

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Вид спектров звезд различных спектральных классов



O5V



B0V



A1V



F0V





GOV



KOV



MOV

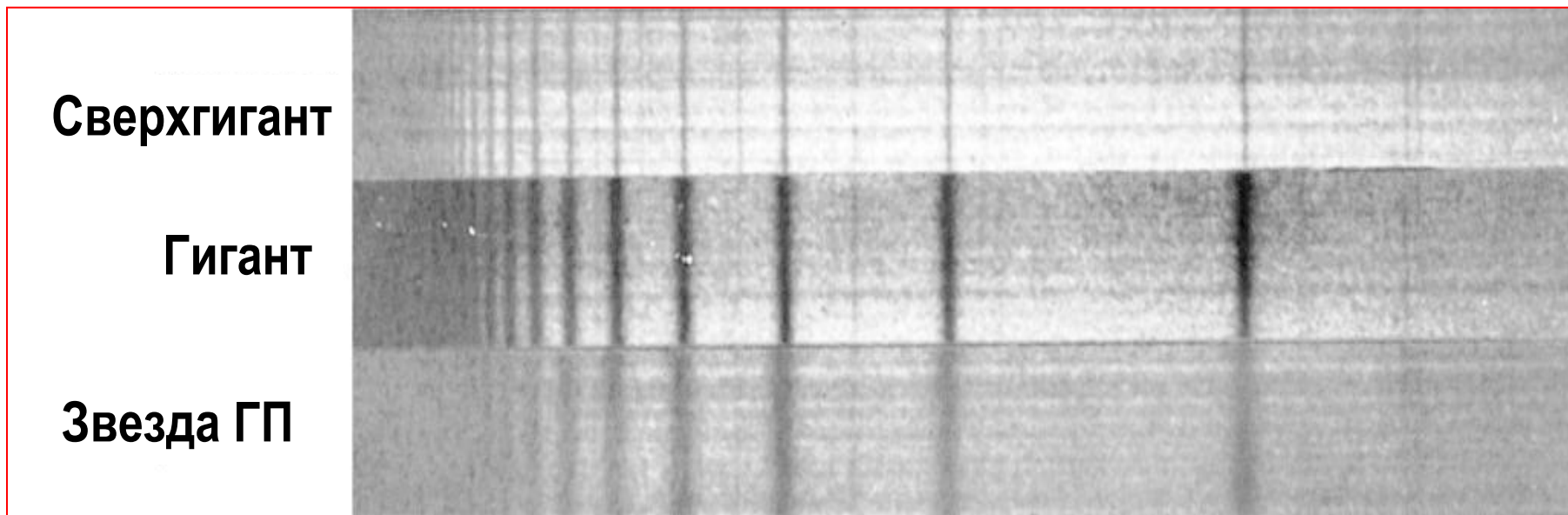


04... BO... AO... FO... GO... KO... MO

T



Вид спектра для разных звезд



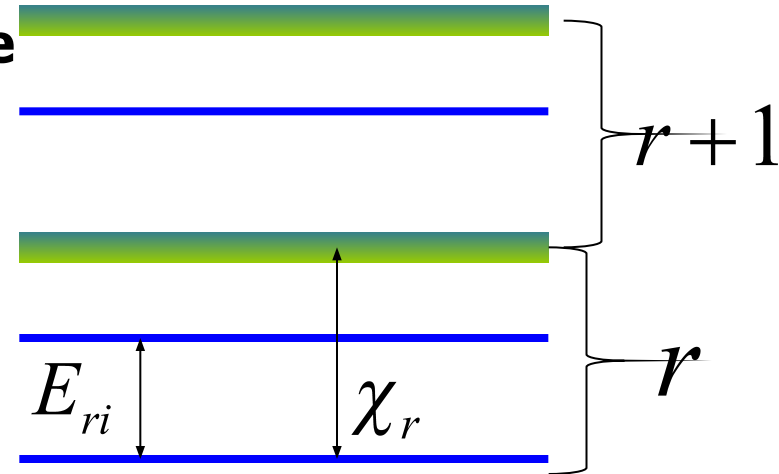
Класс светимости звезд можно установить по ширине спектральных линий: линии уже в спектрах сверхгигантов и шире у звезд-карликов.

Это связано с различием физических условий в атмосферах звезд разных светимостей.

Исходные формулы

Основные формулы – это следующие формулы

$$\frac{N_{ri}}{N_r} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \quad \text{формула Больцмана}$$



$$\frac{N_{r+1}}{N_r} Pe = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad \text{формула Саха}$$

$$Z_{ri} = \frac{N_{ri}}{N} = \frac{N_{ri}}{N_r} \frac{N_r}{N}, \quad N = \sum_r N_r \quad \text{полное число атомов данного элемента}$$

? Найдем это отношение

Запишем формулу Саха для последовательных степеней ионизации

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = 2 \frac{U_1}{U_0} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}} = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_1} P_e = 2 \frac{U_2}{U_{10}} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} = K_1 \quad \mathbf{(1)}$$

.....

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} = K_r$$

Перемножим последовательно выражения (1):

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_0} P_e^2 = K_0 K_1 \qquad \frac{N_{r+1}}{N_0} P_e^{r+1} = K_0 K_1 K_2 \dots K_r$$

$$\frac{N_3}{N_0} P_e^3 = K_0 K_1 K_2$$

Тогда:

$$\begin{aligned} N &= \sum_r N_r = N_0 \left[1 + \frac{N_1}{N_0} + \frac{N_2}{N_0} + \dots + \frac{N_{r+1}}{N_0} \right] = \\ &= N_0 \left[1 + \frac{K_0}{P_e} + \frac{K_0 K_1}{P_e^2} + \dots + \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_r}{P_e^{r+1}} \right] = N_0 S(T, P_e) \end{aligned}$$

В итоге:

$$Z_{ri} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_{r-1}}{P_e^r S(T.P_e)} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{\prod_{r=0}^{r-1} K_r}{P_e^r S(T.P_e)}$$

Энергии последовательных степеней ионизации сильно различаются друг от друга. Поэтому атомы обычно находятся в двух соседствующих степенях ионизации, например, r и $r + 1$. Возьмем для примера нейтральные и однажды ионизованные Атомы. Тогда

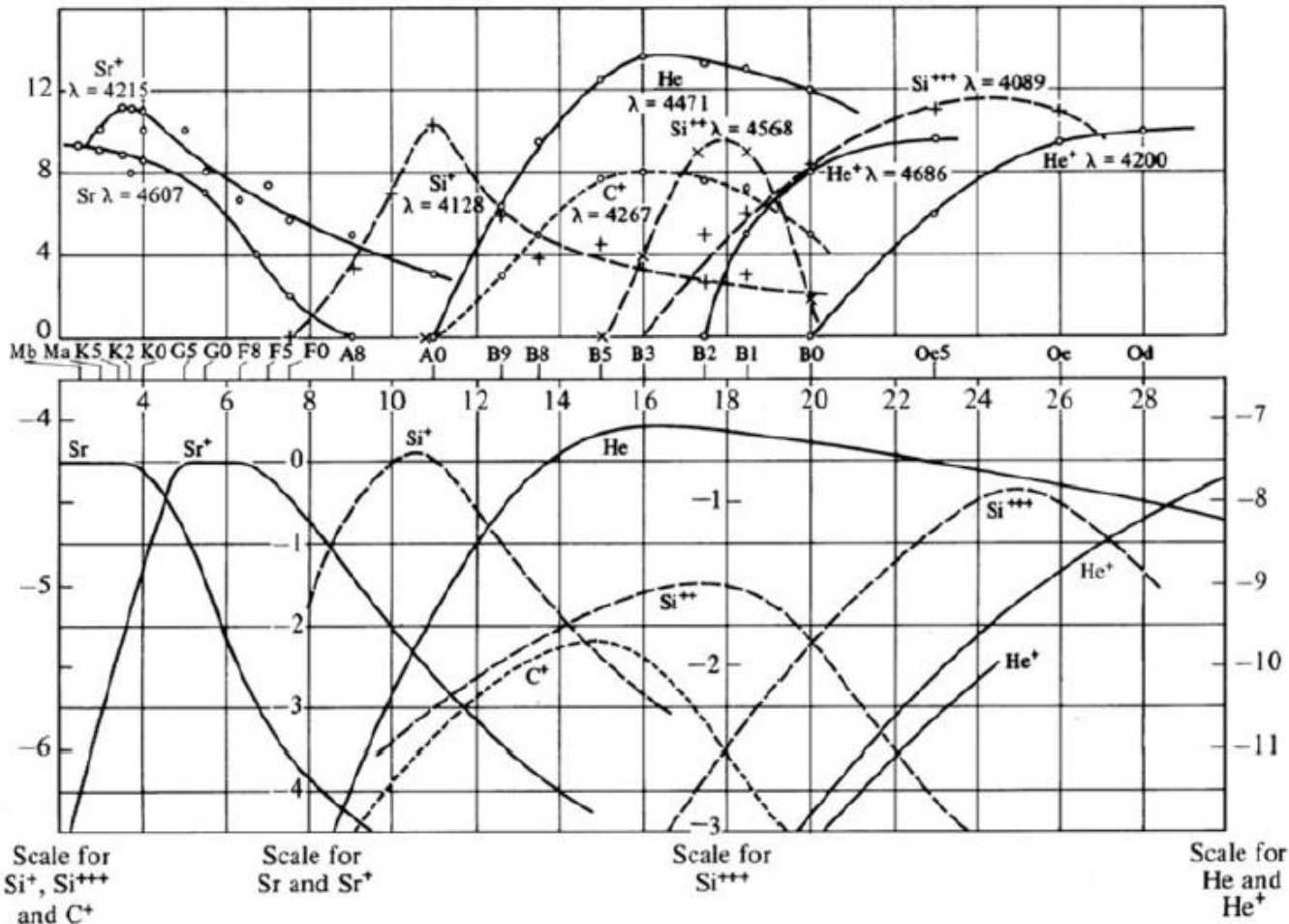
$$Z_{0i} \approx \frac{g_{0i}}{U_0} \frac{e^{-\frac{E_{0i}}{kT}}}{1 + \frac{K_0}{P_e}}$$

Потенциалы ионизации атомов χ (в эВ)

Стадии ионизации

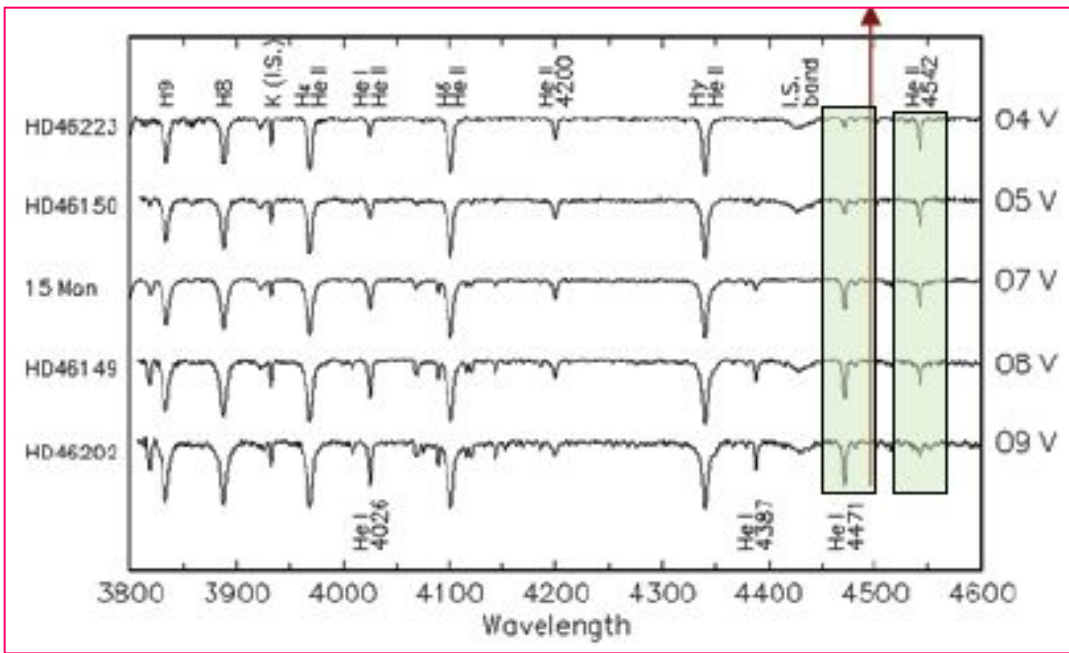
| АТОМ | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | XIII | XIV |
|-------|----------|----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|
| 1 H | 13.59844 | | | | | | | | | | | | | |
| 2 He | 24.58741 | 54.41778 | | | | | | | | | | | | |
| 3 Li | 5.39172 | 75.64018 | 122.454 | | | | | | | | | | | |
| 4 Be | 9.32263 | 18.21116 | 153.897 | 217.713 | | | | | | | | | | |
| 5 B | 8.29803 | 25.15484 | 37.931 | 259.366 | 340.22 | | | | | | | | | |
| 6 C | 11.26030 | 24.38332 | 47.888 | 64.492 | 392.08 | 489.98 | | | | | | | | |
| 7 N | 14.53414 | 29.6013 | 47.449 | 77.472 | 97.89 | 552.06 | 667.03 | | | | | | | |
| 8 O | 13.61806 | 35.11730 | 54.936 | 77.413 | 113.90 | 138.12 | 739.29 | 871.41 | | | | | | |
| 9 F | 17.42282 | 34.97082 | 62.708 | 87.140 | 114.24 | 157.17 | 185.19 | 953.91 | 1103.1 | | | | | |
| 10 Ne | 21.56454 | 40.96328 | 63.45 | 97.12 | 126.21 | 157.93 | 207.28 | 239.10 | 1195.8 | 1362.2 | | | | |
| 11 Na | 5.13908 | 47.2864 | 71.620 | 98.91 | 138.40 | 172.18 | 208.50 | 264.25 | 299.9 | 1465.1 | 1648.7 | | | |
| 12 Mg | 7.64624 | 15.03528 | 80.144 | 109.265 | 141.27 | 186.76 | 225.02 | 265.96 | 328.1 | 367.5 | 1761.8 | 1963 | | |
| 13 Al | 5.98577 | 18.82856 | 28.448 | 119.99 | 153.83 | 190.49 | 241.76 | 284.66 | 330.1 | 398.8 | 442.0 | 2086 | 2304 | |
| 14 Si | 8.15169 | 16.34585 | 33.493 | 45.142 | 166.77 | 205.27 | 246.49 | 303.54 | 351.1 | 401.4 | 476.4 | 523 | 2438 | 2673 |
| 15 P | 10.48669 | 19.7694 | 30.203 | 51.444 | 65.03 | 220.42 | 263.57 | 309.60 | 372.1 | 424.4 | 479.5 | 561 | 612 | 2817 |
| 16 S | 10.36001 | 23.3379 | 34.79 | 47.222 | 72.59 | 88.05 | 280.95 | 328.75 | 379.6 | 447.5 | 504.8 | 564 | 652 | 707 |
| 17 Cl | 12.96764 | 23.814 | 39.61 | 53.465 | 67.8 | 97.03 | 114.20 | 348.28 | 400.1 | 455.6 | 529.3 | 592 | 657 | 750 |
| 18 Ar | 15.75962 | 27.62967 | 40.74 | 59.81 | 75.02 | 91.01 | 124.32 | 143.46 | 422.5 | 478.7 | 539.0 | 618 | 686 | 756 |
| 19 K | 4.34066 | 31.63 | 45.806 | 60.91 | 82.66 | 99.4 | 117.56 | 154.88 | 175.8 | 503.8 | 564.7 | 629 | 715 | 787 |
| 20 Ca | 6.11316 | 11.87172 | 50.913 | 67.27 | 84.50 | 108.78 | 127.2 | 147.24 | 188.5 | 211.3 | 591.9 | 657 | 727 | 818 |
| 21 Sc | 6.56144 | 12.79967 | 24.757 | 73.489 | 91.65 | 111.68 | 138.0 | 158.1 | 180.0 | 225.2 | 249.8 | 688 | 757 | 831 |
| 22 Ti | 6.8282 | 13.5755 | 27.492 | 43.267 | 99.30 | 119.53 | 140.8 | 170.4 | 192.1 | 215.9 | 265.1 | 292 | 788 | 863 |
| 23 V | 6.7463 | 14.66 | 29.311 | 46.71 | 65.28 | 128.1 | 150.6 | 173.4 | 205.8 | 230.5 | 255.1 | 308 | 336 | 896 |
| 24 Cr | 6.76664 | 16.4857 | 30.96 | 49.16 | 69.46 | 90.64 | 161.18 | 184.7 | 209.3 | 244.4 | 270.7 | 298 | 355 | 384 |
| 25 Mn | 7.43402 | 15.63999 | 33.668 | 51.2 | 72.4 | 95.6 | 119.20 | 194.5 | 221.8 | 248.3 | 286.0 | 314 | 344 | 404 |
| 26 Fe | 7.9024 | 16.1878 | 30.652 | 54.8 | 75.0 | 99.1 | 124.98 | 151.06 | 233.6 | 262.1 | 290.2 | 331 | 361 | 392 |
| 27 Co | 7.8810 | 17.083 | 33.50 | 51.3 | 79.5 | 103 | 131 | 160 | 186.2 | 276.2 | 305 | 336 | 379 | 411 |
| 28 Ni | 7.6398 | 18.16884 | 35.19 | 54.9 | 75.5 | 108 | 134 | 164 | 193 | 224.6 | 321 | 352 | 384 | 430 |
| 29 Cu | 7.72638 | 20.29240 | 36.841 | 55.2 | 79.9 | 103 | 139 | 167 | 199 | 232 | 266 | 369 | 401 | 435 |
| 30 Zn | 9.39405 | 17.96440 | 39.723 | 59.4 | 82.6 | 108 | 136 | 175 | 203 | 238 | 274 | 311 | 412 | 454 |

Обозначения степени ионизации (на примере атома углерода): CI - нейтральный атом, CII - однажды ионизованный атом, CIII - дважды ионизованный атом и т.д.



Поведение интенсивностей
линий вдоль спектральной
классификации

Соотношение Саха-
Больцмана N_{rs}/N для разных
элементов и разных температур
(шкала в единицах 1000 К наверху)

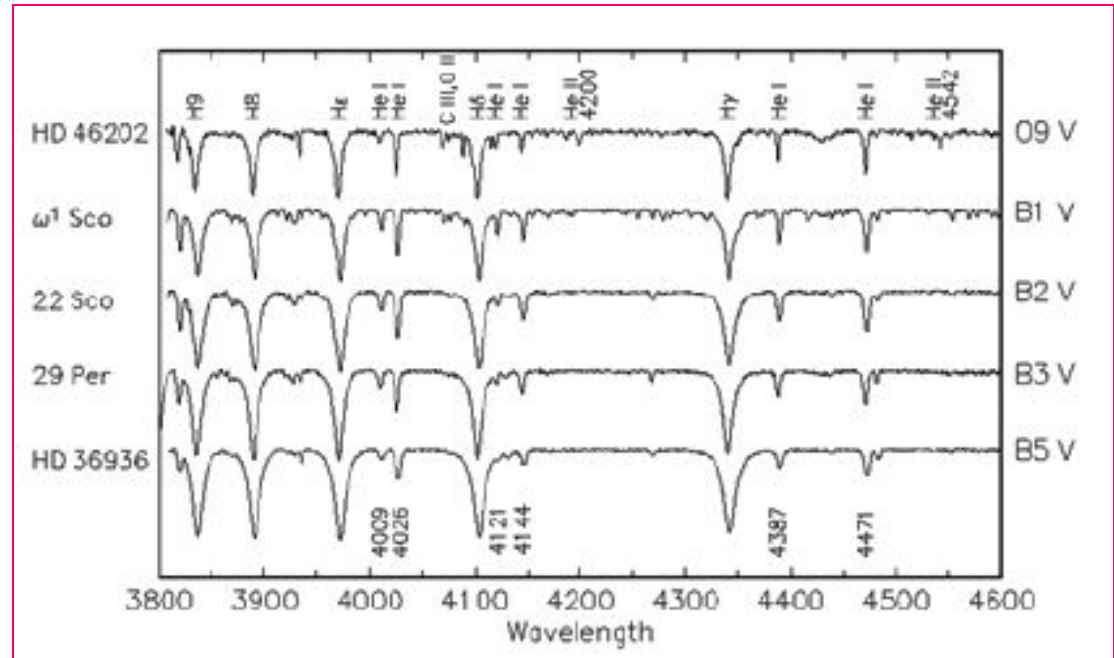


Пример 1: Спектральные классы O4 – O9

Классификация хорошо устанавливается по поведению линий He I и He II

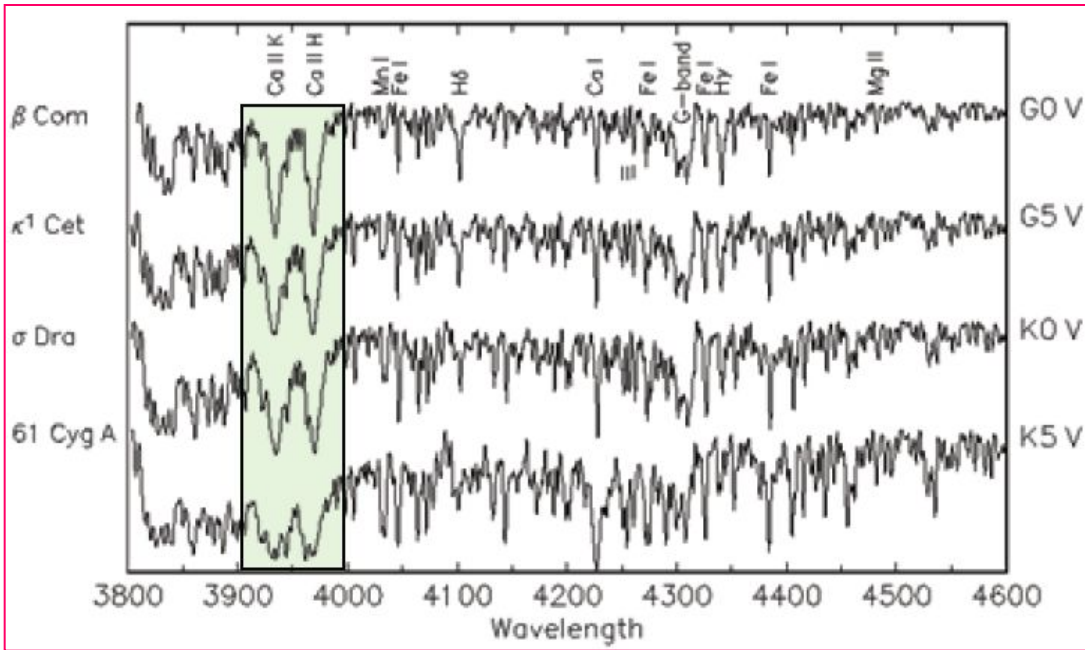
Пример 2: Спектральные классы O9 – B5

Линии He II уже исчезают, линии He I достигают максимума при классе B2 и затем ослабевают



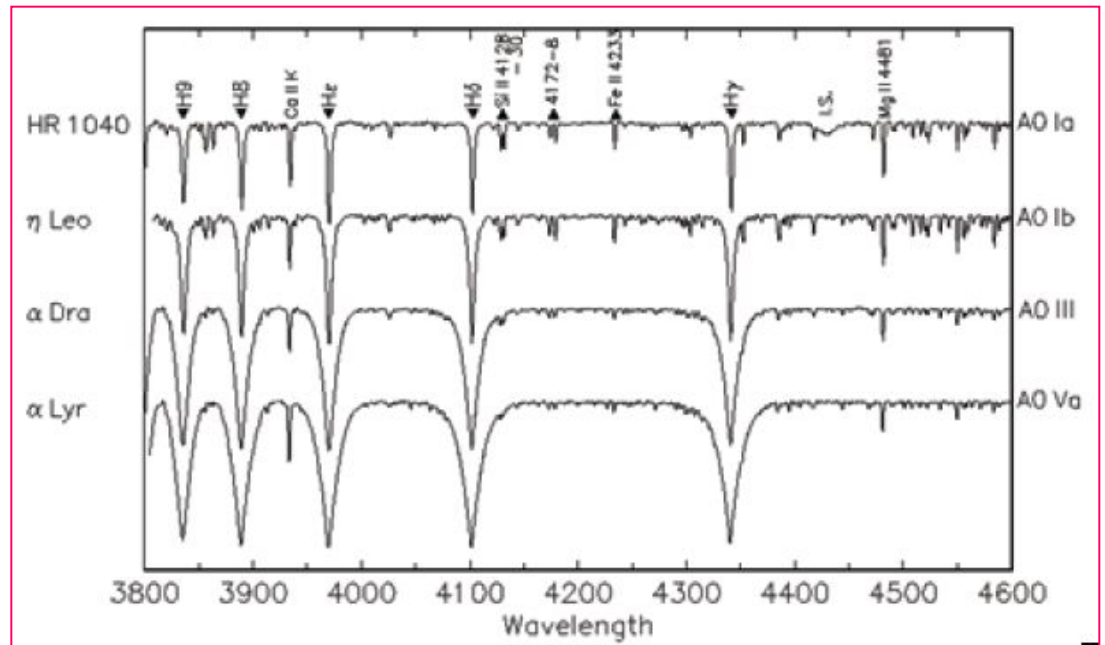
Пример 3: спектральные очки G0 – K5

Хорошим индикатором
являются линии CaII



Пример 4: эффекты светимости у звезд АО

Видно, как усиливаются
линии водорода при
увеличении давления
в атмосферах звезд



Основные уравнения теории ЗА

$$\frac{dP_g}{d\tau_v} = \frac{g}{\alpha_v} - \text{уравнение гидростатического равновесия}$$

$$d\tau_v = -\alpha_v dz - \text{установление оптической шкалы}$$

$$P_g = kT * (N_H + N_{He} + \dots + N_e) + P_{луч} - \text{уравнение состояния}$$

$$F = \frac{\sigma T_{eff}^4}{\pi} - \text{установление эффективной температуры}$$

$$\mu \frac{dI(\tau_v, \mu)}{d\tau_v} = I(\tau_v, \mu) - S(\tau_v) - \text{уравнение переноса}$$

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (1)

1. При решении уравнения гидростатического равновесия определяется величина газового давления $P_g(\tau)$. Но во многих используемых в дальнейшем формулах (например, в формулах Саха-Больцмана) используется электронное давление $P_e(\tau)$. А эти формулы, в частности, необходимы для определения непрозрачности вещества $\alpha(\tau) = \alpha(T, P_e)$. Таким образом возникает необходимость найти соотношение $P_e(\tau) = P_e(P_g)$.

Для **горячих** звезд это соотношение устанавливается довольно просто, так как основным поставщиком свободных электронов является ионизация водорода. Тогда

$$N_p \approx N_e, \quad N_g = N_p + N_e \approx 2N_e, \quad P_g \approx 2P_e$$

Тяжелые элементы также поставляют электроны, но содержание этих элементов на несколько порядков меньше содержания водорода.

При **низких** температурах водород уже не ионизуется, и основным поставщиком свободных электронов становятся легко ионизируемые тяжелые элементы (C, Na, Mg, Fe и др.). Эти элементы находятся в нейтральном, ионизованном и, возможно, в дважды ионизованном состояниях.

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (2)

2. Поэтому ниже в формуле Саха

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad (1)$$

мы ограничимся состояниями $r = 0, 1, 2$. Полное число атомов элемента с зарядом ~~равно~~ $N_z = N_{0Z} + N_{1Z} + N_{2Z}$.

Сперва допустим, что данным значениям P_g и T соответствует первоначальное значение P_e .

Для каждого элемента с зарядом ~~по~~ формуле (1) вычислим следующие отношения:

$$\frac{N_{r=1,Z}}{N_{r=0,Z}} \equiv \frac{N_{1Z}}{N_{0Z}}, \quad \frac{N_{r=2,Z}}{N_{r=1,Z}} \equiv \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{1Z}} = \frac{N_z}{N_{1Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{2Z}} = \frac{N_z}{N_{2Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{2Z}}$$

Соотношение « $P_g - P_e - T$ »(3)

3. Далее: $N_{\text{ядро}} = \sum_Z N_Z$ - полное число ядер элемента

$\sum_Z N_Z x_{1Z}$ - число электронов, поставляемых при первой ионизации

$\sum_Z 2N_Z x_{2Z}$ - число электронов, поставляемых при второй ионизации

В итоге, **среднее число электронов \bar{N}_e в расчете на одно ядро равно:**

$$\bar{N}_e = \frac{\sum_Z N_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z N_Z x_{2Z}}{\sum_Z N_Z} = \frac{\sum_Z \varepsilon_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z \varepsilon_Z x_{2Z}}{\sum_Z \varepsilon_Z}$$

Здесь $\varepsilon_Z = \frac{N_Z}{N_H}$ - химическое содержание элементов по отношению к водороду.

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (4)

4. Теперь можно получить искомое соотношение:

$$\frac{P_g}{P_e} = \frac{(N_{\text{ион}} + N_{\text{атом}} + N_e)kT}{N_e kT} = \frac{N_{\text{ядро}} + N_e}{N_e} = \frac{\bar{N}_e + 1}{\bar{N}_e}$$

$$P_e = P_g \frac{\bar{N}_e}{\bar{N}_e + 1}$$

5. Полученное значение может не совпасть с первоначальным значением P_e . Поэтому уравнение (2) придется решать методом итераций.

Расчеты показывают для частных случаев, что:

$$P_e \approx 0.5P_g$$

(горячие звезды)

$$P_e \sim P_g^{1/2}$$

(холодные звезды)

6. Мы рассмотрели простую ситуацию. Но в реальности в звездной атмосфере могут присутствовать отрицательные ионы (H^- , H_2^- , He^-) и молекулярные образования. Поэтому задача в этом случае усложняется. Ее решение можно найти в нашей монографии.

Результаты расчетов

$$P_{\text{Tot}} = P_e + P_g$$

