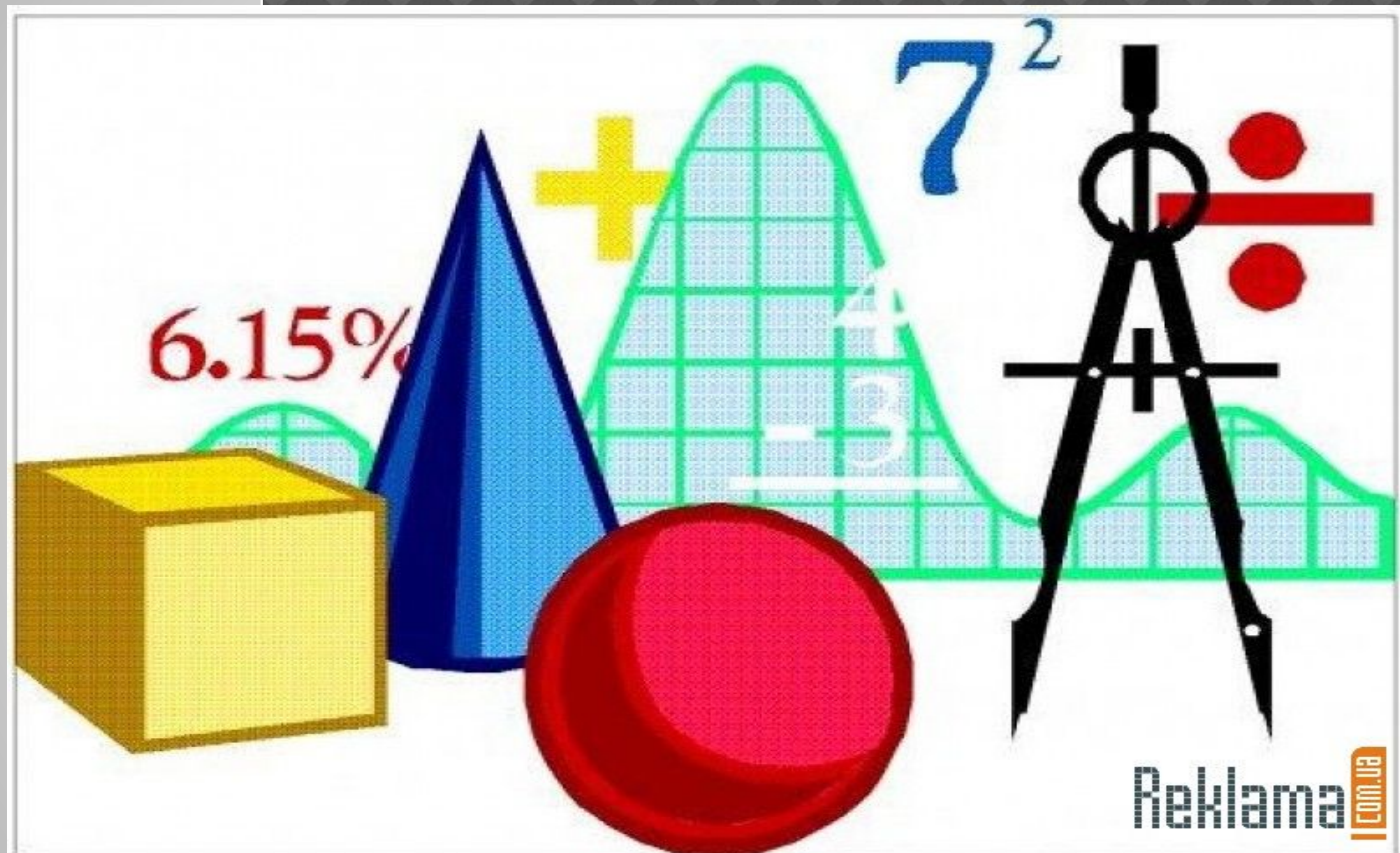
КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ И ЭКСТРЕМУМ ФУНКЦИИ



10 класс алгебра и начала анализа

ЦЕЛИ УРОКА

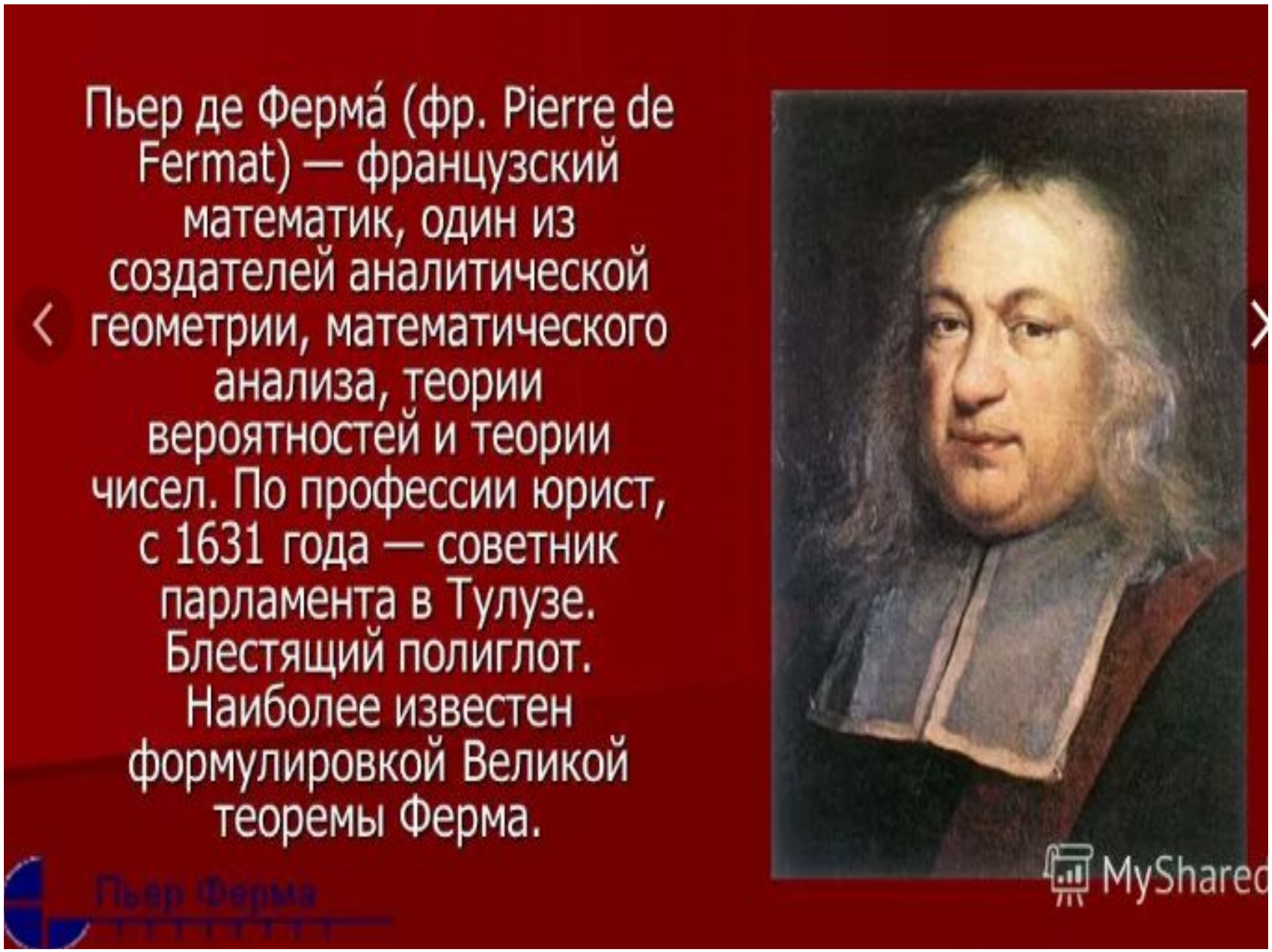
- 10.4.1.28 – знать определение критических точек и точек экстремума функции, условие существования экстремума функции.
- 10.4.1.29 – находить критические точки и точки экстремума.

НАЙДИ ПРОИЗВОДНЫЕ ФУНКЦИЙ И ОПРЕДЕЛИШЬ ФАМИЛИЮ ЗНАМЕНИТОГО УЧЕНОГО

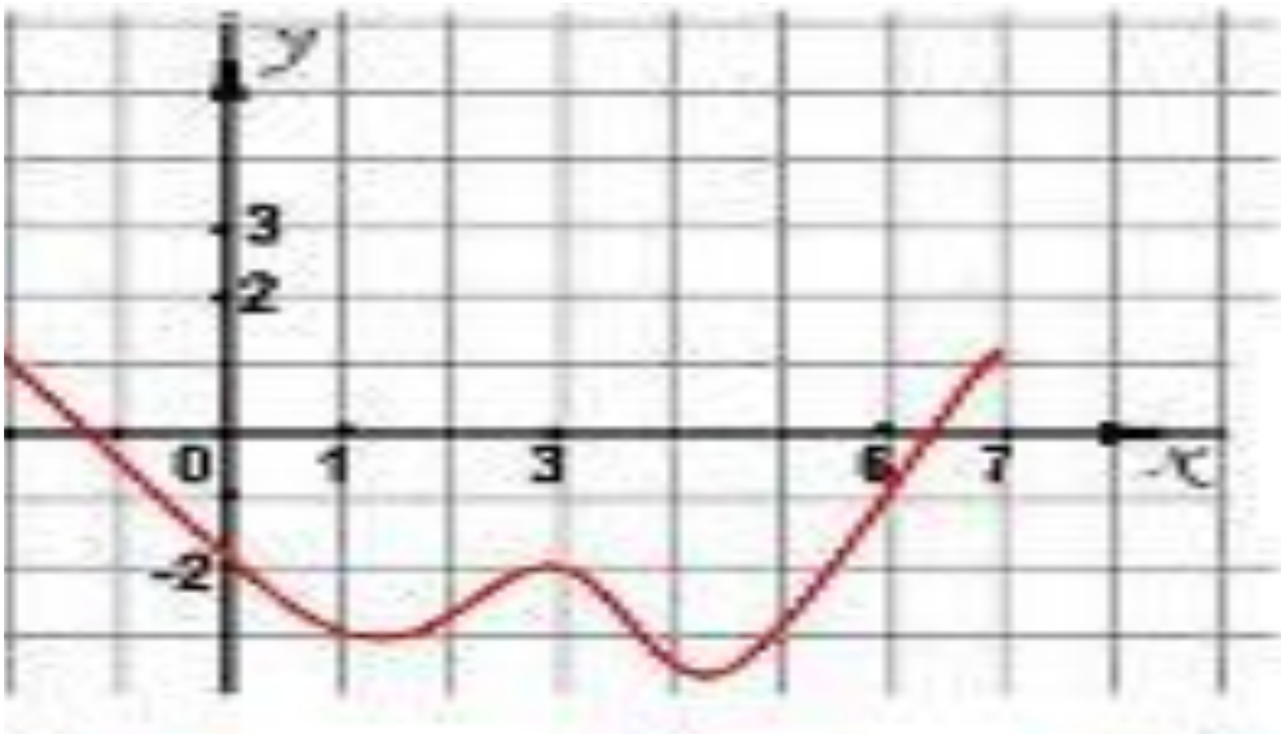
1) $y=x^3-6x$ 2) $y=2x^3-3x^2$ 3) $y=\frac{2}{x}$ 4) $y=\frac{1+x}{x}$ 5) $y=2\sqrt{x}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$-\frac{1}{x^2}$	$-\frac{2}{x^2}$	$3x^2-6$	$6x^2-6x$
А	М	Р	Ф	Е

ПЬЕР ФЕРМА


Пьер де Ферма́ (фр. Pierre de Fermat) — французский математик, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел. По профессии юрист, с 1631 года — советник парламента в Тулузе. Блестящий полиглот. Наиболее известен формулировкой Великой теоремы Ферма.
Пьер Ферма
MyShared

Назовите промежутки возрастания и убывания функции



Чем являются точки

(1,5;-3); (3;-2); (4,2;-3,5) ?

теорема Ферма :

Необходимое условие экстремума функции

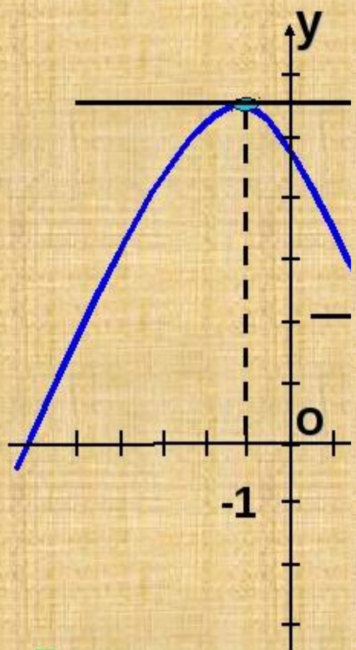
Пусть функция $y=f(x)$ определена в окрестности точки $x=x_0$ и x_0 является точкой экстремума функции .Тогда либо $f'(x)=0$,либо в точке x_0 не существует производной данной функции

Точки , в которых производная функции равна **нулю** **называют критическими**

(стационарными) точками функции

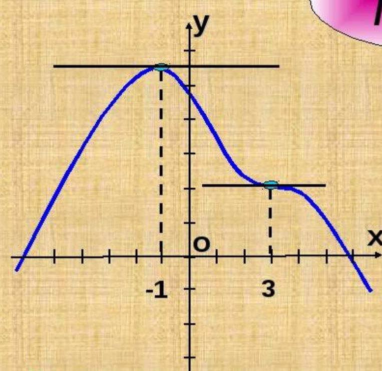
Критические точки

$$f^{/}(x)=0$$



Критические точки

$$f^{/}(x)=0$$



$$f(x)=4x^2+3x+7$$

находим производную

$$f^{/}(x)=(4x^2+3x+7)^{/}=8x+3$$

находим критические точки

$$f^{/}(x)=0 \Rightarrow 8x+3=0 \Rightarrow 8x=-3$$

$\boxed{x=-\frac{3}{8}}$ $\Leftarrow$ критическая точка

В критических точках касательная параллельна оси абсцисс (ох).

В критических касательная параллельна оси абсцисс (ох).

$x=-\frac{3}{8}$ $\Leftarrow$ критическая точка

НАЙДИТЕ КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ ФУНКЦИИ

Дискрипторы
- найти производную.
- приравнять производную к нулю и решить получившееся уравнение.
- корни уравнения являются критическими точками

1) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$

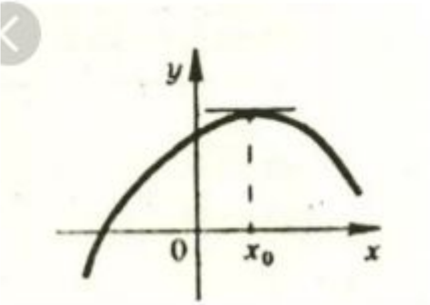
2) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$

3) $f(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + x - 5$

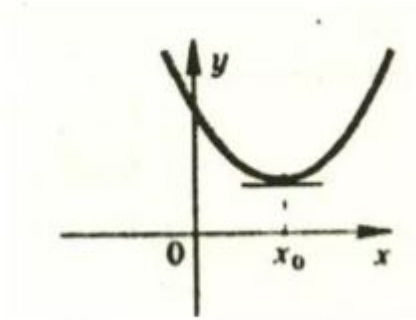
РОЛЬ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК

Роль критических точек – только они могут быть точками экстремума функции.

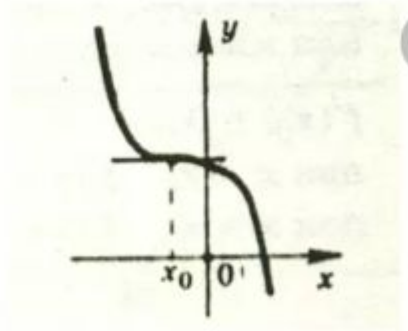
Необходимое условие экстремума. Если x_0 – точка экстремума функции f, то эта точка является критической точкой данной функции.



$f'(x)=0$;
x_0 – крит. точка;
$f(x_0)=f_{max}$.



$f'(x)=0$;
x_0 – крит. точка;
$f(x_0)=f_{min}$.

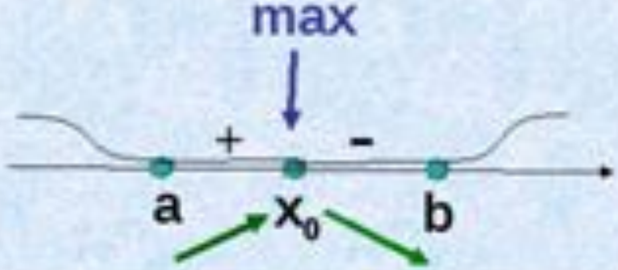


$f'(x)=0$;
x_0 – крит. точка;
$f(x_0)$ не является экстремумом.

ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ

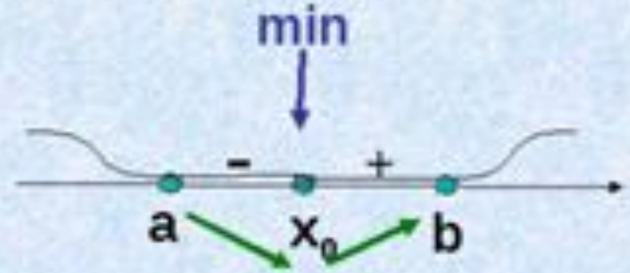
Если функция f непрерывна в точке x_0, $f'(x)>0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)<0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой ***максимума*** *функции f.*

Если в точке x_0 производная меняет знак с + на -, то x_0 точка ***максимума*** *функции.*



Если функция f непрерывна в точке x_0, $f'(x)<0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)>0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой ***минимума*** *функции f.*

Если в точке x_0 производная меняет знак с - на +, то x_0 точка ***минимума*** *функции.*



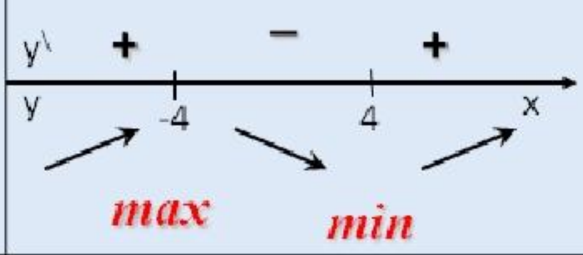
АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ТОЧЕК ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ

1) **Найти производную функции $f'(x)$**
2) **Найти стационарные и критические точки функции $y = f(x)$**
3) **Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой**
4) **Определить знаки производной на получившихся промежутках**
5) **Если $f'(x_0)$ при переходе через точку меняет знак с «+» на «-», то эта точка – точка максимума.**
   Если $f'(x_0)$ при переходе через точку меняет знак с «-» на «+», то эта точка – точка минимума.
   Если $f'(X_0)$ не меняет знак, то в этой точке экстремума нет (это точка перегиба).

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Найдите точки экстремума функции

$$y = x^3 - 48x + 17$$

Этапы	Решение:
1. Найти $f'(x)$	$y' = 3x^2 - 48$
2. Найти критические точки	$y' = 0$: $3x^2 - 48 = 0$ $x^2 - 16 = 0$ $x = -4$ или $x = 4$
3. Проверить знаки производной, выполнить графическую иллюстрацию.	
4.Ответ	Ответ: Xmin=4, Xmax=-4

ВЫПОЛНИ ,ИСПОЛЬЗУЯ ОБРАЗЕЦ

- **Найдите экстремумы функций**
- $f(x)= 4x-x^2$
- $f(x)= x^3-6x^2+9x$

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

1)$f'(x)=4-2x$

критическая точка $x=2$

экстремум $x_{max}=2$

2)$f'(x)= 3x^2-12x+9$

критические точки $x=3$, $x=1$

экстремумы $x_{max}=1$, $x_{min}=3$


Удачи !