

Условия резонанса

Выполнила Герасимова В.А.

Определение резонанса

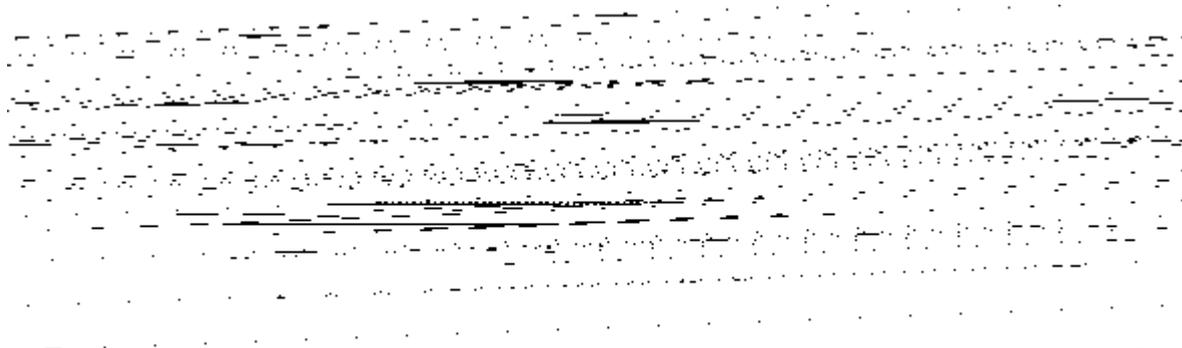
В физике резонансом называется явление, при котором в колебательном контуре частота свободных колебаний совпадает с частотой вынужденных колебаний.

В электричестве аналогом колебательного контура служит цепь, состоящая из сопротивления, ёмкости и индуктивности (колебательный контур) .

В зависимости от того как они соединены различают **резонанс напряжений** и **резонанс токов**.

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений возникает в последовательной RLC - цепи.



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R \Rightarrow (X_L = X_C)$$

$$\begin{cases} U = IZ = IR, \\ U_R = IR, \end{cases} \Rightarrow (U = U_R)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P$$

$$\begin{cases} U_L = IX_L, \\ U_C = IX_C, \end{cases} \Rightarrow (U_L = U_C)$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = 1$$

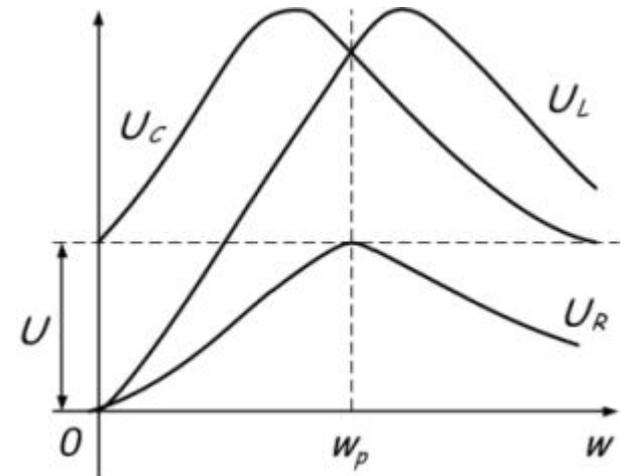
$$P = IU_R = I^2 R$$

$$\begin{cases} Q_L = IU_L = I^2 X_L, \\ Q_C = IU_C = I^2 X_C, \end{cases} \Rightarrow Q_L = Q_C \Rightarrow Q = Q_L - Q_C = 0$$

Условием возникновения резонанса является равенство частоты источника питания резонансной частоте $\omega = \omega_p$, а следовательно и индуктивного и емкостного сопротивлений $X_L = X_C$. Так как они противоположны по знаку, то в результате реактивное сопротивление будет равно нулю. Напряжения на катушке U_L и на конденсаторе U_C будут противоположны по фазе и компенсировать друг друга. Полное сопротивление цепи при этом будет равно активному сопротивлению R , что в свою очередь вызывает увеличение тока в цепи, а следовательно и напряжение на элементах.

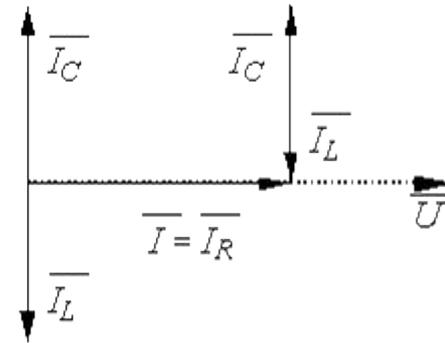
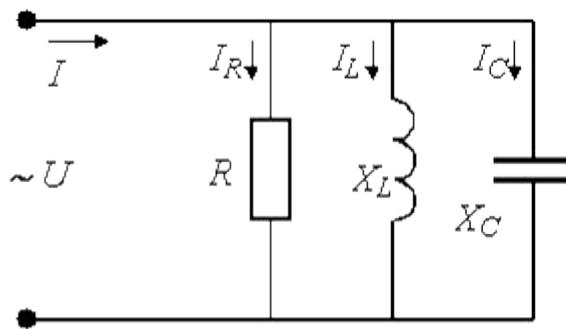
При резонансе напряжения U_C и U_L могут быть намного больше, чем напряжение источника, что опасно для цепи.

Режим резонанса напряжений можно установить подбором любого из параметров цепи L , C или ω



Резонанс токов

Резонанс токов возникает в цепи с параллельно соединёнными катушкой резистором и конденсатором.



$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C$$

$$I_L = I_C$$

$$Y = \sqrt{q^2 + b^2} = \sqrt{q^2 + (b_L - b_C)^2} = q$$

$$\begin{cases} I_R = Uq, \\ I_C = Ub_C, \\ I_L = Ub_L, \\ I = \frac{U}{Z} = UY = Uq, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_L = I_C, \\ I_R = I. \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = I_R^2 R = U^2 q, \\ Q_L = I_L^2 X_L = I_L U = Ub_L U = U^2 b_L; \\ Q_C = I_C^2 X_C = I_C U = Ub_C U = U^2 b_C. \end{cases}$$

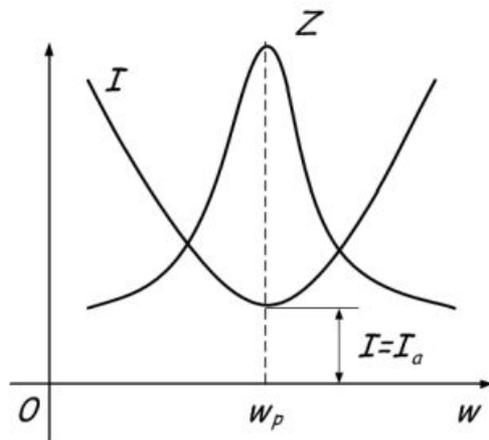
$$(Q_L = Q_C) \Rightarrow (Q = Q_L - Q_C = 0)$$

$$S = P$$

$$\cos \varphi = 1$$

Условием возникновения резонанса токов является равенство частоты источника резонансной частоте $\omega = \omega_p$, следовательно проводимости $B_L = B_C$. То есть при резонансе токов, ёмкостная и индуктивная проводимости равны.

При увеличении частоты полное сопротивление цепи растёт, а ток уменьшается. В момент, когда частота равна резонансной, сопротивление Z максимально, следовательно, ток в цепи принимает наименьшее значение и равен активной составляющей.



Задачи для закрепления материала

В электрическую цепь с $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц и начальной фазой напряжения 60° включен потребитель с активным сопротивлением $r = 50$ Ом. Определить действующее и амплитудное значения тока, среднее значение активной мощности, записать мгновенные значения напряжения и тока.

В электрическую цепь с $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц и начальной фазой 45° включили индуктивность $L = 100$ мГн.

Определить реактивное индуктивное сопротивление, действующее значение тока, амплитуду колебания реактивной мощности и мгновенные значения напряжения и тока. Построить временную и векторную диаграммы.

В электрическую цепь с $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц и начальной фазой 45° включена емкость $C = 100$ мкФ.

Определить реактивное емкостное сопротивление, действующее значение тока, амплитуду колебания реактивной мощности и мгновенные значения напряжения и тока. Построить временную и векторную диаграммы.

В электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц и начальной фазой 30° включена катушка индуктивности с $r = 20$ Ом и $L = 150$ мГн.

Определить полное сопротивление нагрузки, действующее значение тока, активную и реактивную мощности, полную мощность и угол между напряжением и током.

Решение

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ A.}$$

Амплитудное значение тока: $I_m = I \cdot \sqrt{2} = 4,4 \cdot 1,41 = 6,2 \text{ A.}$

Среднее значение активной мощности:

$$P = I^2 \cdot r = 4,4^2 \cdot 50 = 968 \text{ Вт.}$$

Мгновенное значение тока и напряжения:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = 6,2 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A,}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = 310,2 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ В.}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4 \text{ Ом.}$$

Действующее значение тока:

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{31,4} = 7,01 \text{ A.}$$

Векторная диаграмма напряжения и тока показана на рис. 12.1 с учетом того, что ток отстает от напряжения на 90° .

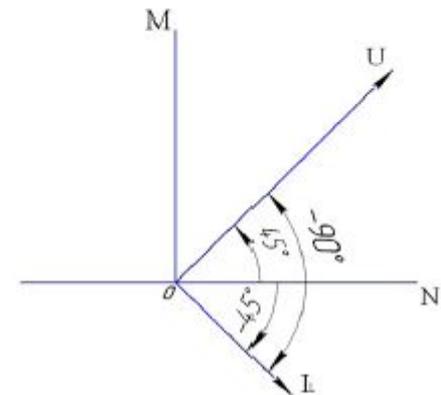
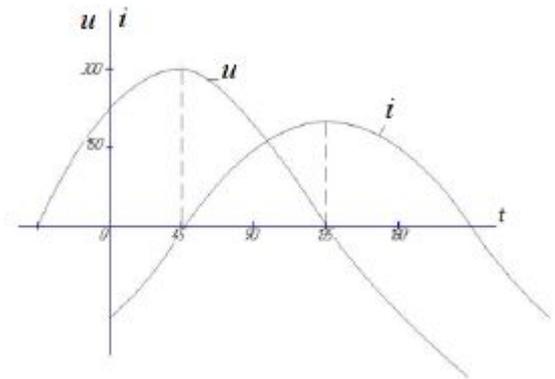
Амплитуда колебания реактивной мощности:

$$Q_L = I_L^2 X_L = 7,01^2 \cdot 31,4 = 1543 \text{ вар.}$$

Мгновенное значение напряжения и тока:

$$\begin{aligned} i_L &= I_L \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ - 90^\circ) = I_{mL} \sin(\omega t - 45^\circ) = \\ &= 7,01 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) = 9,88 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ A,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= U \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) = \\ &= U_m \sin(\omega t + 45^\circ) = 220 \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) = \\ &= 310,2 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$



Реактивное емкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 31,85 \text{ Ом.}$$

Действующее значение тока:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{220}{31,85} = 6,91 \text{ А.}$$

Амплитуда колебания реактивной мощности:

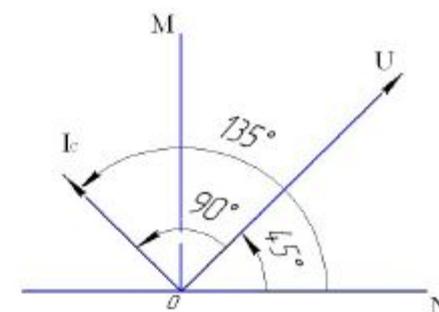
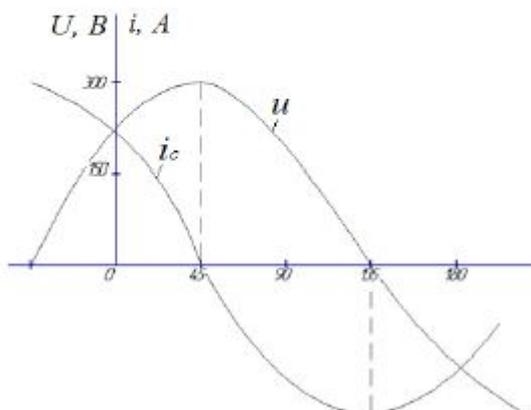
$$Q_C = I_C^2 X_C = 6,91^2 \cdot 31,85 = 1520,8 \text{ вар.}$$

Мгновенные значения напряжения и тока:

$$i_c = I_C \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ + 90^\circ) = I_{mC} \sin(\omega t + 135^\circ) \\ = 6,91 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) = 9,74 \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ А,}$$

$$u = U \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) = 310,2 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В,}$$

так как ток опережает напряжения на 90° .



Полное сопротивление нагрузки:

$$\text{так как } X_L = \omega L = 314 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 47,1 \text{ Ом.}$$

$$Z = \sqrt{r^2 + X_L^2} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20^2 + (314 \cdot 150 \cdot 10^{-3})^2} = 51,17 \text{ Ом.}$$

Действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{51,17} = 4,3 \text{ А.}$$

$$\text{Активная мощность: } P = I^2 r = 4,3^2 \cdot 20 = 369,8 \text{ Вт.}$$

$$\text{Реактивная мощность: } Q_L = I^2 X_L = 4,3^2 \cdot 47,1 = 870,9 \text{ вар.}$$

Полная мощность:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = \sqrt{369,8^2 + 870,9^2} = \sqrt{895218,85} = 946,2 \text{ ВА.}$$

Угол сдвига между напряжением и током:

$$\text{так как } P = UI \cos \varphi,$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{369,8}{220 \cdot 4,3} = \frac{369,8}{946,2} = 0,39, \\ \text{отсюда } \varphi = 74,5^\circ.$$

Задачи для самостоятельного решения

В электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц и начальной фазой 0 включены $r = 10$ Ом и $X_C = 30$ Ом.

Определить полное сопротивление цепи, действующее значение тока, активную, реактивную и полную мощности, напряжения на активном сопротивлении и емкости.

Полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{r^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 31,62 \text{ Ом.}$$

Действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{31,62} = 6,96 \text{ А.}$$

Мощности цепи:

$$P = I^2 r = 6,96^2 \cdot 10 = 484,4 \text{ Вт,}$$

$$Q_C = I^2 X_C = 6,96^2 \cdot 30 = 1453,2 \text{ вар,}$$

$$S = UI = 220 \cdot 6,96 = 1531,2 \text{ ВА.}$$

Напряжения на элементах цепи:

$$U_r = Ir = 6,96 \cdot 10 = 69,6 \text{ В,}$$

$$U_C = IX_C = 6,96 \cdot 30 = 208,8 \text{ В.}$$

Определить активное сопротивление электрической лампы мощностью 40 Вт, включенной на напряжение 220 В.

При синусоидальном напряжении в 40 В и частоте $f = 50$ Гц в катушке с малым сопротивлением протекает ток 5 А. Найти индуктивность катушки.

Найти емкостное сопротивление и емкостную проводимость конденсатора, если $C = 1$ мкФ и частота $f = 50$ Гц.

Задана ЭДС $e = 141 \sin(\omega t + 60^\circ)$ В. Найти момент, когда ЭДС первый раз достигнет максимального положительного значения.

Реактивные нагрузки в электричестве

Все нагрузки, не относящиеся к активным, называются - реактивные.

В отличие от активных нагрузок (которая выделяется в виде тепла, света, механической энергии и т.п. в нагрузку - то есть покидает электрическую цепь). Реактивная всегда возвращается к источнику и лишь нагружает его, это есть та мощность, которая никогда не покидает электрическую цепь. Она нагружает цепи, и ее необходимо учитывать в расчетах.

Например:

Если на электродрели написали 900 Вт и $\cos \phi = 0.9$, то это обозначает, что она будет потреблять фактической электроэнергии от генератора $900/0,9 = 1000$ Вт.

При одной и той же активной мощности нагрузки мощность, бесполезно рассеиваемая на проводах, обратно пропорциональна квадрату коэффициента мощности. Таким образом, чем меньше коэффициент мощности, тем ниже качество потребления электроэнергии. Для



повышения качества электропотребления

различные способы коррекции коэффициента

то есть его повышения до значения, близкого к 1