

# Модель рационалистического развития

РЭУ им. Г.В. Плеханова  
ФЭП 9410  
Бардина Полина  
Тезяева Анна

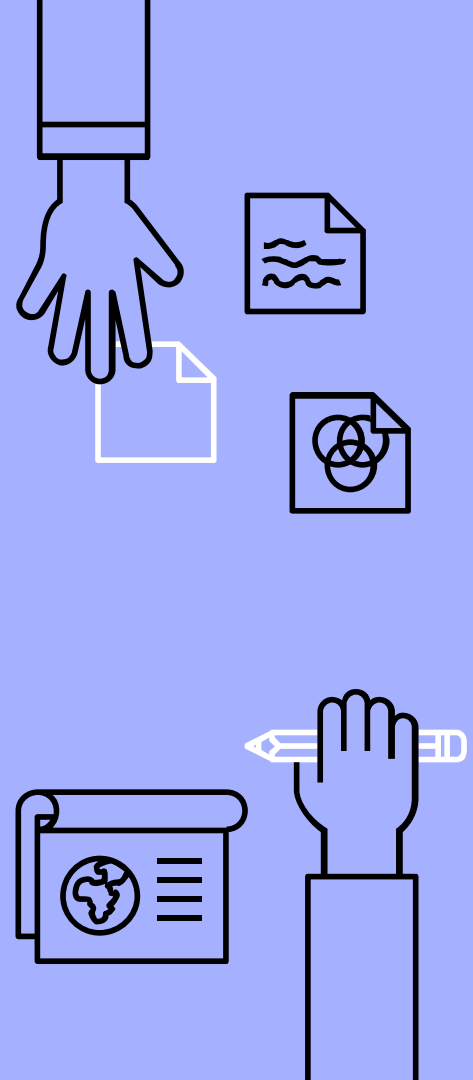
Изменение производительности, соответствующее закону рационалистического развития, может быть описано моделью, связывающей производительность труда и показатель, названный технологической вооруженностью.

*Технологические фонды* ( $\Phi_T$ ) – годовые затраты капитала, используемого непосредственно в технологическом процессе.

*Технологическая вооруженность* ( $B$ ) – показатель, характеризующий затраты капитала на одного работающего в данном технологическом процессе за один год.

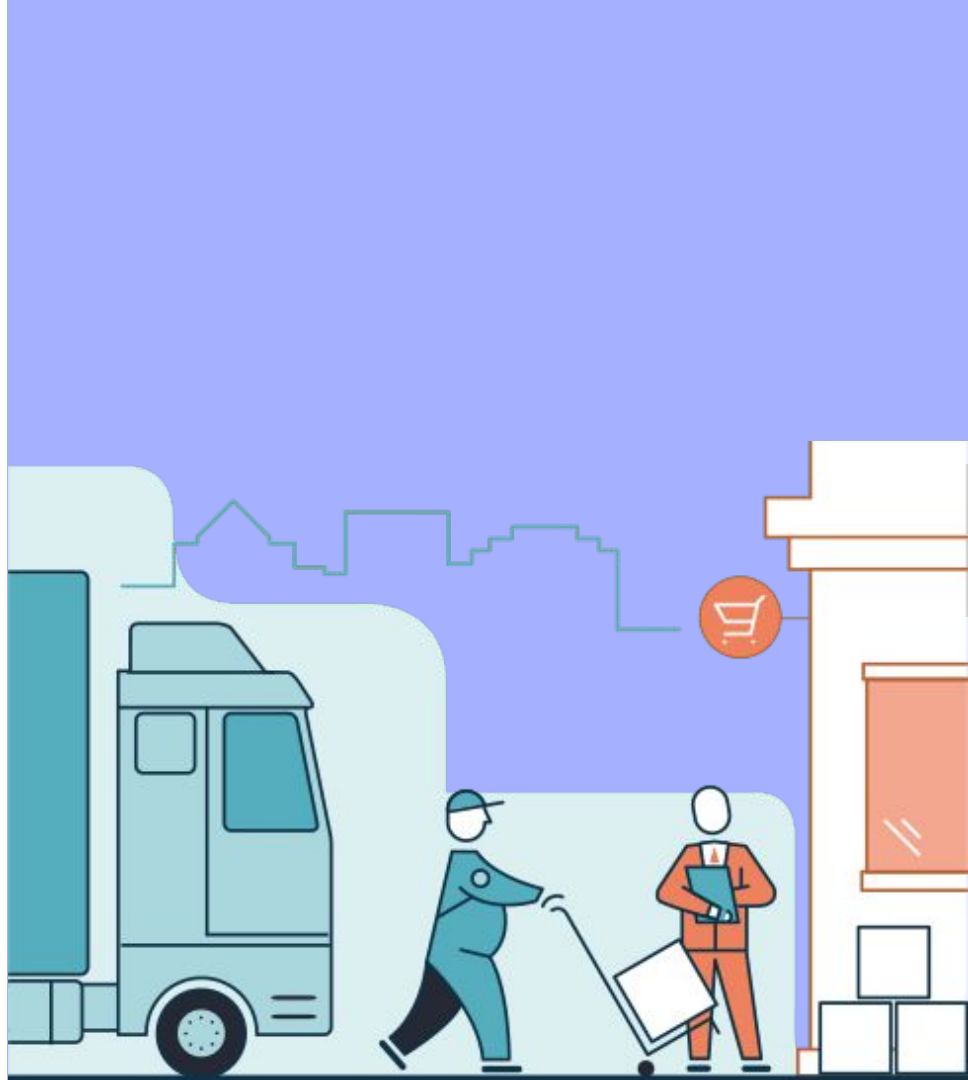
$$B = \frac{\Phi_T}{n}$$

$n$  – кол-во работающих в данном технолог. процессе.



Производительность  
работающего  $L$  может быть  
определена как размер  
годовой добавленной  
стоимости  $Q$ , приходящийся  
на одного рабочего

$$L = \frac{Q}{n}$$



## Закон рационалистического развития



Каждое последующее увеличение производительности труда в процессе рационалистического развития требует все больших затрат капитала на единицу прироста производительности



Модель рационалистического развития:  
Отражает тенденцию снижения прироста производительности по мере роста ее абсолютного значения



“

Элементарное приращение  
производительности труда  $\Delta L$ ,  
вызванное элементарным приращением  
затрат капитала  $\Delta B$ , обратно  
пропорционально  $m$ -й степени уже  
достигнутого уровня  
производительности труда  $L$ .

$$\Delta L = k \frac{\Delta B}{L^m},$$

Где:  $k$  – коэффициент пропорциональности,  $k > 0$   
 $m$  – показатель степени,  $m > 1$



В дифференциальной форме модель запишется в виде

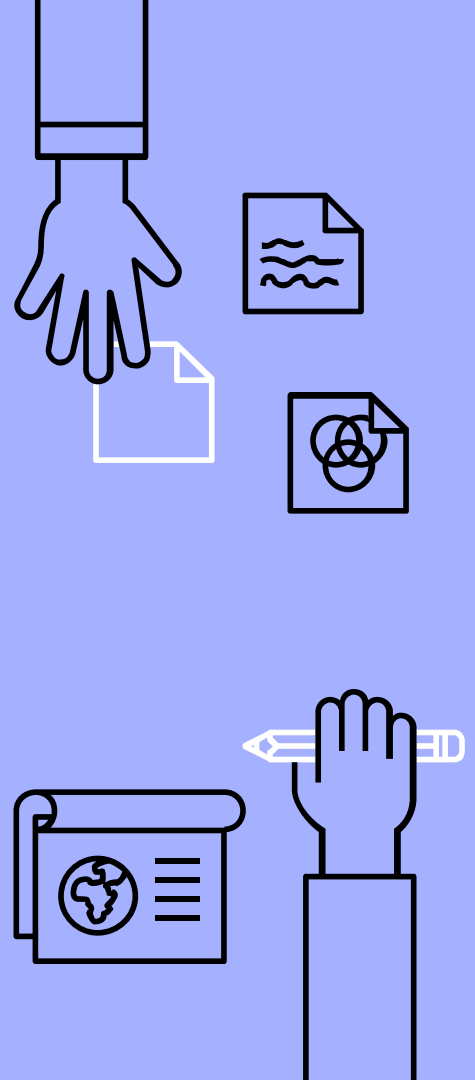
$$dL = k \frac{dB}{L^m}$$

Преобразуем и проинтегрируем обе части модели (1)

$$\int L^m dL = \int k dB$$

Получим

$$L^{m+1} = (m + 1)k B + C$$



Обозначив  $(m+1) k=U$ , получим

$$L^{m+1} = U B + C,$$

Где  $U$  – постоянный коэффициент.

Для определения значения величины  $C$  в выражении  $L^{m+1} = UB_0 + C$  рассмотрим начальные условия.

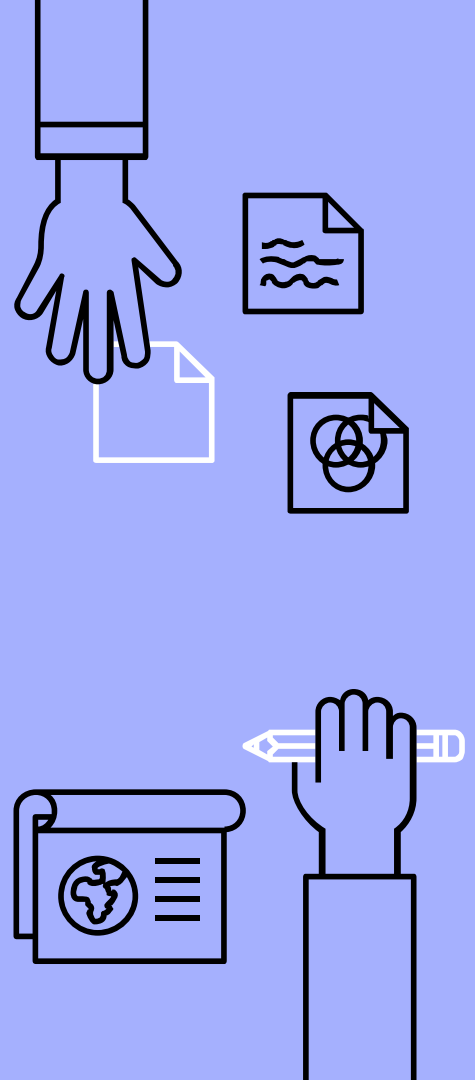
При  $L=0$  функция  $L^{m+1} = UB_0 + C$  принимает значение  $0 = UB_0 + C$ , отсюда  $C = -UB_0$ .

Тогда функция примет вид

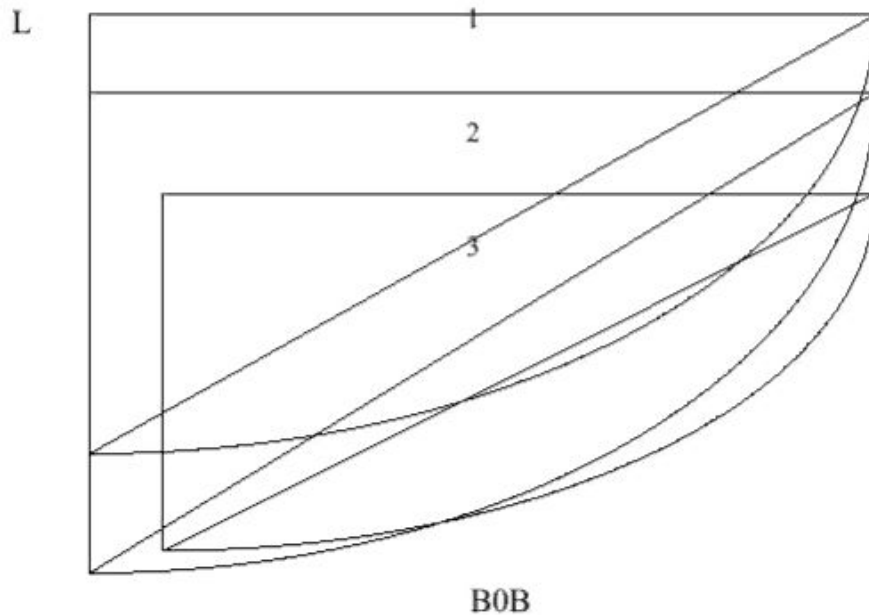
$$L^{m+1} = UB - UB_0, \text{ или } L^{m+1} = U(B - B_0)$$

Или

$$L = \sqrt[m+1]{U (B - B_0)}$$



Такому виду функции могут соответствовать три случая, изображаемые кривыми 1, 2, 3  
Случай развития технологического процесса, иллюстрируемый кривой 1, соответствует наличию реальной производительности при  $B = 0$ . Это случай ненулевой производительности совершенно не вооруженного ручного труда. В настоящее время он практически не встречается и поэтому должен быть исключен из рассмотрения.



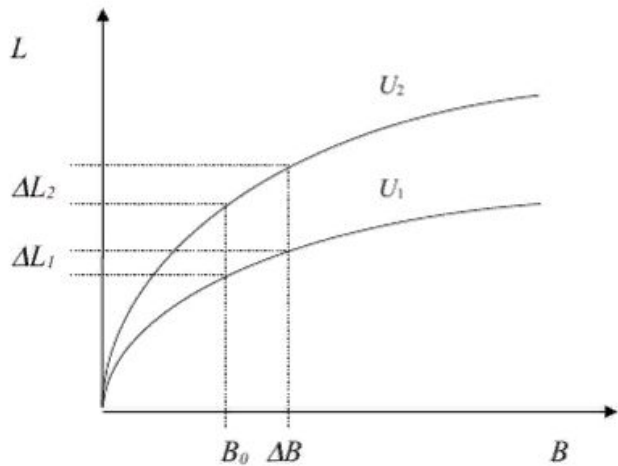


Для описания технологических процессов с вооруженным трудом следует рассмотреть семейство кривых, начинающихся от кривой 2 вправо. Рассмотрим правомерность использования модели, которая приводит к зависимости, иллюстрируемой кривой 3, т.е. кривой, пересекающей ось абсцисс в точке  $B_0$ . В ней рост производительности связан не со всей массой техники, характеризваемой величиной  $B$ , а только с ее частью  $B - B_0$ . Это не соответствует реальному характеру связи производительности с ростом технологической вооруженности. В реальности производительность зависит от всей массы используемой техники.

Тогда следует остановиться на соотношении

$$L = m \sqrt{UB}$$

Такой зависимости соответствует только кривая 2 на предыдущем слайде. Сделав этот выбор, мы определяем общий вид модели рационалистического развития (3), в котором при  $L=0$  и  $B=0$ .



Кривые рационалистического развития двух разных технологий представлены рисунке. Они демонстрируют рост производительности  $L$  по вооруженности, но с падающей эффективностью развития. Причем один и тот же прирост технологической вооруженности дает разный прирост производительности на различных технологиях ( $L_2 > L_1$ ).

Далее проанализируем, какие значения показателя степени  $m$  могут быть приемлемыми исходя из экономического смысла, вкладываемого в модель рационалистического развития технологии.

Для этого рассмотрим характер воздействия параметров на величину оценки эффективности рационалистического развития данной технологии, т. е. на величину  $U$ .

Запишем выражение (3) с учетом приведенных ранее определений в виде:

$$\frac{Q}{n} = {}^{m+1}\sqrt{U} \cdot {}^{m+1}\sqrt{\frac{\Phi_T}{n}}$$

$${}^{m+1}\sqrt{U} = \frac{Q}{n} : {}^{m+1}\sqrt{\frac{\Phi_T}{n}}$$

Отсюда

Возведем обе части уравнения в степень  $m + 1$ , тогда:

$$\left(m+1\sqrt{U}\right)^{m+1} = \left(\frac{Q}{n} : m+1\sqrt{\frac{\Phi_T}{n}}\right)^{m+1} \quad \text{или}$$

$$U = \left(\frac{Q}{n}\right)^{m+1} : \frac{\Phi_T}{n}$$

Выражение

$$\left(\frac{Q}{n}\right)^{m+1}$$

Можно записать как:

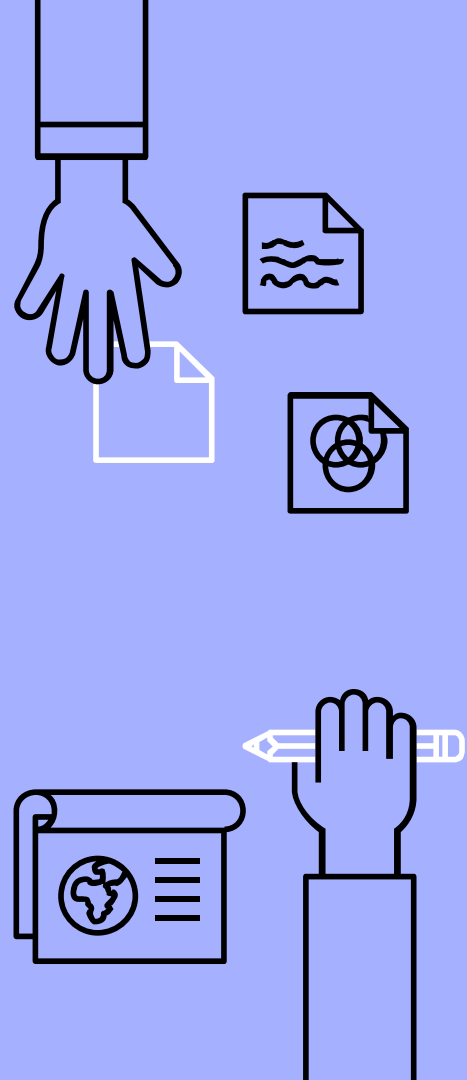
$$\left(\frac{Q}{n}\right)^m \frac{Q}{n}$$

а вместо того, чтобы делить на

$$\frac{\Phi_T}{n}$$

можно умножить на

$$\frac{n}{\Phi_T}$$



Тогда  $U$  получим в виде

$$U = \left( \frac{Q}{n} \right)^m \frac{Q}{n} \frac{n}{\Phi_T}$$

В числителе и знаменателе  $n$  сократится и тогда

$$U = \left( \frac{Q}{n} \right)^m \cdot \frac{Q}{\Phi_T} \quad (4)$$

Первый множитель в выражении (4) представляет собой  $m$ -ю степень величины добавленной стоимости, приходящейся на одного работника, т.е.  $m$ -ю степень производительности труда. Второй множитель – количество добавленной стоимости на единицу используемого капитала, т.е. производительность капитала.

Здесь следует учесть, что величина  $U$  представляет собой обобщающую эффективность технологического процесса, характеризуемую производительностью как труда, так и капитала. Параметр  $m$ , в зависимости от своего значения, будет увеличивать или уменьшать вклад производительности труда ( $Q : n$ ) в обобщающую эффективность технологического процесса  $U$ . То есть параметр  $m$ , является характеристикой, показывающей сравнительную значимость для общества эффективности затрат на оплату труда и оплату капитала в данном технологическом процессе.



Но с позиции любого предпринимателя и общественного производства в целом затраты на оплату труда и капитала за один и тот же период (в данном случае год) будут иметь одинаковую значимость. Поэтому следует принять равную оценку этих двух типов затрат. То есть, привести степень первого сомножителя в полученном выражении для  $U$  (4) в соответствие со степенью второго сомножителя. Но так как степень, в которую возводится второй сомножитель, совершенно конкретна, а именно равна 1, то в модели рационалистического развития технологических процессов  $L = \sqrt[m+1]{UB}$  должен фигурировать параметр  $m=1$ .

В этом случае  $m + 1 = 1 + 1 = 2$ . Степень 2 соответствует квадратному корню. То есть, базовая теоретическая модель рационалистического развития технологических процессов принимает вид:

$$L = \sqrt{UB}. \quad (5)$$

Это – математическое выражение закона рационалистического развития, связывающего прирост производительности труда с приростом производительности капитала.



Спасибо за  
внимание!

