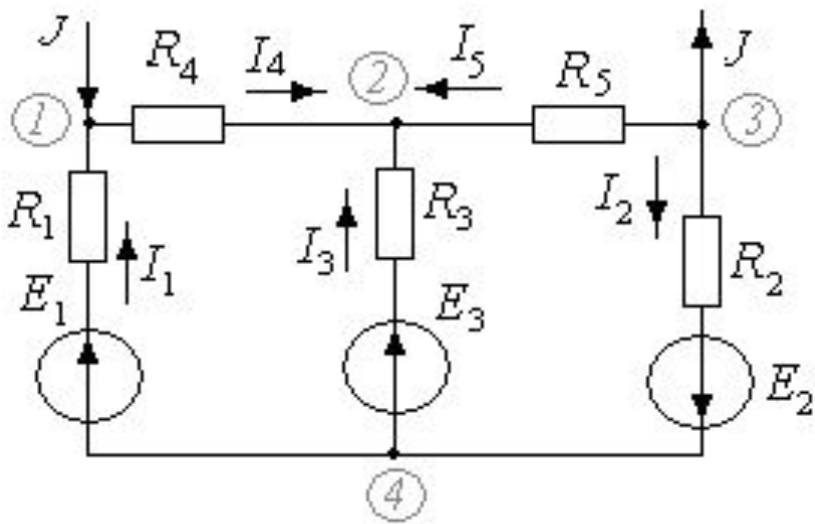


Пусть $\varphi_4 = 0$

$$G_{11}\varphi_1 - G_{12}\varphi_2 - G_{13}\varphi_3 = J_1^y$$

$$-G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 - G_{23}\varphi_3 = J_2^y$$

$$-G_{31}\varphi_1 - G_{32}\varphi_2 + G_{33}\varphi_3 = J_3^y$$



$$G_{11}\varphi_1 - G_{12}\varphi_2 - G_{13}\varphi_3 = J_1^y$$

$$-G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 - G_{23}\varphi_3 = J_2^y$$

$$-G_{31}\varphi_1 - G_{32}\varphi_2 + G_{33}\varphi_3 = J_3^y$$

Собственные проводимости узловых потенциалов:

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{33} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2}$$

Взаимные проводимости

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_4} \quad G_{13} = G_{31} = 0 \quad G_{23} = G_{32} = \frac{1}{R_5}$$

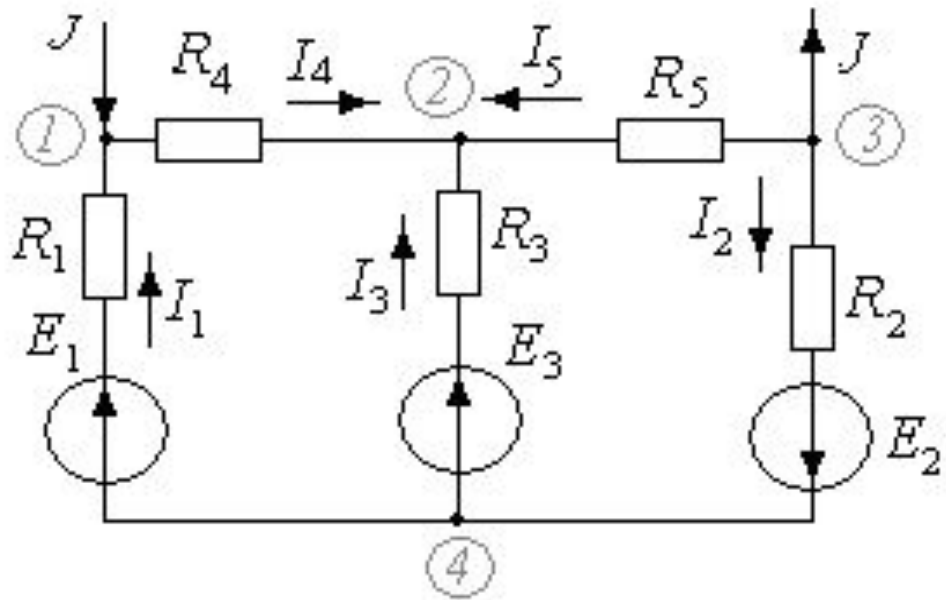
Узловые источники токов ветвей

$$J_1^y = \frac{E_1}{R_1} + J \quad J_2^y = \frac{E_3}{R_3} \quad J_3^y = -\frac{E_2}{R_2} - J$$

$$\varphi_1 = 44 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = 38 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = 8 \text{ В}$$



$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = 1 \text{ A}$$

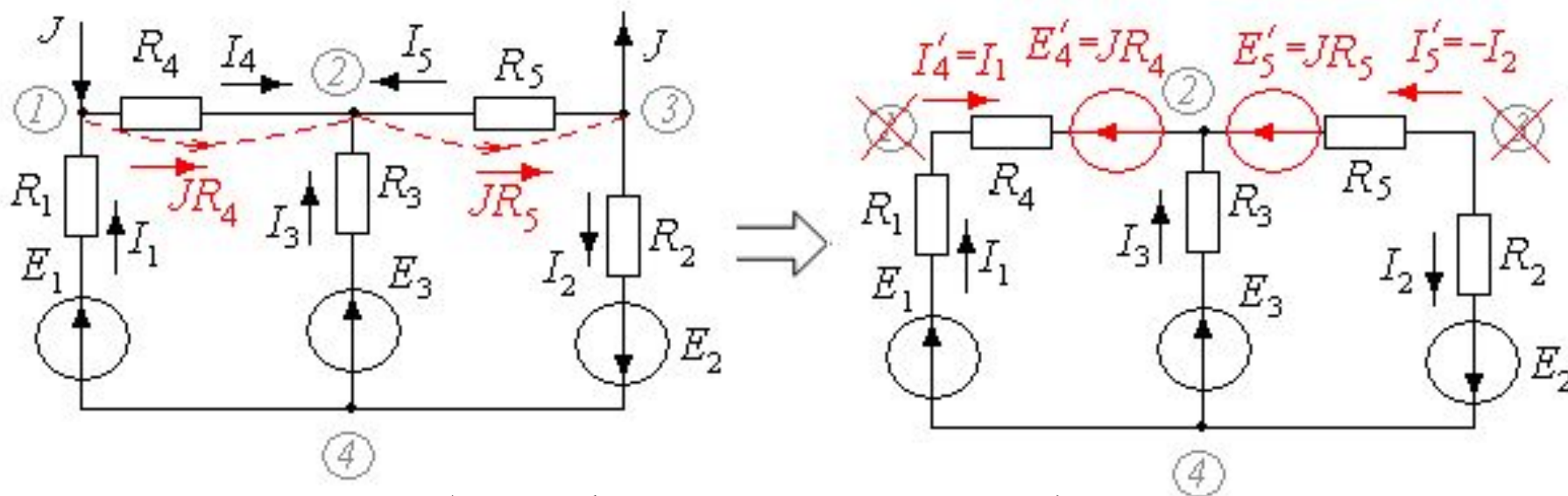
$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4 + E_2}{R_2} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_3}{R_3} = 2 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_4} = 3 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_5} = -5 \text{ A}$$

Использование *теоремы компенсации* позволяет привести исходную схему к схеме с двумя узлами.



Пусть $\varphi_4 = 0$

$$\left(\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5 + R_2} \right) \varphi_2 = \left(\frac{E_1 - E'_4}{R_1 + R_4} + \frac{E_3}{R_3} + \frac{E'_5 - E_2}{R_5 + R_2} \right) \quad \varphi_2 = 38 \text{ В}$$

не изменятся токи в 1-ой, 2-ой и 3-ей ветвях

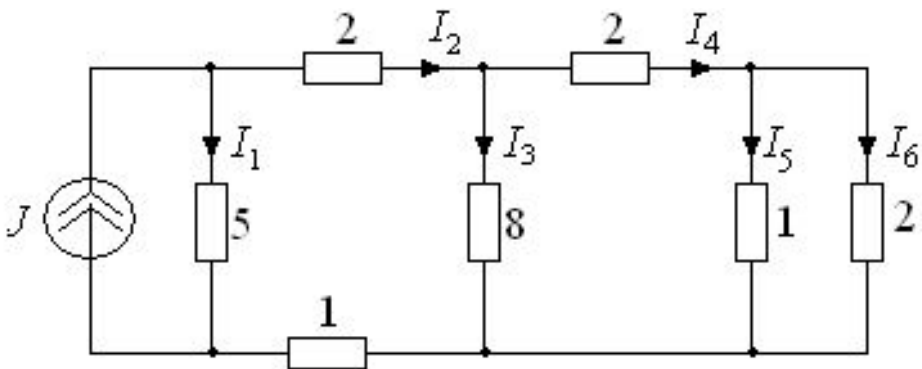
$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_1 - E'_4}{R_1 + R_4} = 1 \text{ А} \quad I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4 + E_2 - E'_5}{R_2 + R_5} = 3 \text{ А} \quad I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_3}{R_3} = 2 \text{ А}$$

$$I_4 = I_1 + J = 3 \text{ А} \quad I_5 = -I_2 - J = -5 \text{ А}$$

по первому закону Кирхгофа

Метод пропорциональных величин.

Задача 2.5. Рассчитать все токи методом пропорциональных величин. Значения сопротивлений указаны на схеме в [Ом], ток источника $J=16$ А.



$$I'_6 = 1 \text{ A}$$

$$U'_{10} = I'_6 \cdot 2 = 2 \text{ В}$$

$$I'_3 = \frac{U'_{20}}{8} = 1 \text{ A}$$

$$I'_5 = \frac{U'_{10}}{1} = 2 \text{ A}$$

$$I'_2 = I'_3 + I'_4 = 4 \text{ A}$$

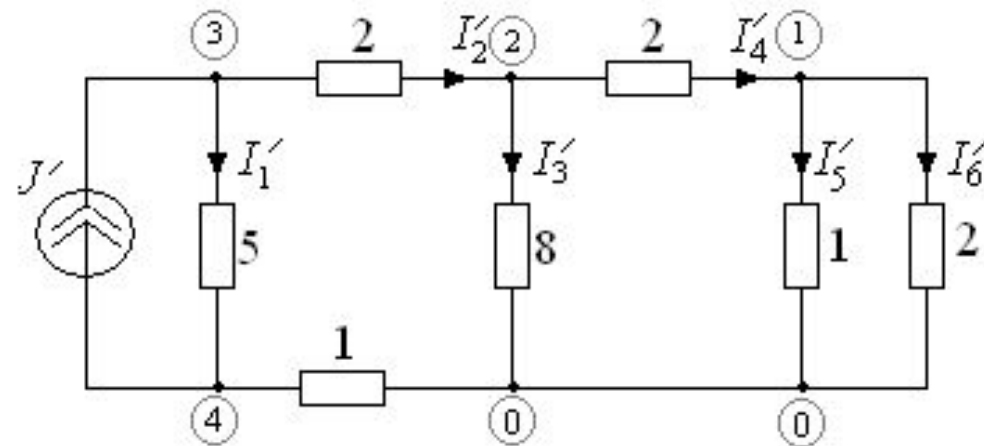
$$I'_4 = I'_5 + I'_6 = 3 \text{ A}$$

$$I'_2 = I'_3 + I'_4 = 4 \text{ A}$$

$$U'_{20} = I'_4 \cdot 2 + U'_{10} = 8 \text{ В}$$

$$I'_1 = \frac{U'_{34}}{5} = 4 \text{ A}$$

Расчетная схема имеет вид:



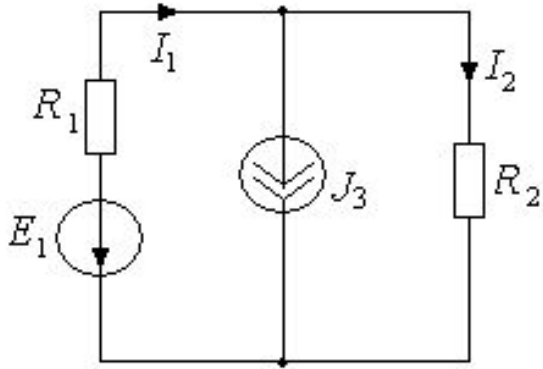
$$J' = I'_1 + I'_2 = 8 \text{ A} \quad J = 16 \text{ A}$$

$$k = \frac{J}{J'} = \frac{16}{8} = 2$$

Все токи и напряжения ветвей необходимо изменить в k раз, т.е. увеличить в 2 раза.

Метод наложения

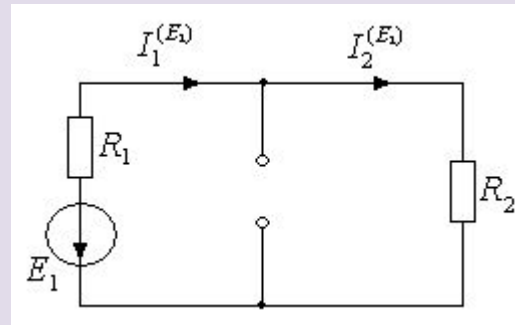
Задача 2.6. Определить токи I_1 и I_2 методом наложения. При каком значении тока источника J ток I_1 станет в два раза больше и поменяет свое направление? Параметры элементов цепи: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $E_1 = 20 \text{ В}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $J_3 = 6 \text{ А}$.



$$I_1 = I_1^{(E_1)} + I_1^{(J_3)}$$

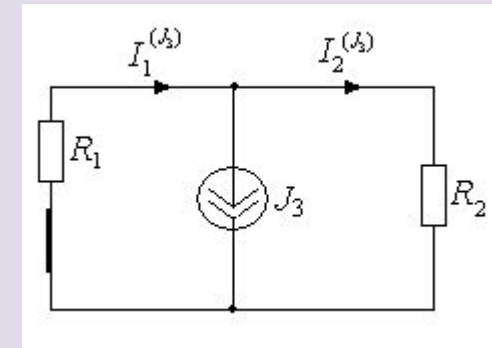
$$I_2 = I_2^{(E_1)} + I_2^{(J_3)}$$

Частичная схема от источника E_1 ($J=0$):



$$I_1^{(E_1)} = I_2^{(E_1)} = -\frac{E_1}{R_1 + R_2} = -\frac{20}{2+3} = -4 \text{ А}$$

Частичная схема от источника J ($E_1=0$):



$$I_1^{(J_3)} = J_3 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6 \frac{3}{2+3} = 3,6 \text{ А}$$

$$I_2^{(J_3)} = -J_3 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -6 \frac{2}{2+3} = -2,4 \text{ А}$$

$$I_1 = I_1^{(E_1)} + I_1^{(J_3)} = -4 + 3,6 = -0,4 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2^{(E_1)} + I_2^{(J_3)} = -4 - 2,4 = -6,4 \text{ A}$$

входную проводимость

$$g_{11} = \frac{I_1^{(E_1)}}{E_1} = \frac{-4}{20} = -0,2 \text{ М}$$

коэффициент передачи по току

$$k_{13} = \frac{I_1^{(J_3)}}{J_3} = \frac{3,6}{6} = 0,6$$

Согласно принципу наложения

$$I_1 = I_1^{(E_1)} + I_1^{(J_3)} = g_{11}E_1 + k_{13}J_3 = -0,2E_1 + 0,6J_3$$

Для того чтобы ток первой ветви стал в два раза больше и поменял свое направление, т.е.

$$I'_1 = -I_1 = -(-0,4) = 0,8 \text{ A}$$

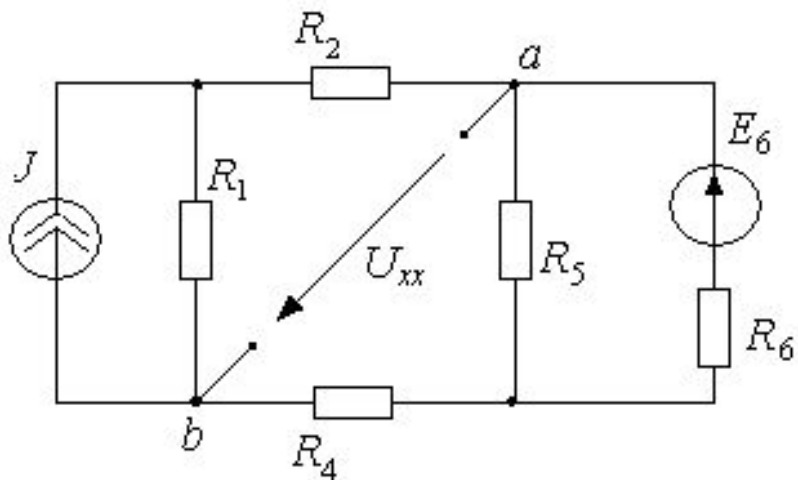
при $E_1 = 20 \text{ В}$ ток источника тока должен быть

$$J'_3 = \frac{0,8 + 0,2 \cdot 20}{0,6} = 8 \text{ A}$$

Задача 2.7. Определить сопротивление резистора R_3 , при котором в нем выделяется максимальная мощность, и вычислить значение этой мощности. Сопротивления резисторов даны в [Ом].

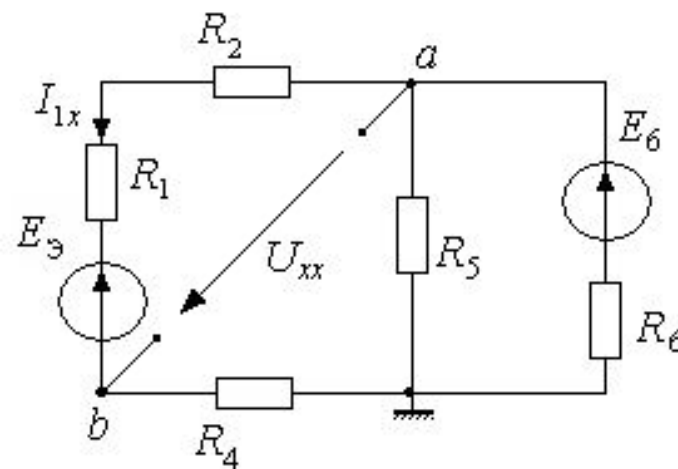
Максимальная мощность выделяется при выполнении условия $R_3 = R_{\text{вх}}$.

$$P_{\text{max}} = \frac{U_{\text{xx}}^2}{4 \cdot R_{\text{вх}}}$$



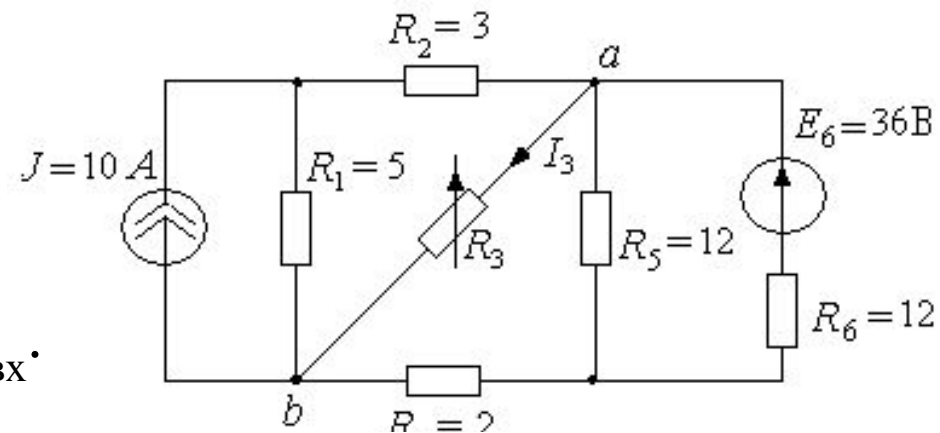
$$\varphi_a = \frac{\frac{E_3}{R_1 + R_2 + R_4} + \frac{E_6}{R_6}}{\frac{1}{R_1 + R_2 + R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 30 \text{ В}$$

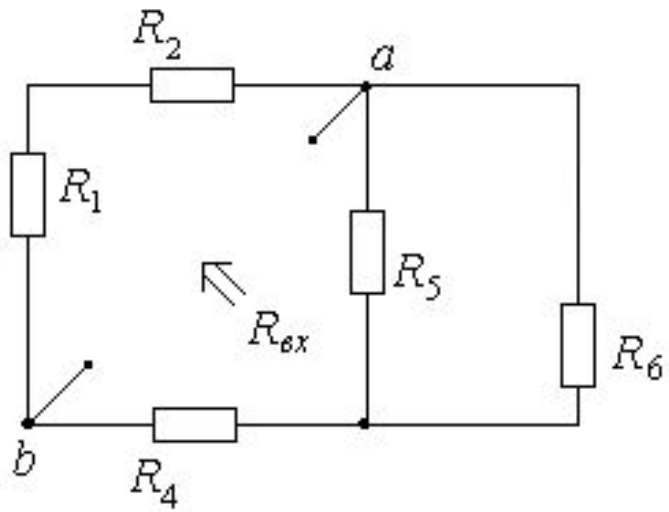
$$E_3 = J \cdot R_1 = 50 \text{ В}$$



$$I_{1x} = \frac{\varphi_a - E_3}{R_1 + R_2 + R_4} = -2 \text{ А}$$

$$U_{\text{xx}} = E_3 + I_{1x} \cdot (R_1 + R_2) = 34 \text{ В}$$



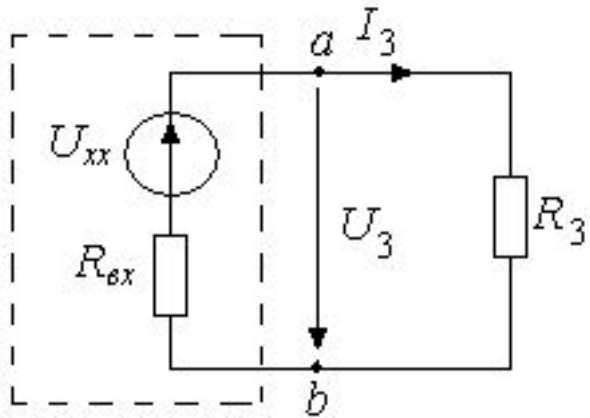


2) определим R_{BX} :

$$R_{BX} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} + R_4 \parallel (R_1 + R_2) = 4$$

Максимальная мощность выделяется в резисторе при $R_{BX} = R = \ominus M$

$$P_{max} = \frac{U_{XX}^2}{4 \cdot R_{BX}} = \frac{34^2}{4 \cdot 4} = 72,25$$



$$I_3 = \frac{U_{XX}}{R_{BX} + R_3} \quad \frac{dP_3}{dI_3} = 0$$

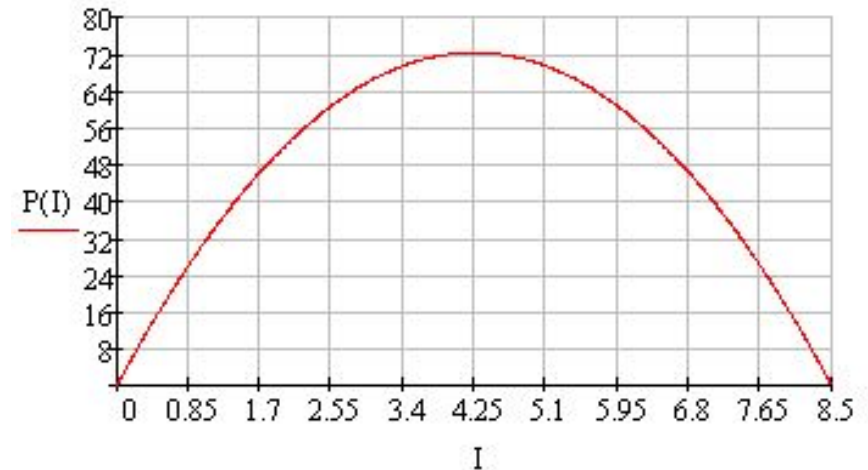
$$U_{3X} = U_{BX} - R_3 I$$

$$P_3 = U_3 I_3 = I_3^2 R_3$$

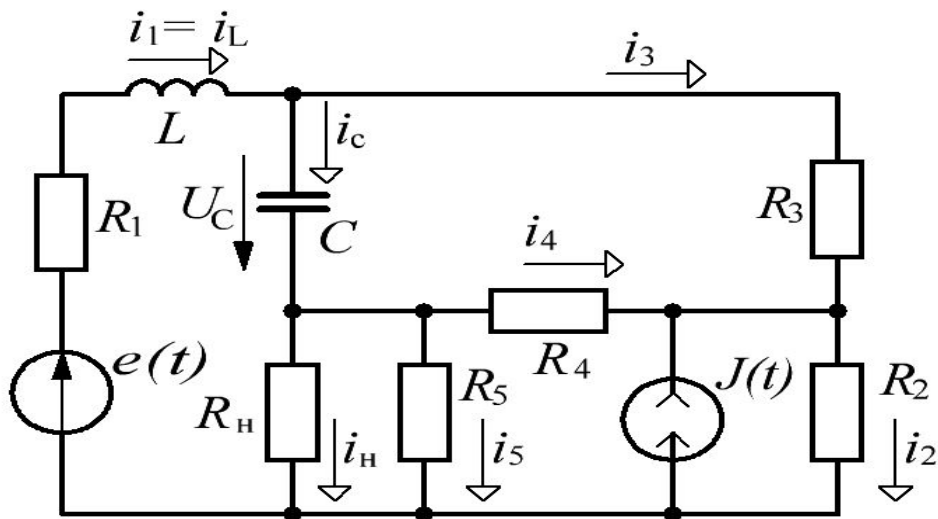
$$P_{3X}(I_3) = U_{3X} I_3 = (U_{XX} - R_3 I_3) I_3 = U_3 I_3 - R_3 I_3^2 = 34 I_3 - 4 I_3^2$$

$$U_{XX} - 2R_{BX} I_3 = 0$$

$$I_3 = \frac{U_{XX}}{2R_{BX}} = \frac{I_{K3}}{2}$$



РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ



$$e(t) = E_0 + E_m \sin(k\omega t) \quad B_0 = \frac{n}{2} \quad B_m = \frac{N\sqrt{2}}{2},$$

$$J(t) = J_0 + J_m \sin(k\omega t) \quad A_0 = \frac{n}{3}10^{-3}, \quad A_m = \frac{N\sqrt{2}}{2}10^{-3}$$

где N - номер группы студента, n-номер студента по журналу,
к-номер гармоники,

$$\omega = 10^3 \text{ рад/сек}$$

$$R_1 = 50, \quad Q_1 = 500$$

$$R_3 = 50, \quad Q_3 = 300$$

$$R_5 = 200, \quad Q_5 = 200$$

$$I = 0,25 \quad 4,8 = 10 \cdot 10^{-6}$$

$$B_0 = 15, \quad B_m = 6\sqrt{2}$$

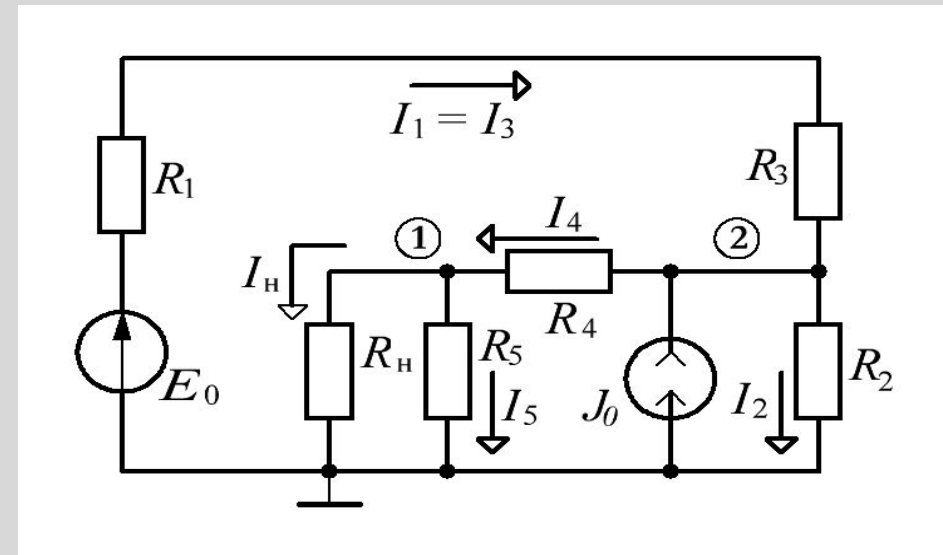
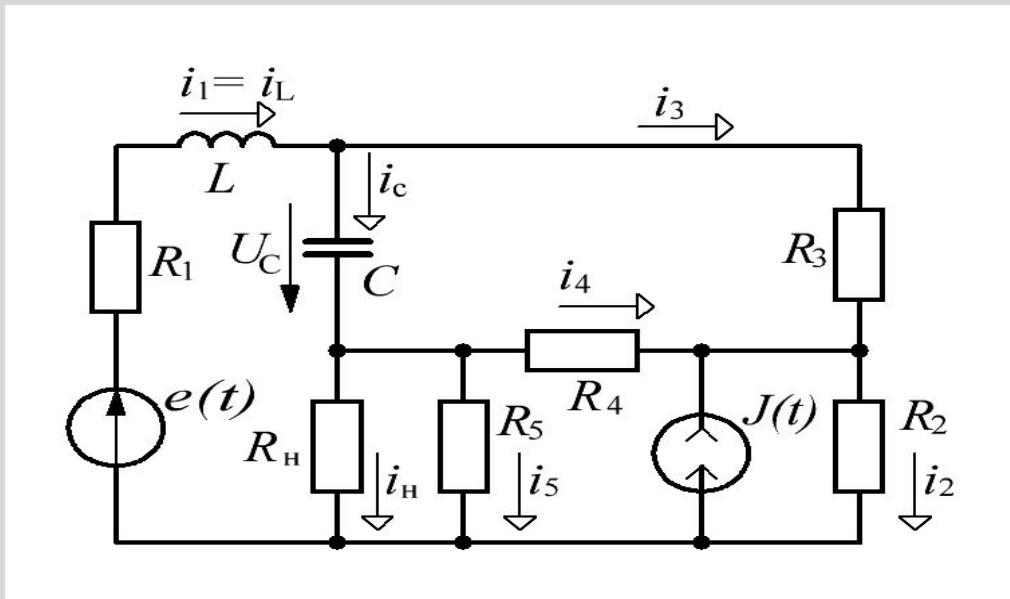
$$J_0 = 10, \quad J_m = 6\sqrt{2}$$

Рассчитаем схемы при действии постоянных источников

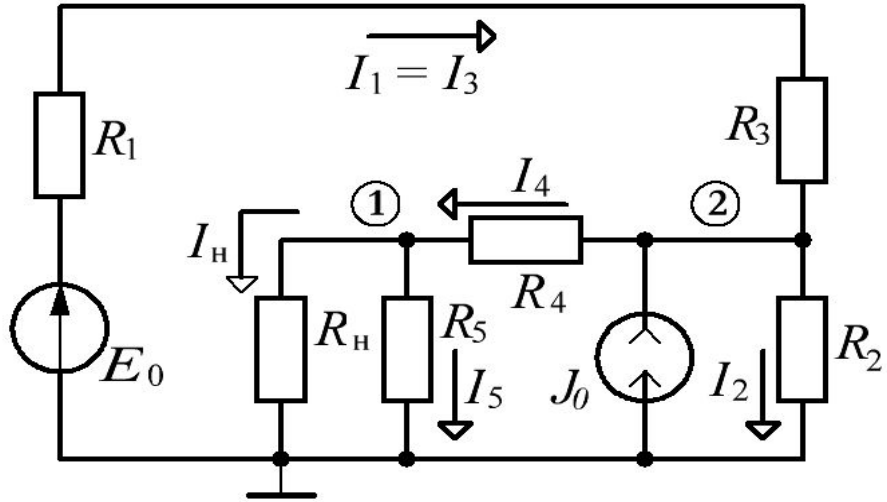
1.1. Определить потенциалы узлов и токи в ветвях схемы при включении постоянных составляющих источников J_0 и E_0 , используя метод узловых потенциалов.

При действии постоянных источников тока и напряжения в схемах конденсатор заменяем разрывом, а индуктивность коротким замыканием.

Нарисуем схему при действии постоянных источников, обозначим узлы в схеме. Выберем положительные направления токов в ветвях схемы.



$$\varphi_0 = 0$$



$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} \\ -G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1^y \\ J_2^y \end{pmatrix}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_H} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} = \frac{4}{3} \cdot \text{CM}^{-2}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{300} + \frac{1}{500} + \frac{1}{500} = \frac{11}{15} \cdot \text{CM}^{-2}$$

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{300} = \frac{1}{3} \cdot \text{CM}^{-2}$$

$$J_1^y = 0, \quad J_2^y = \frac{E_0}{R_1 + R_3} + J_0 = \frac{15}{500} = 3 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{3}10^{-2} & -\frac{1}{3}10^{-2} \\ -\frac{1}{3}10^{-2} & \frac{11}{15}10^{-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 = 0$$

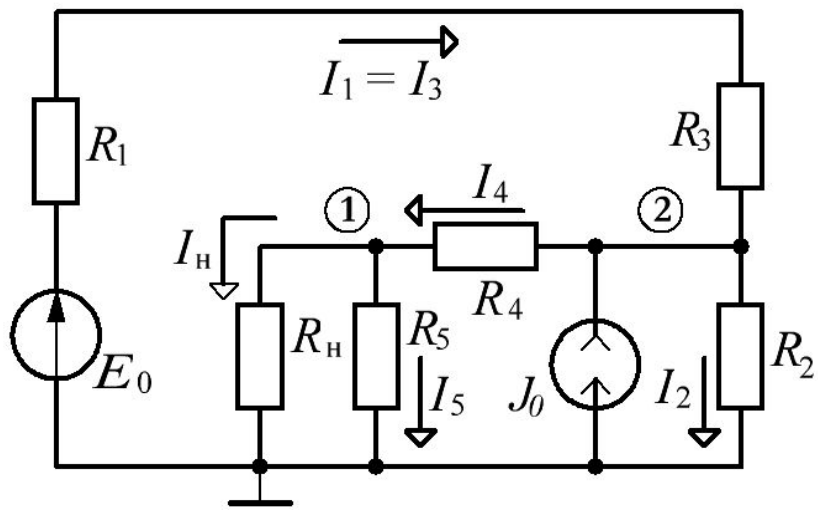
$$G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 = 4 \cdot 10^{-2}$$

$$\varphi_2 = -\frac{G_{11}}{G_{12}}\varphi_1 = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 3}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 4\varphi_1$$

$$\varphi_1 = \frac{15 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{39} = \frac{20}{13} = 1,54 B,$$

$$\varphi_1 \frac{-5 \cdot 10^{-2} + 44 \cdot 10^{-2}}{15} = 4 \cdot 10^{-2}$$

$$\varphi_2 = \frac{80}{13} = 6,15 B$$



$$I_{H0} = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{R_H} = \frac{20}{13 \cdot 200} = \frac{1}{130} = 7,692$$

$$I_3 = \frac{E_0 - \varphi_2}{R_1 + R_3} = \frac{15 - 6,15}{500} = 17,69$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2}{R_2} = \frac{6,15}{500} = 12,31$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_4} = \frac{6,154 - 1,54}{300} = 15,39$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1}{R_5} = \frac{1,54}{200} = 7,69$$

Проверим первый закон Кирхгофа:

узел $I_4 = I_5 + I_H$
 $15,39 = 7,69 + 7,69 = 15,38$

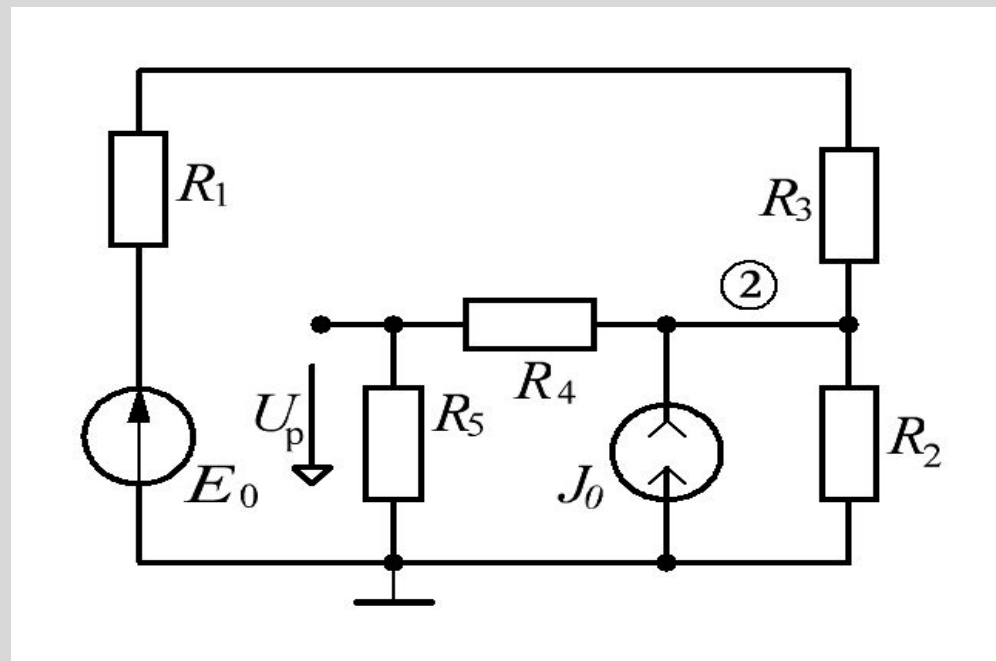
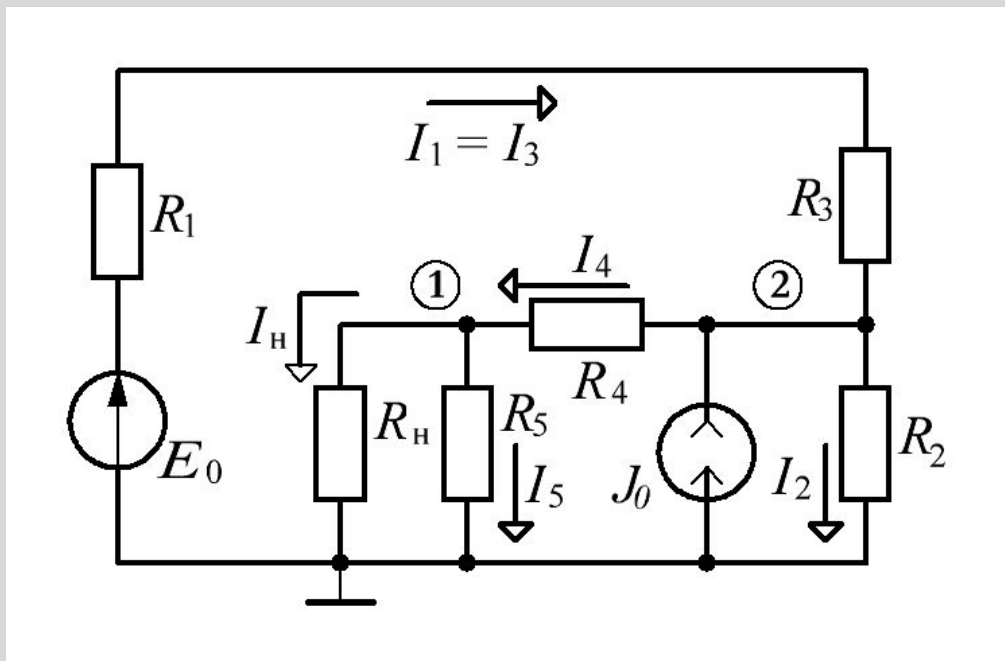
узел $I_4 + I_2 = I_1 + J_0$
 $15,39 + 12,31 = 17,69 + 10 = 27,69$

$27,69 = 27,70 A$

1.2. Считая схему относительно R_H активным двухполюсником, рассчитать параметры этого двухполюсника (U_p, R_{BX}, I_{K3}) при включении J_0 и E_0 . Напряжение U_p определить методом суперпозиции.

Методом эквивалентного генератора рассчитаем ток

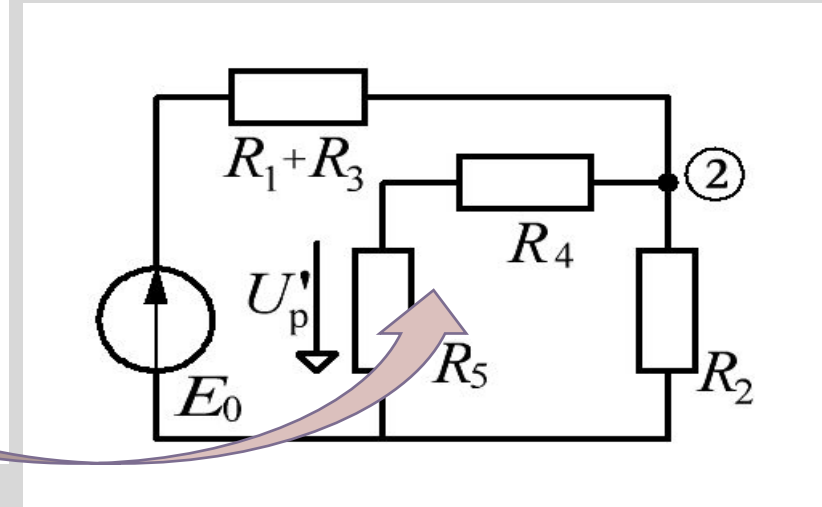
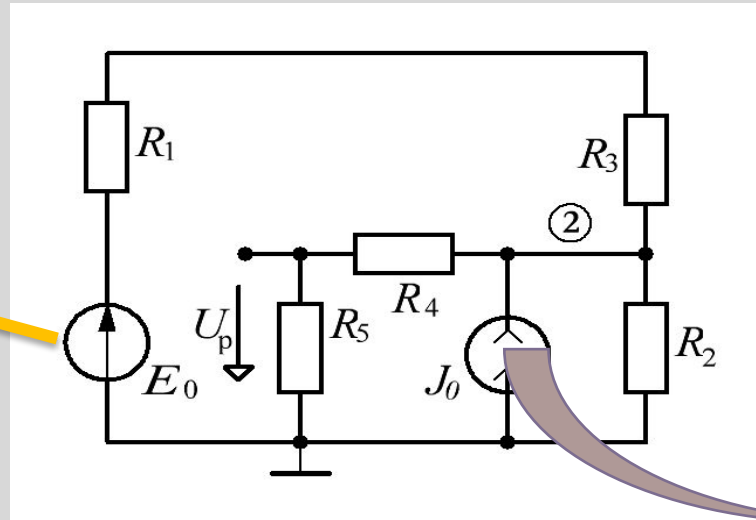
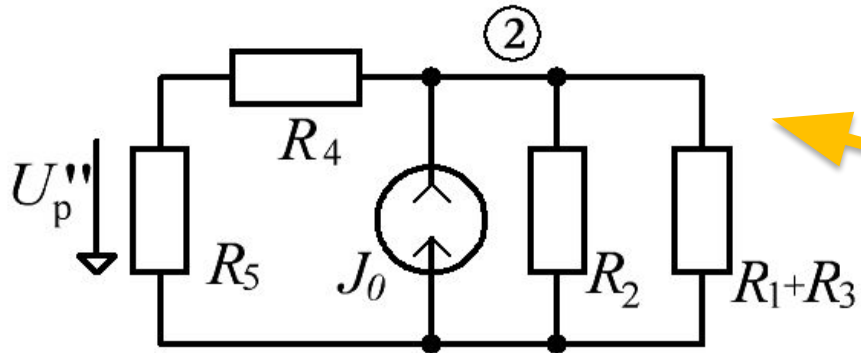
$$I_H = \frac{U_p}{R_H + R_{BX}}$$



Рассчитаем напряжение разрыва методом суперпозиции.

Рассчитаем напряжение разрыва методом суперпозиции.

$$U_P = U_P^E + U_P^J = U' + U''$$



$$U_P = R_5 I_5^* = R_5 (I_5^E + I_5^J)$$

$$\varphi_2'' = \frac{J_0}{\frac{1}{R_4 + R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3}} = \frac{10^{-2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{500}} = \frac{5}{3} B$$

$$B_P'' = \frac{\varphi_2''}{R_4 + R_5} \cdot R_5 = \frac{5}{3 \cdot 500} \cdot 200 = \frac{2}{3}$$

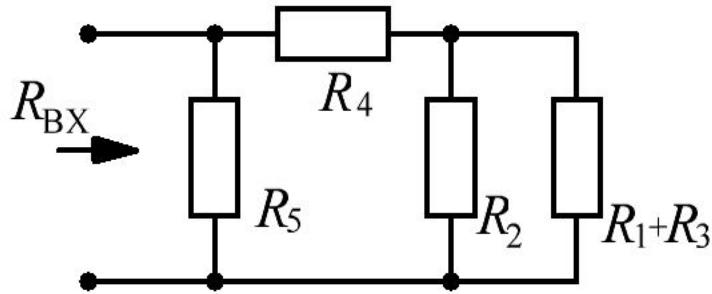
$$B_P = U_P^E + U_P^J = U_P' + U_P'' = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2,68$$

$$\varphi_2 = \frac{\frac{E_0}{R_1 + R_3}}{\frac{1}{R_4 + R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3}} = \frac{\frac{15}{500}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{500}} = 5 B$$

$$B_P' = \frac{\varphi_2}{R_4 + R_5} \cdot R_5 = \frac{5}{500} \cdot 200 = 2$$

Рассчитаем следующие параметр этого двухполюсника:

$$R_{BX}, I_{K3}$$



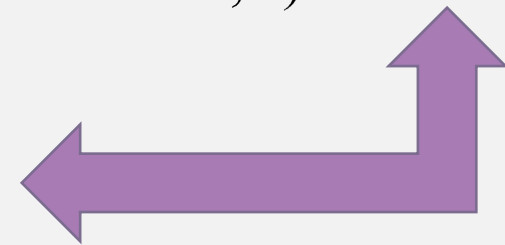
$$R_{BX} = \frac{R_5 + (R_4 + \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3})}{R_5 + R_4 + \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3}}$$

$$R_{BX} = \frac{200 \cdot 550}{200 + 550} = 146,7$$

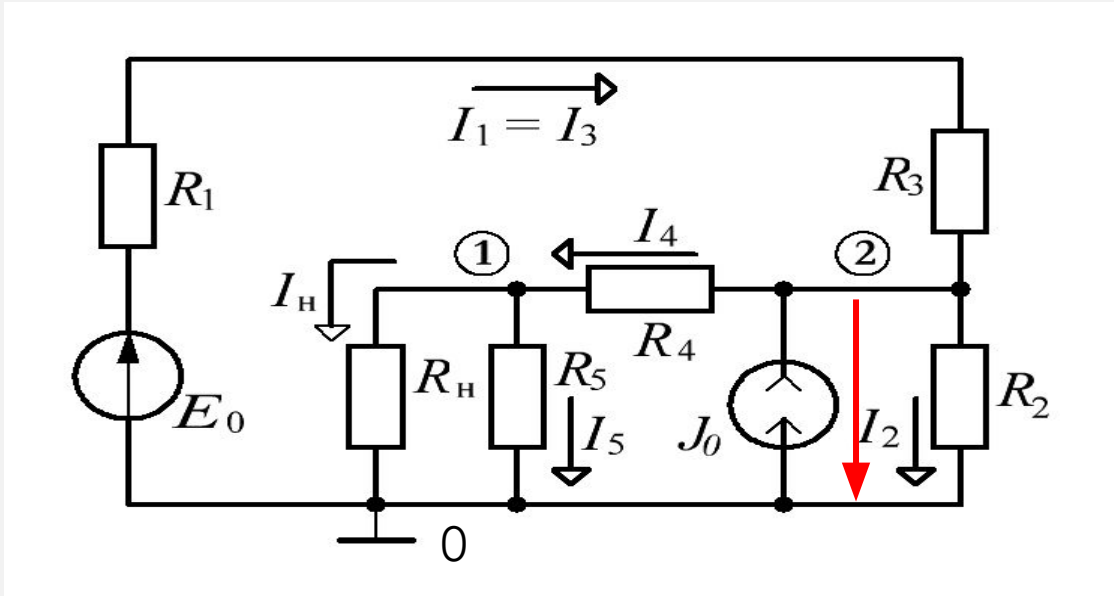
$$I_{K3} = \frac{U_P}{R_{BX}} = \frac{8/3}{146,7} = 18.18$$

$$I_{H0} = \frac{U_P}{R_H + R_{BX}} = \frac{8}{3(200 + 146,7)} = 7,692$$

$$I_{H0} = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{R_H} = \frac{20}{13 \cdot 200} = \frac{1}{130} = 7,692$$



Составить **баланс активных мощностей** по постоянному току для схемы



$$\sum_K R_K \cdot I_K^2 = \sum_K E_K \cdot I_K + \sum_K U_K \cdot J_K$$

$$(R_1 + R_3) \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_H \cdot I_H^2 = E_0 \cdot I_1 + (\varphi_2 - \varphi_0) \cdot J_0$$

$$500 \cdot 312,9 \cdot 10^{-3} + 500 \cdot 151,5 \cdot 10^{-3} + 300 \cdot 236,9 \cdot 10^{-3} + 200 \cdot 59,14 \cdot 10^{-3} + 200 \cdot 59,14 \cdot 10^{-3} \\ = 15 \cdot 17,69 \cdot 10^{-3} + 6,154 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

$$156,45 + 75,75 + 71,07 + 11,83 + 11,83 = 265,35 + 61,54$$

$$326,9 = 326,9 \text{ Вт}$$