

ИДЗ-2

*Сжатие-растяжение
ступенчатого стержня*

ПРИМЕР

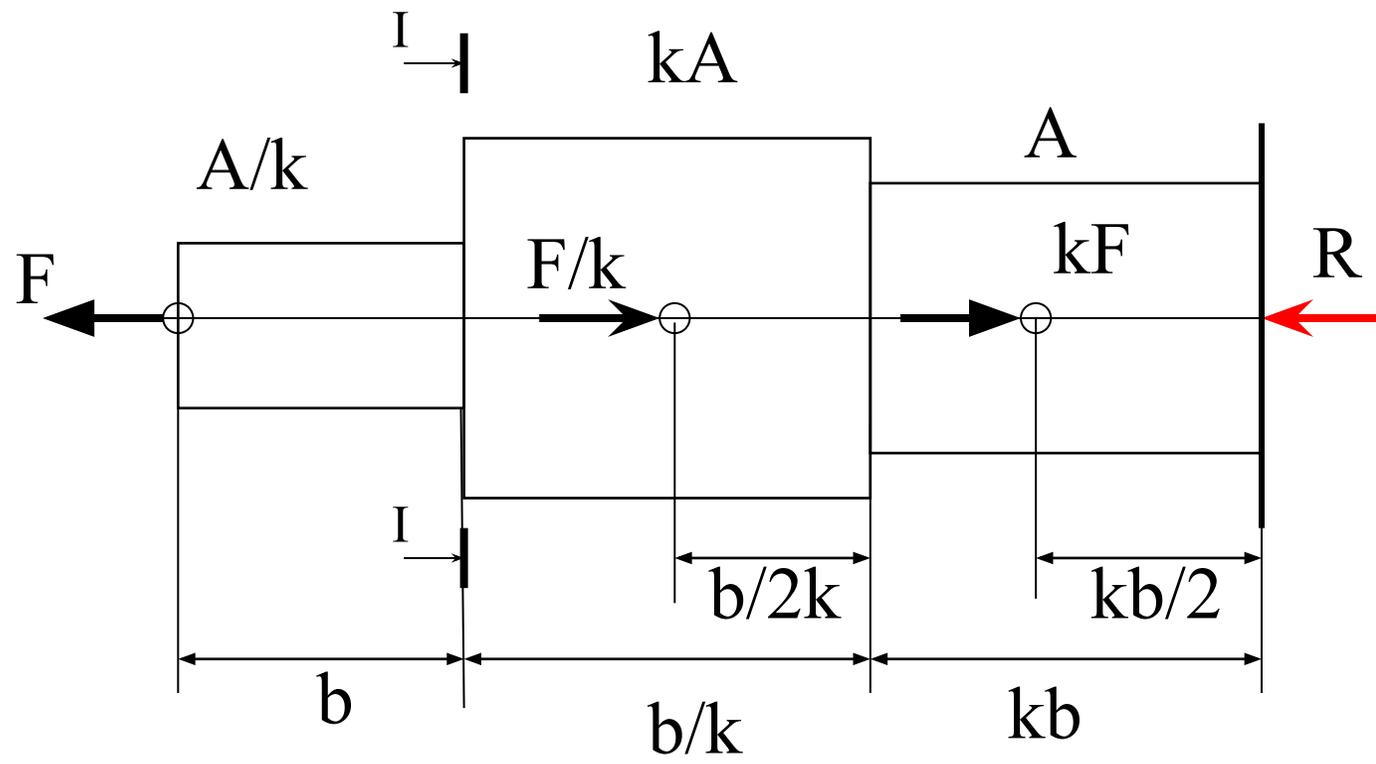
Стальной стержень находится под действием продольных сил. Построить эпюры внутренних продольных сил и нормальных напряжений и перемещений.

Влиянием собственного веса стержня пренебречь.

Модуль упругости стали :

$$E_{ст} = 215000 \text{ МПа} = 215 \cdot 10^3 \text{ Н / мм}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Дано: } F &= 100 \text{ кН}, & A &= 1,8 \cdot 10^3 \text{ мм}^2 \\ k &= 1,2 & b &= 0,2 \text{ м} \end{aligned}$$

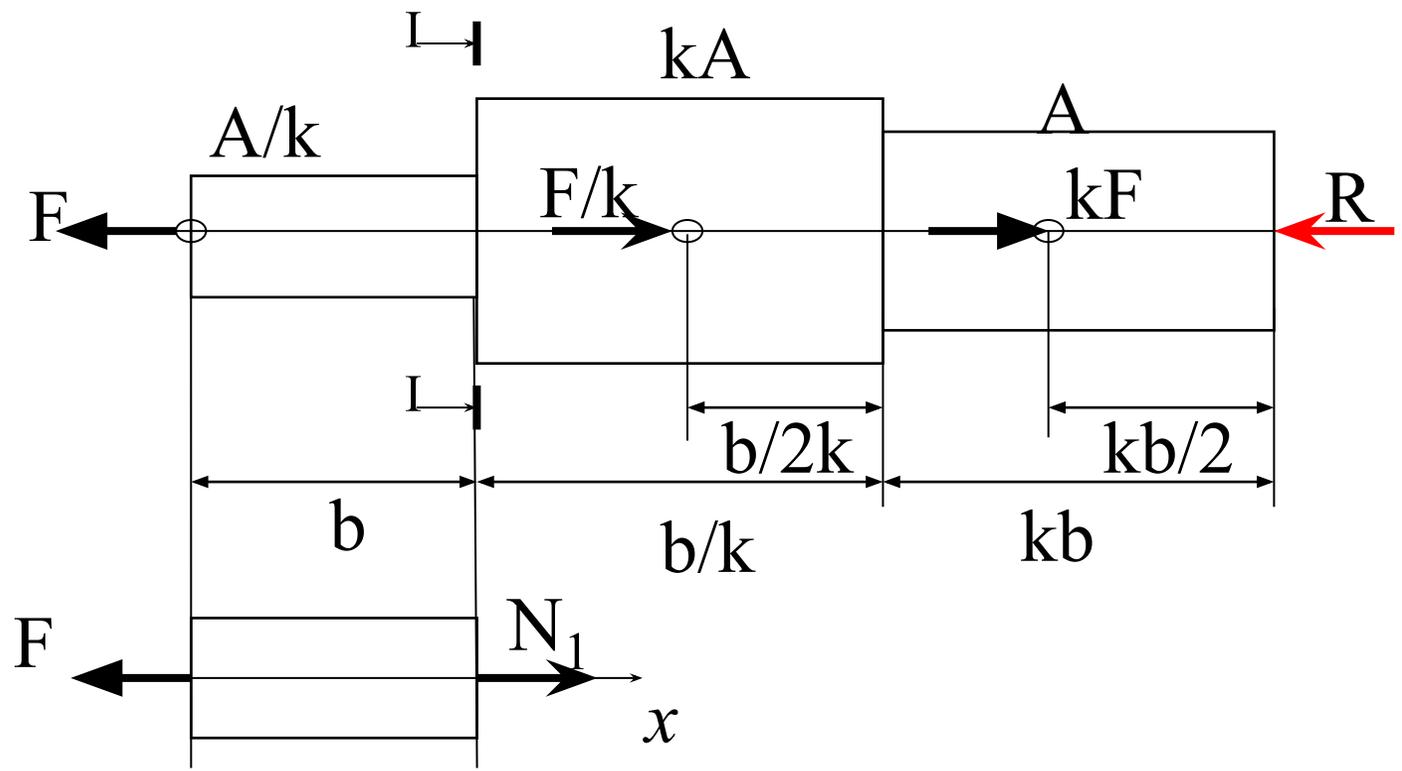


Определяем реакцию заделки:

$$-F + \frac{F}{k} + kF - R = 0$$

или

$$R = -F + \frac{F}{k} + kF = 103,3 \text{ кН}$$



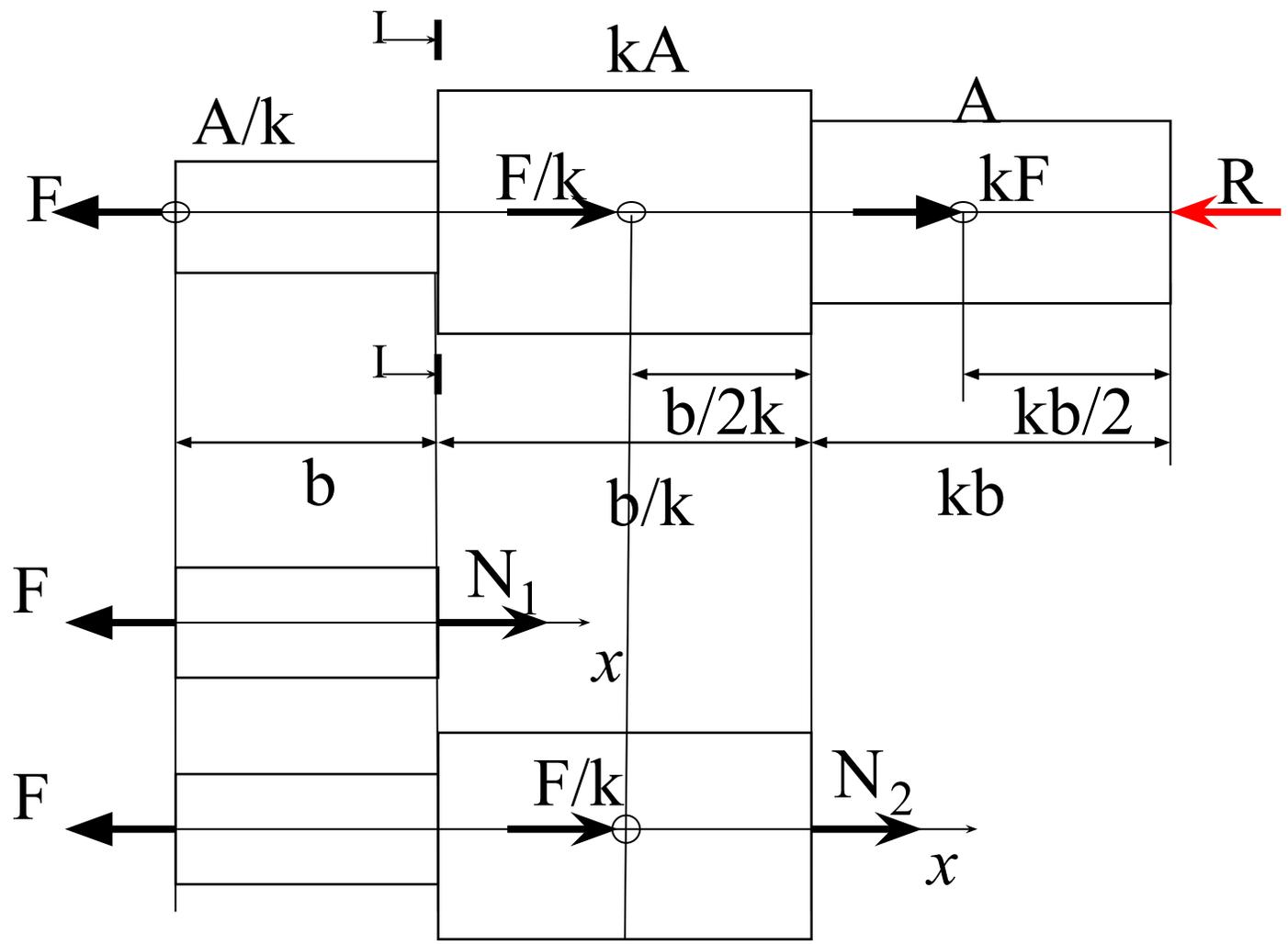
Первый участок: $0 \leq x \leq b + \frac{b}{2k}$

Условие равновесия первого левого участка:

$$-F + N_1 = 0$$

$$N_1 = F = 100 \text{ кН}$$

Первый участок испытывает *растяжение*.



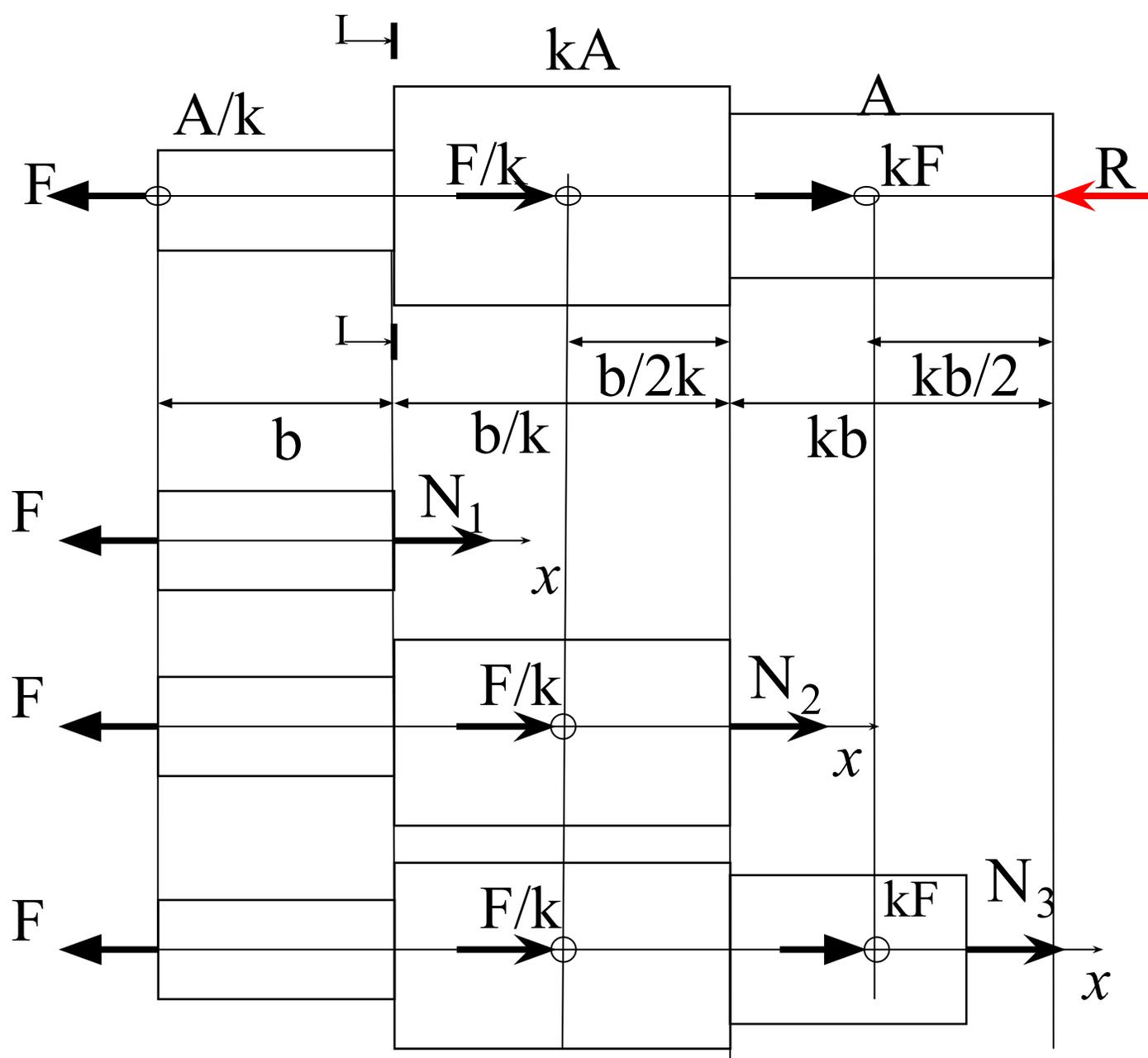
Второй участок:

$$b + \frac{b}{2k} \leq x \leq b + \frac{b}{k} + \frac{kb}{2}$$

Условие равновесия:

$$-F + \frac{F}{k} + N_2 = 0$$

$$N_2 = F - \frac{F}{k} = 16,6 \text{ кН} \quad (\text{растяжение})$$

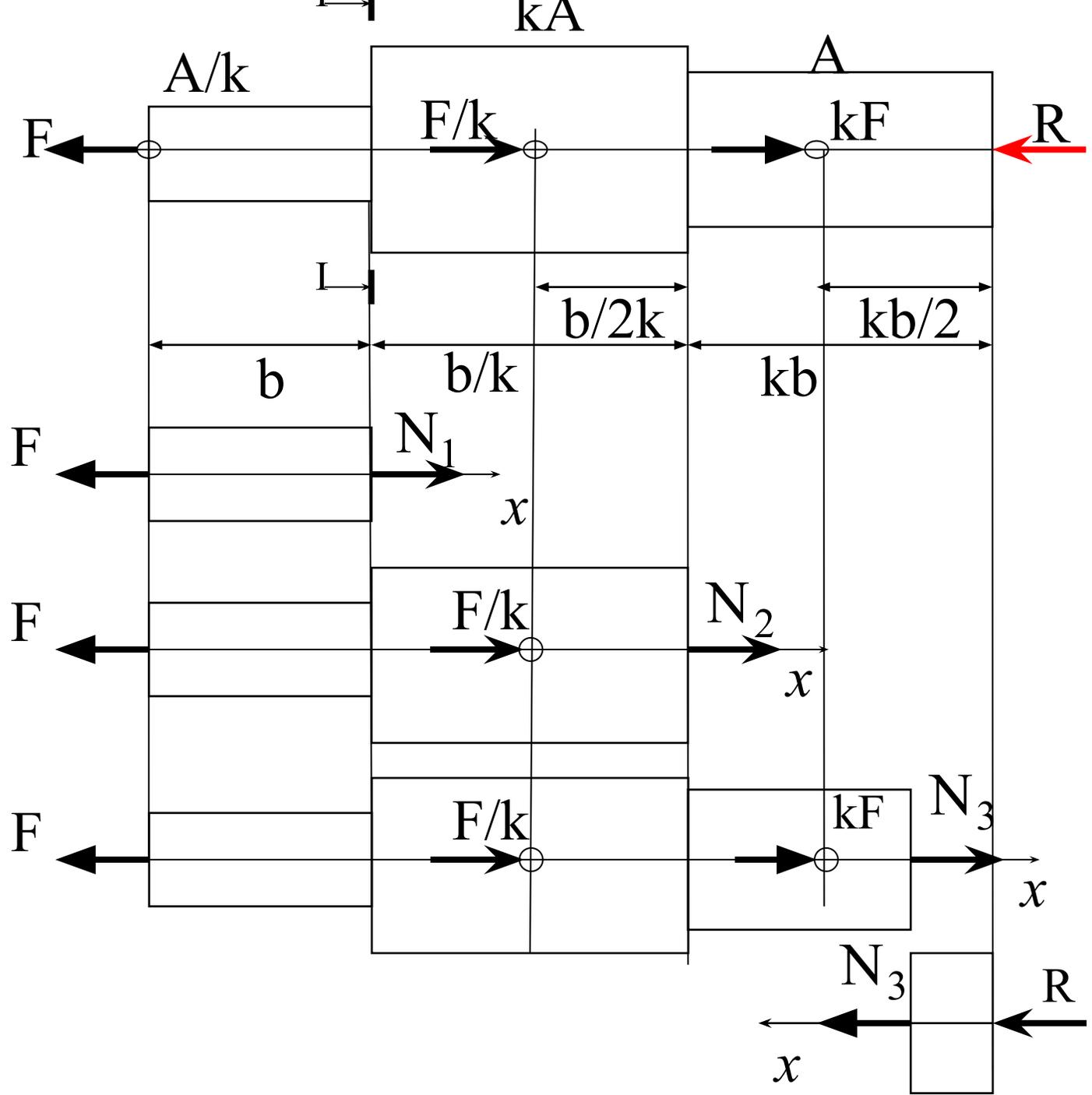


Третий участок (левый):

$$b + \frac{b}{k} + \frac{bk}{2} \leq x \leq b + \frac{b}{k} + kb$$

$$-F + kF + \frac{F}{k} + N_3 = 0$$

$$N_3 = F - kF - \frac{F}{k} = -103,3 \text{ кН} \quad (\text{сжатие})$$



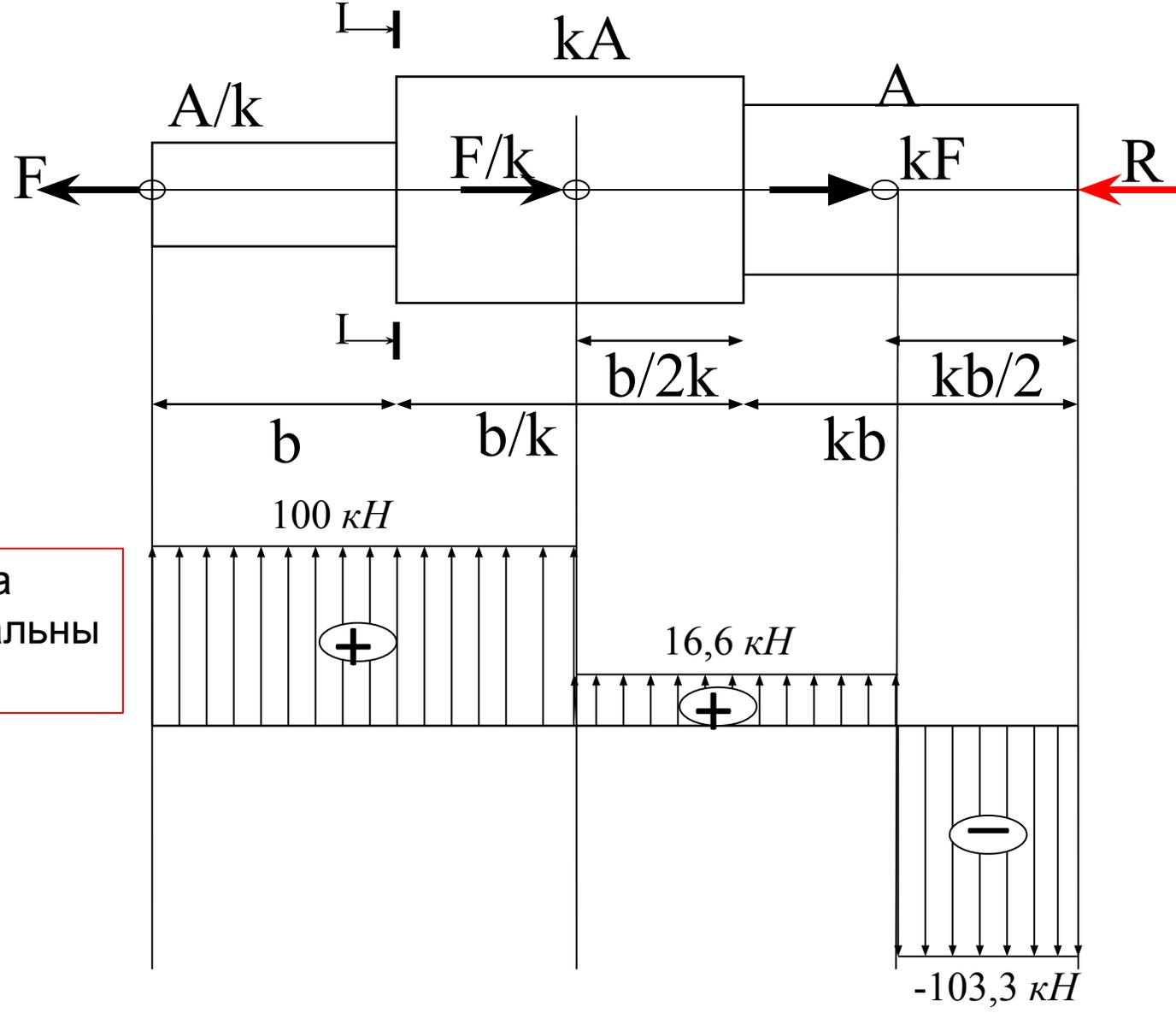
Третий (*правый*) участок:

$$0 \leq x \leq \frac{kb}{2}$$

Учитывая, что ось x направлена справа налево:

$$N_3 + R = 0$$

$$N_3 = -R = 103,3 \text{ кН} \quad (\text{сжатие})$$



Эпюра
 нормальны
 х
 сил

Расчет нормальных напряжений

На участке $0 \leq x \leq b$ с сечением A/k :

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A/k} = \frac{100}{1,5 \cdot 10^3} = 66,6 \cdot 10^{-3} \text{ кН} / \text{мм}^2$$

На участке $b \leq x \leq b + \frac{b}{2k}$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{kA} = \frac{100}{2,16 \cdot 10^3} = 46,3 \cdot 10^{-3} \text{ кН / мм}^2$$

На участке $b + \frac{b}{2k} \leq x \leq b + \frac{b}{k}$

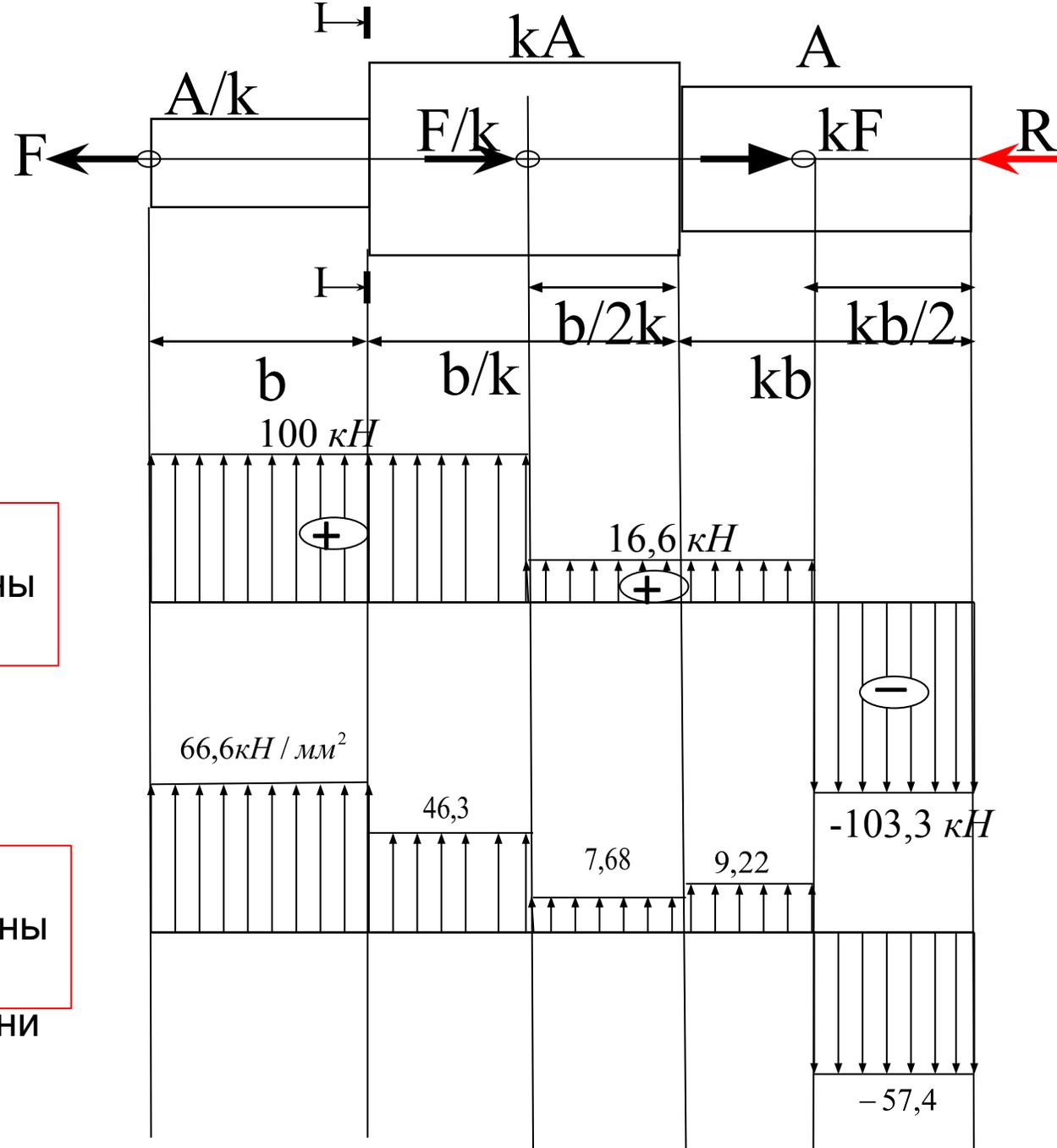
$$\sigma_3 = \frac{N_2}{kA} = \frac{16,6}{2,16 \cdot 10^3} = 7,68 \cdot 10^{-3} \text{ кН / мм}^2$$

На участке $b + \frac{b}{k} \leq x \leq b + \frac{b}{k} + \frac{kb}{2}$

$$\sigma_4 = \frac{N_2}{A} = \frac{16,6}{1,8 \cdot 10^3} = 9,22 \cdot 10^{-3} \text{ кН / мм}^2$$

На участке $b + \frac{b}{k} + \frac{kb}{2} \leq x \leq b + \frac{b}{k} + kb$

$$\sigma_5 = \frac{N_3}{A} = \frac{-103,3}{1,8 \cdot 10^3} = -57,4 \cdot 10^{-3} \text{ кН / мм}^2$$



Эпюра
нормальны
х
сил

Эпюра
нормальны
х
напряжени
й

Расчет смещений

На первом справа участке
(от заделки до точки приложения силы kF):

$$\begin{aligned}\Delta l_1 &= \frac{N_3(kb/2)}{E \cdot A} = \\ &= \frac{-103,3 \cdot 10^3 (200 \cdot 1,2/2)}{215 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3} = -0,032 \text{ мм}\end{aligned}$$

На втором справа участке
(от точки приложения силы kF до ступени):

$$\Delta l_2 = \frac{N_2(kb/2)}{E \cdot A} = \frac{16,6 \cdot 10^3 (200 \cdot 1,2/2)}{215 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3} = 0,0051 \text{ мм}$$

На третьем справа участке
(от ступени до точки приложения силы F/k):

$$\Delta l_3 = \frac{N_2(b/2k)}{E \cdot kA} = \frac{16,6 \cdot 10^3 (200/2,4)}{215 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2} = 0,0029 \text{ мм}$$

На четвертом справа участке
(от силы F/k до ступени):

$$\Delta l_4 = \frac{N_1(b/2k)}{E \cdot kA} = \frac{100 \cdot 10^3 (200/2,4)}{215 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2} = 0,018 \text{ мм}$$

На пятом справа участке
(от ступени силы до F):

$$\Delta_{\text{ММ}}^5 = \frac{N_1 b}{EA / k} = \frac{10^5 \cdot 0,2}{215 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3 / 1,2} = 0,062$$

Смещения на границах
участков

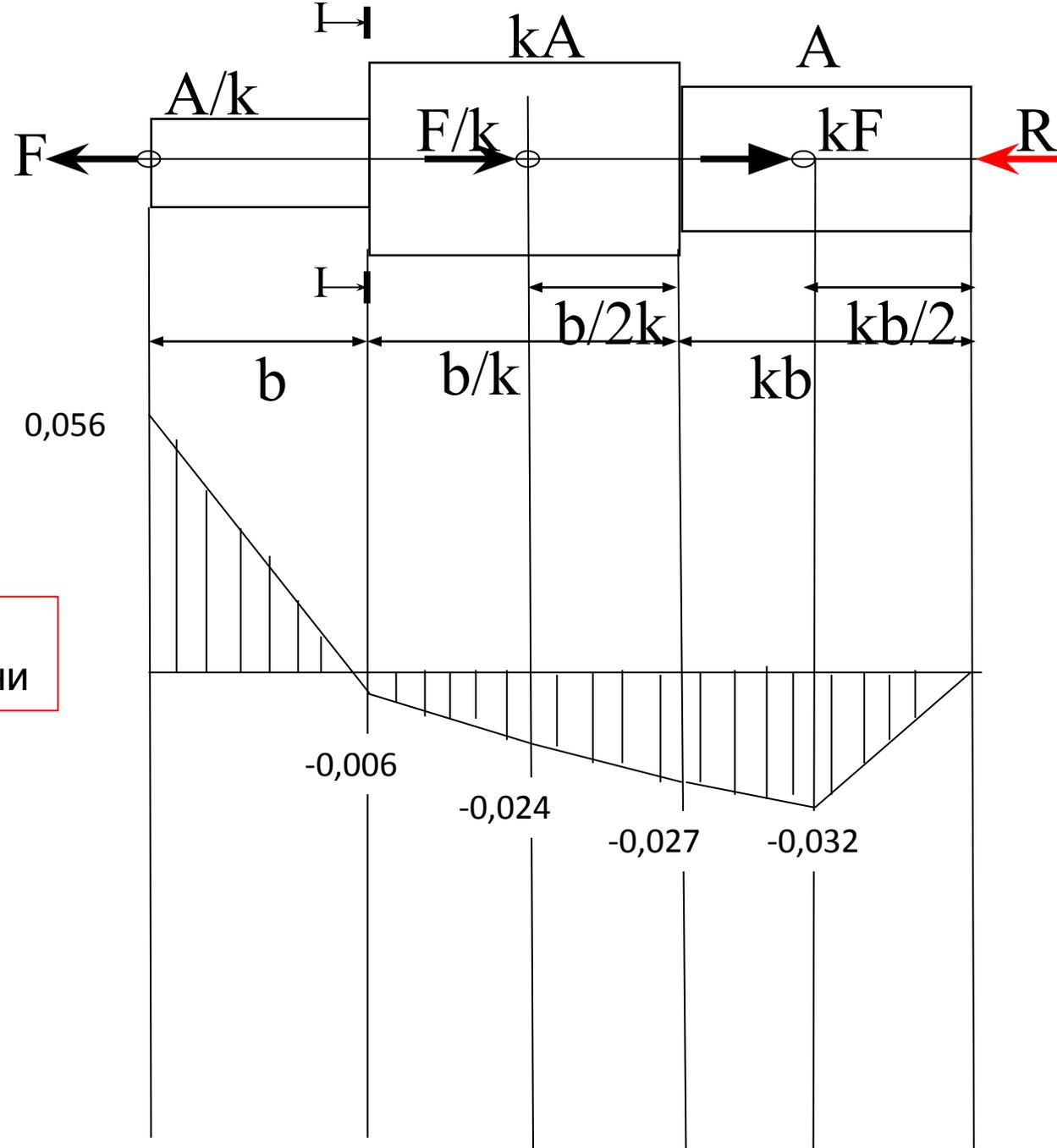
$$\lambda_1 = \Delta l_{1\#} = -0,032$$

$$\lambda_2 = \Delta l_{1\#} + \Delta l_2 = -0,032 + 0,0051 = -0,027$$

$$\lambda_3 = \Delta l_{1\#} + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -0,024$$

$$\lambda_4 = \Delta l_{1\#} + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = -0,006$$

$$\lambda_5 = \Delta l_{1\#} + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5 = 0,056$$



Эпюра
смещени
й