

# Интерпретация спектральной классификации

W N E

# Вид спектров звезд различных спектральных классов



O5V



B0V



A1V



F0V





GOV



KOV



MOV



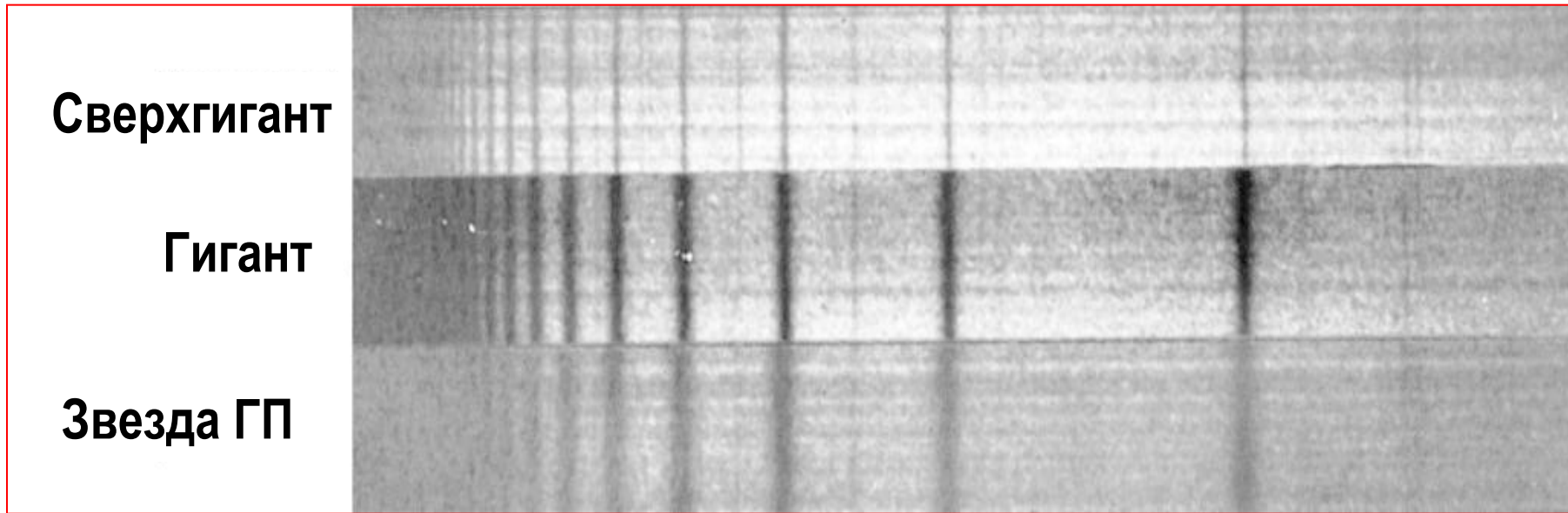
T

04... BO... AO... FO... GO... KO... MO





# Вид спектра для разных звезд



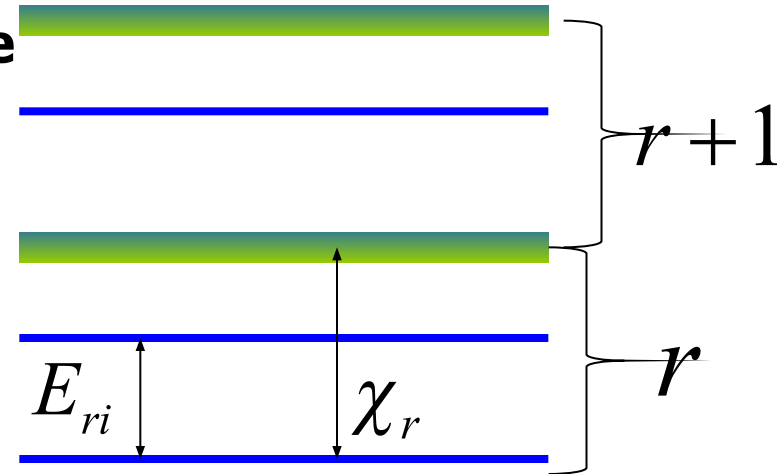
**Класс светимости звезд можно установить по ширине спектральных линий: линии уже в спектрах сверхгигантов и шире у звезд-карликов.**

**Это связано с различием физических условий в атмосферах звезд разных светимостей.**

# Исходные формулы

Основные формулы – это следующие формулы

$$\frac{N_{ri}}{N_r} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \quad \text{формула Больцмана}$$



$$\frac{N_{r+1}}{N_r} Pe = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}}$$

формула Саха

$$Z_{ri} = \frac{N_{ri}}{N} = \frac{N_{ri}}{N_r} \frac{N_r}{N}$$

$$N = \sum_r N_r$$

полное число атомов  
данного элемента

? Найдем это отношение

**Запишем формулу Саха для последовательных степеней ионизации**

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = 2 \frac{U_1}{U_0} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}} = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_1} P_e = 2 \frac{U_2}{U_{10}} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} = K_1 \quad \mathbf{(1)}$$

.....

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} = K_r$$

**Перемножим последовательно выражения (1):**

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_0} P_e^2 = K_0 K_1$$

$$\frac{N_{r+1}}{N_0} P_e^{r+1} = K_0 K_1 K_2 \dots K_r$$

$$\frac{N_3}{N_0} P_e^3 = K_0 K_1 K_2$$

**Тогда:**

$$\begin{aligned} N &= \sum_r N_r = N_0 \left[ 1 + \frac{N_1}{N_0} + \frac{N_2}{N_0} + \dots + \frac{N_{r+1}}{N_0} \right] = \\ &= N_0 \left[ 1 + \frac{K_0}{P_e} + \frac{K_0 K_1}{P_e^2} + \dots + \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_r}{P_e^{r+1}} \right] = N_0 S(T, P_e) \end{aligned}$$



**В итоге:**

$$Z_{ri} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_{r-1}}{P_e^r S(T.P_e)} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{\prod_{r=0}^{r-1} K_r}{P_e^r S(T.P_e)}$$

Энергии последовательных степеней ионизации сильно различаются друг от друга. Поэтому атомы обычно находятся в двух соседствующих степенях ионизации, например,  $r$  и  $r + 1$ . Возьмем для примера нейтральные и однажды ионизованные Атомы. Тогда

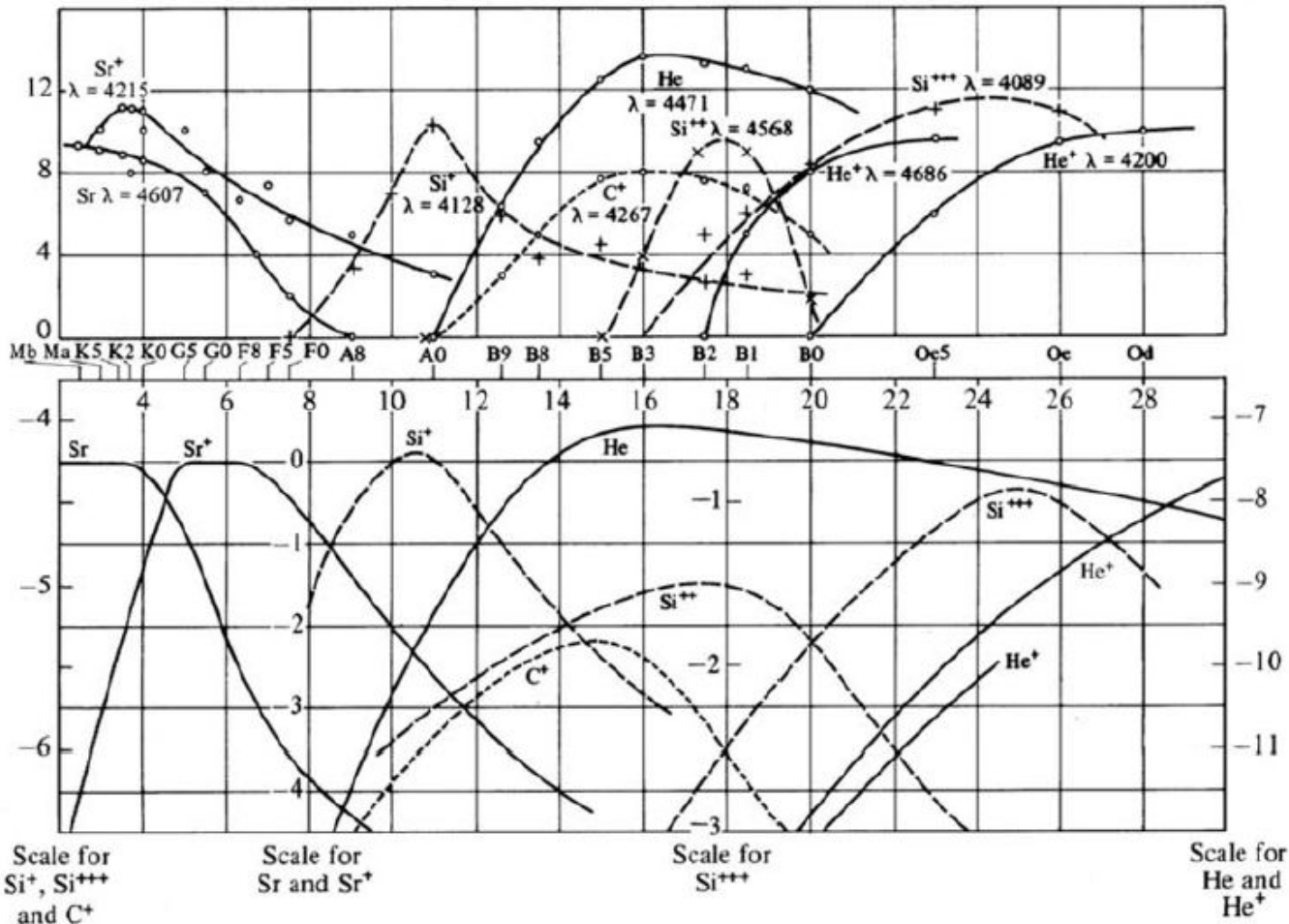
$$Z_{0i} \approx \frac{g_{0i}}{U_0} \frac{e^{-\frac{E_{0i}}{kT}}}{1 + \frac{K_0}{P_e}}$$

# Потенциалы ионизации атомов $\chi$ (в эВ)

Стадии ионизации

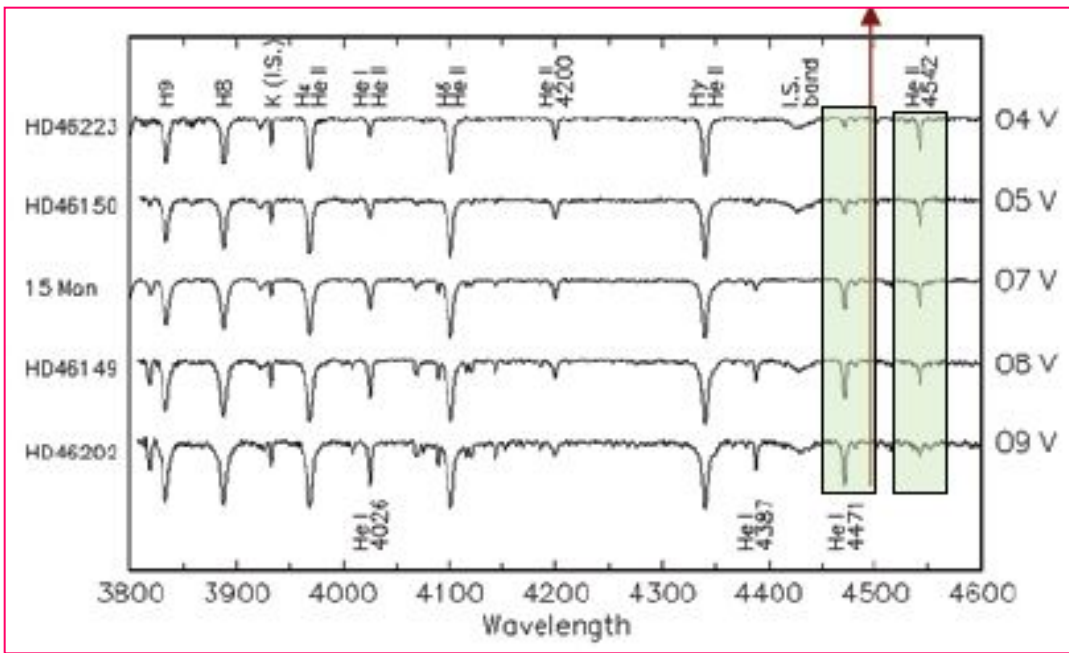
| АТОМ  | I        | II       | III     | IV      | V      | VI     | VII    | VIII   | IX     | X      | XI     | XII  | XIII | XIV  |
|-------|----------|----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|
| 1 H   | 13.59844 |          |         |         |        |        |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 2 He  | 24.58741 | 54.41778 |         |         |        |        |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 3 Li  | 5.39172  | 75.64018 | 122.454 |         |        |        |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 4 Be  | 9.32263  | 18.21116 | 153.897 | 217.713 |        |        |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 5 B   | 8.29803  | 25.15484 | 37.931  | 259.366 | 340.22 |        |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 6 C   | 11.26030 | 24.38332 | 47.888  | 64.492  | 392.08 | 489.98 |        |        |        |        |        |      |      |      |
| 7 N   | 14.53414 | 29.6013  | 47.449  | 77.472  | 97.89  | 552.06 | 667.03 |        |        |        |        |      |      |      |
| 8 O   | 13.61806 | 35.11730 | 54.936  | 77.413  | 113.90 | 138.12 | 739.29 | 871.41 |        |        |        |      |      |      |
| 9 F   | 17.42282 | 34.97082 | 62.708  | 87.140  | 114.24 | 157.17 | 185.19 | 953.91 | 1103.1 |        |        |      |      |      |
| 10 Ne | 21.56454 | 40.96328 | 63.45   | 97.12   | 126.21 | 157.93 | 207.28 | 239.10 | 1195.8 | 1362.2 |        |      |      |      |
| 11 Na | 5.13908  | 47.2864  | 71.620  | 98.91   | 138.40 | 172.18 | 208.50 | 264.25 | 299.9  | 1465.1 | 1648.7 |      |      |      |
| 12 Mg | 7.64624  | 15.03528 | 80.144  | 109.265 | 141.27 | 186.76 | 225.02 | 265.96 | 328.1  | 367.5  | 1761.8 | 1963 |      |      |
| 13 Al | 5.98577  | 18.82856 | 28.448  | 119.99  | 153.83 | 190.49 | 241.76 | 284.66 | 330.1  | 398.8  | 442.0  | 2086 | 2304 |      |
| 14 Si | 8.15169  | 16.34585 | 33.493  | 45.142  | 166.77 | 205.27 | 246.49 | 303.54 | 351.1  | 401.4  | 476.4  | 523  | 2438 | 2673 |
| 15 P  | 10.48669 | 19.7694  | 30.203  | 51.444  | 65.03  | 220.42 | 263.57 | 309.60 | 372.1  | 424.4  | 479.5  | 561  | 612  | 2817 |
| 16 S  | 10.36001 | 23.3379  | 34.79   | 47.222  | 72.59  | 88.05  | 280.95 | 328.75 | 379.6  | 447.5  | 504.8  | 564  | 652  | 707  |
| 17 Cl | 12.96764 | 23.814   | 39.61   | 53.465  | 67.8   | 97.03  | 114.20 | 348.28 | 400.1  | 455.6  | 529.3  | 592  | 657  | 750  |
| 18 Ar | 15.75962 | 27.62967 | 40.74   | 59.81   | 75.02  | 91.01  | 124.32 | 143.46 | 422.5  | 478.7  | 539.0  | 618  | 686  | 756  |
| 19 K  | 4.34066  | 31.63    | 45.806  | 60.91   | 82.66  | 99.4   | 117.56 | 154.88 | 175.8  | 503.8  | 564.7  | 629  | 715  | 787  |
| 20 Ca | 6.11316  | 11.87172 | 50.913  | 67.27   | 84.50  | 108.78 | 127.2  | 147.24 | 188.5  | 211.3  | 591.9  | 657  | 727  | 818  |
| 21 Sc | 6.56144  | 12.79967 | 24.757  | 73.489  | 91.65  | 111.68 | 138.0  | 158.1  | 180.0  | 225.2  | 249.8  | 688  | 757  | 831  |
| 22 Ti | 6.8282   | 13.5755  | 27.492  | 43.267  | 99.30  | 119.53 | 140.8  | 170.4  | 192.1  | 215.9  | 265.1  | 292  | 788  | 863  |
| 23 V  | 6.7463   | 14.66    | 29.311  | 46.71   | 65.28  | 128.1  | 150.6  | 173.4  | 205.8  | 230.5  | 255.1  | 308  | 336  | 896  |
| 24 Cr | 6.76664  | 16.4857  | 30.96   | 49.16   | 69.46  | 90.64  | 161.18 | 184.7  | 209.3  | 244.4  | 270.7  | 298  | 355  | 384  |
| 25 Mn | 7.43402  | 15.63999 | 33.668  | 51.2    | 72.4   | 95.6   | 119.20 | 194.5  | 221.8  | 248.3  | 286.0  | 314  | 344  | 404  |
| 26 Fe | 7.9024   | 16.1878  | 30.652  | 54.8    | 75.0   | 99.1   | 124.98 | 151.06 | 233.6  | 262.1  | 290.2  | 331  | 361  | 392  |
| 27 Co | 7.8810   | 17.083   | 33.50   | 51.3    | 79.5   | 103    | 131    | 160    | 186.2  | 276.2  | 305    | 336  | 379  | 411  |
| 28 Ni | 7.6398   | 18.16884 | 35.19   | 54.9    | 75.5   | 108    | 134    | 164    | 193    | 224.6  | 321    | 352  | 384  | 430  |
| 29 Cu | 7.72638  | 20.29240 | 36.841  | 55.2    | 79.9   | 103    | 139    | 167    | 199    | 232    | 266    | 369  | 401  | 435  |
| 30 Zn | 9.39405  | 17.96440 | 39.723  | 59.4    | 82.6   | 108    | 136    | 175    | 203    | 238    | 274    | 311  | 412  | 454  |

Обозначения степени ионизации (на примере атома углерода): CI - нейтральный атом, CII - однажды ионизованный атом, CIII - дважды ионизованный атом и т.д.



Поведение интенсивностей  
линий вдоль спектральной  
классификации

Соотношение Саха-  
Больцмана  $N_{rs}/N$  для разных  
элементов и разных температур  
(шкала в единицах 1000 К наверху)

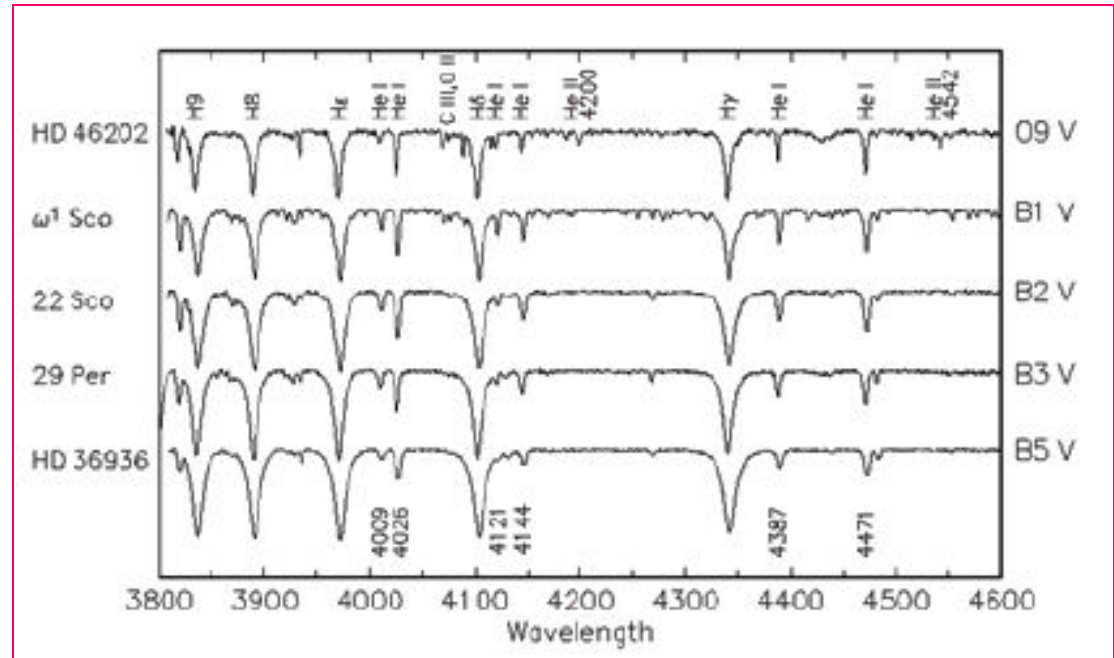


## Пример 1: Спектральные классы O4 – O9

Классификация хорошо устанавливается по поведению линий He I и He II

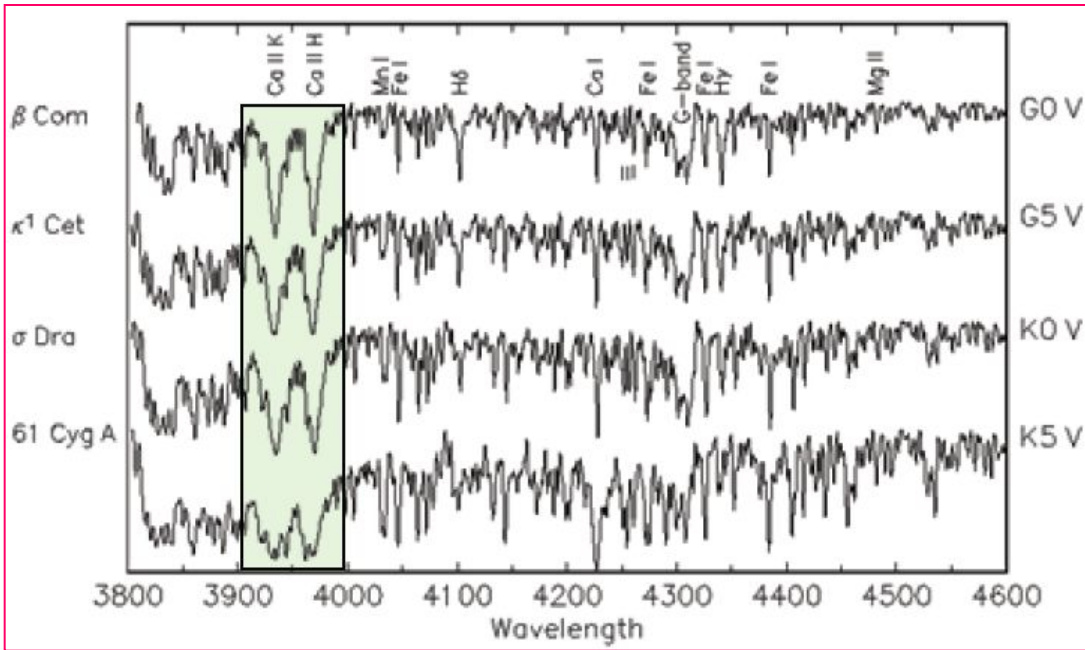
## Пример 2: Спектральные классы O9 – B5

Линии He II уже исчезают, линии He I достигают максимума при классе B2 и затем ослабевают



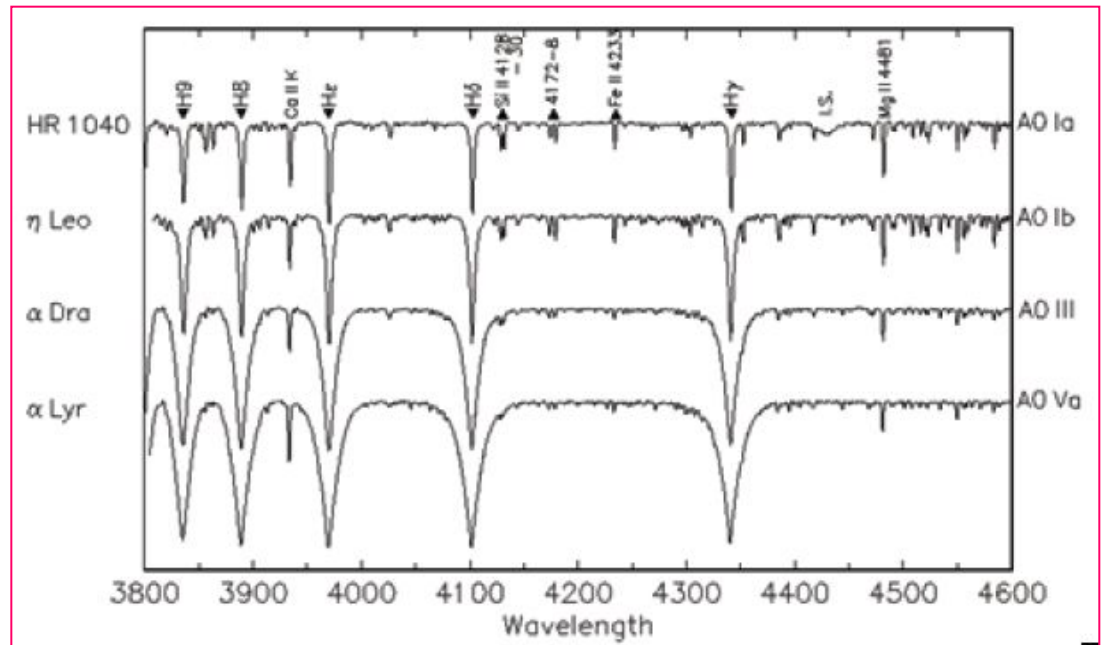
### Пример 3: спектральные очки G0 – K5

Хорошим индикатором  
являются линии CaII



### Пример 4: эффекты светимости у звезд АО

Видно, как усиливаются  
линии водорода при  
увеличении давления  
в атмосферах звезд



# Основные уравнения теории ЗА

$$\frac{dP_g}{d\tau_v} = \frac{g}{\alpha_v} - \text{уравнение гидростатического равновесия}$$

$$d\tau_v = -\alpha_v dz - \text{установление оптической шкалы}$$

$$P_g = kT * (N_H + N_{He} + \dots + N_e) + P_{луч} - \text{уравнение состояния}$$

$$F = \frac{\sigma T_{eff}^4}{\pi} - \text{установление эффективной температуры}$$

$$\mu \frac{dI(\tau_v, \mu)}{d\tau_v} = I(\tau_v, \mu) - S(\tau_v) - \text{уравнение переноса}$$

# Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (1)

1. При решении уравнения гидростатического равновесия определяется величина газового давления  $P_g(\tau)$ . Но во многих используемых в дальнейшем формулах (например, в формулах Саха-Больцмана) используется электронное давление  $P_e(\tau)$ . А эти формулы, в частности, необходимы для определения непрозрачности вещества  $\alpha(\tau) = \alpha(T, P_e)$ . Таким образом возникает необходимость найти соотношение  $P_e(\tau) = P_e(P_g)$ .

Для **горячих** звезд это соотношение устанавливается довольно просто, так как основным поставщиком свободных электронов является ионизация водорода. Тогда

$$N_p \approx N_e, \quad N_g = N_p + N_e \approx 2N_e, \quad P_g \approx 2P_e$$

Тяжелые элементы также поставляют электроны, но содержание этих элементов на несколько порядков меньше содержания водорода.

При **низких** температурах водород уже не ионизируется, и основным поставщиком свободных электронов становятся легко ионизируемые тяжелые элементы (C, Na, Mg, Fe и др.). Эти элементы находятся в нейтральном, ионизованном и, возможно, в дважды ионизованном состояниях.

# Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (2)

2. Поэтому ниже в формуле Саха

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad (1)$$

мы ограничимся состояниями  $r = 0, 1, 2$ . Полное число атомов элемента с зарядом ~~равно~~  $N_z = N_{0z} + N_{1z} + N_{2z}$ .

Сперва допустим, что данным значениям  $P_g$  и  $T$  соответствует первоначальное значение  $P_e$ .

Для каждого элемента с зарядом ~~по~~ формуле (1) вычислим следующие отношения:

$$\frac{N_{r=1,Z}}{N_{r=0,Z}} \equiv \frac{N_{1Z}}{N_{0Z}}, \quad \frac{N_{r=2,Z}}{N_{r=1,Z}} \equiv \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{1Z}} = \frac{N_z}{N_{1Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{2Z}} = \frac{N_z}{N_{2Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{2Z}}$$



# Соотношение « $P_g - P_e - T$ »(3)

3. Далее:  $N_{\text{ядро}} = \sum_Z N_Z$  - полное число ядер элемента

$\sum_Z N_Z x_{1Z}$  - число электронов, поставляемых при первой ионизации

$\sum_Z 2N_Z x_{2Z}$  - число электронов, поставляемых при второй ионизации

В итоге, **среднее число электронов  $\bar{N}_e$  в расчете на одно ядро равно:**

$$\bar{N}_e = \frac{\sum_Z N_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z N_Z x_{2Z}}{\sum_Z N_Z} = \frac{\sum_Z \varepsilon_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z \varepsilon_Z x_{2Z}}{\sum_Z \varepsilon_Z}$$

Здесь  $\varepsilon_Z = \frac{N_Z}{N_H}$  - химическое содержание элементов по отношению к водороду.

# Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (4)

4. Теперь можно получить искомое соотношение:

$$\frac{P_g}{P_e} = \frac{(N_{\text{ион}} + N_{\text{атом}} + N_e)kT}{N_e kT} = \frac{N_{\text{ядро}} + N_e}{N_e} = \frac{\bar{N}_e + 1}{\bar{N}_e}$$

$$P_e = P_g \frac{\bar{N}_e}{\bar{N}_e + 1}$$

5. Полученное значение может не совпасть с первоначальным значением  $P_e$ . Поэтому уравнение (2) придется решать методом итераций.

Расчеты показывают для частных случаев, что:

$$P_e \approx 0.5P_g$$

(горячие звезды)

$$P_e \sim P_g^{1/2}$$

(холодные звезды)

6. Мы рассмотрели простую ситуацию. Но в реальности в звездной атмосфере могут присутствовать отрицательные ионы ( $\text{H}^-$ ,  $\text{H}_2^-$ ,  $\text{He}^-$ ) и молекулярные образования. Поэтому задача в этом случае усложняется. Ее решение можно найти в нашей монографии.

# Результаты расчетов

$$P_{\text{Tot}} = P_e + P_g$$

