

Интерпретация спектральной классификации

Вид спектров звезд различных спектральных классов



O5V



B0V



A1V



F0V





GOV



KOV



MOV

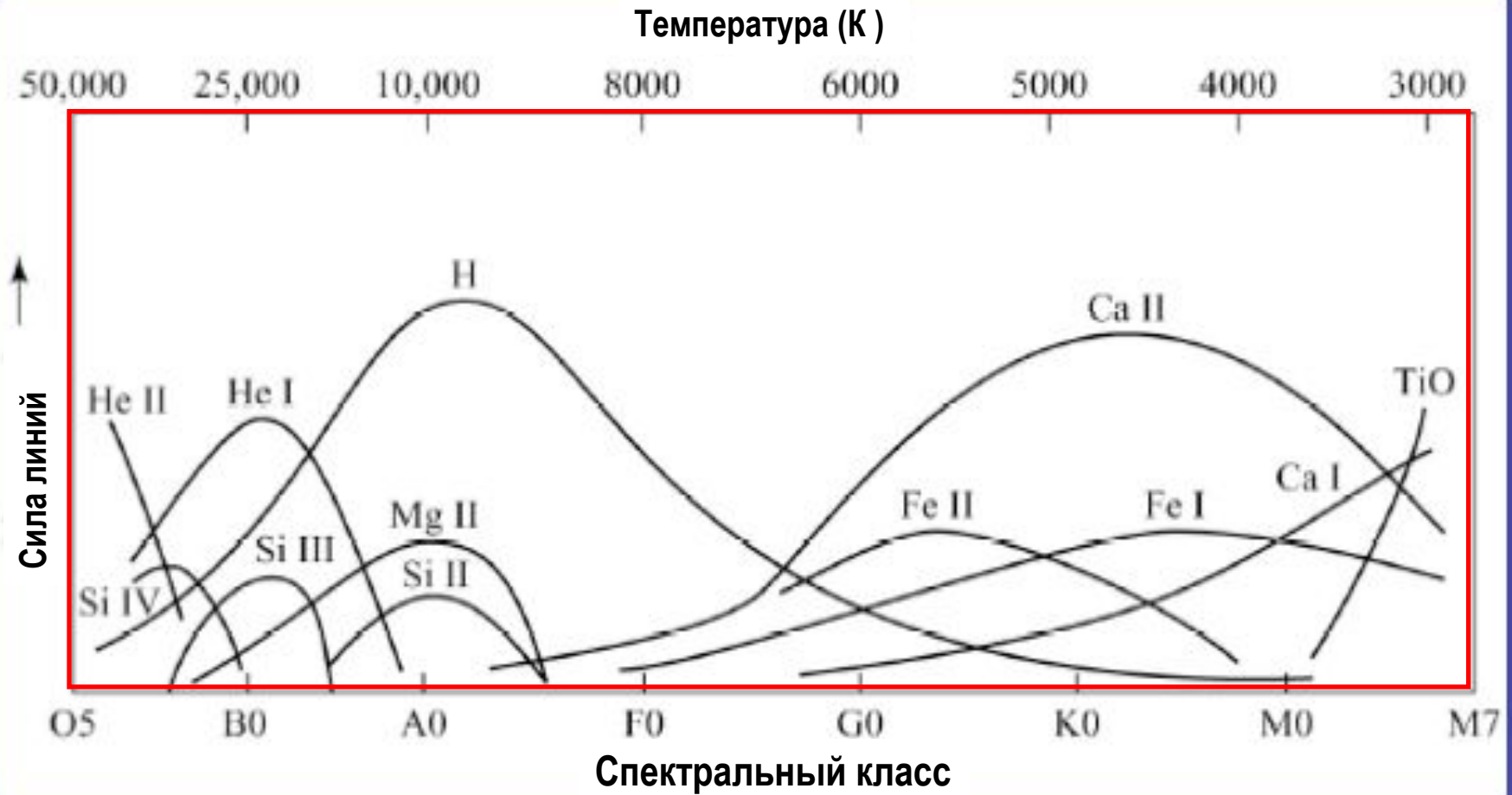


T

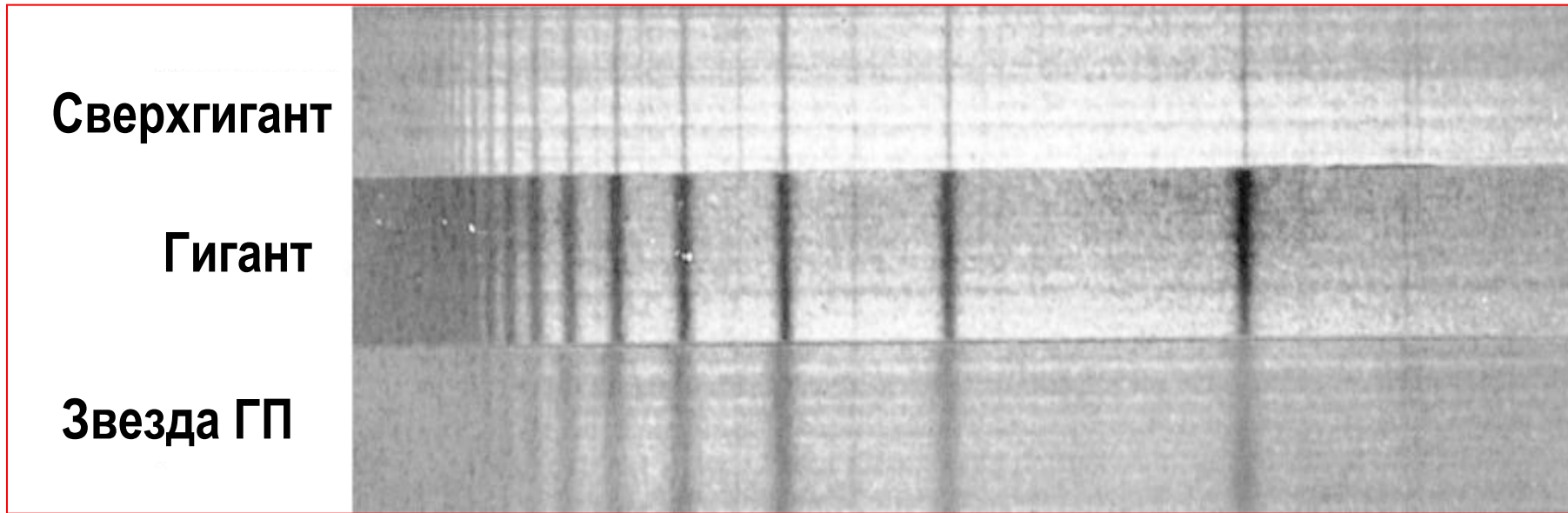
04... BO... AO... FO... GO... KO... MO



Зависимость интенсивностей линий от спектрального класса



Вид спектра для разных звезд



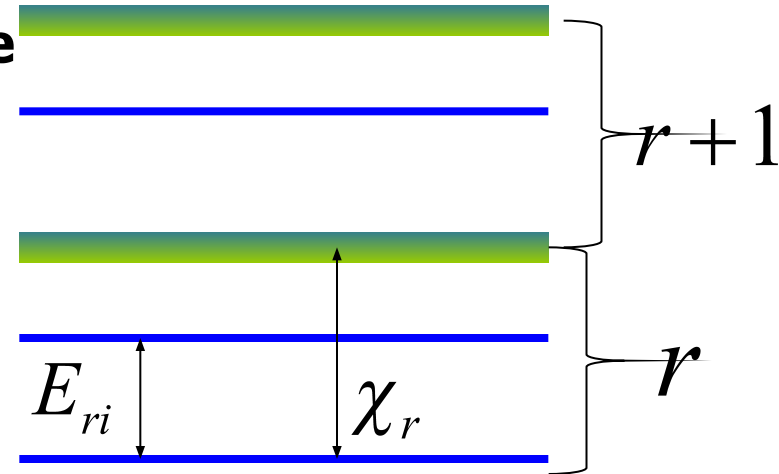
Класс светимости звезд можно установить по ширине спектральных линий: линии уже в спектрах сверхгигантов и шире у звезд-карликов.

Это связано с различием физических условий в атмосферах звезд разных светимостей.

Исходные формулы

Основные формулы – это следующие формулы

$$\frac{N_{ri}}{N_r} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \quad \text{формула Больцмана}$$



$$\frac{N_{r+1}}{N_r} Pe = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}}$$

формула Саха

$$Z_{ri} = \frac{N_{ri}}{N} = \frac{N_{ri}}{N_r} \frac{N_r}{N}$$

$$N = \sum_r N_r$$

полное число атомов данного элемента

? Найдем это отношение

Запишем формулу Саха для последовательных степеней ионизации

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = 2 \frac{U_1}{U_0} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}} = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_1} P_e = 2 \frac{U_2}{U_{10}} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} = K_1 \quad \mathbf{(1)}$$

.....

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} = K_r$$

Перемножим последовательно выражения (1):

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = K_0$$

$$\frac{N_2}{N_0} P_e^2 = K_0 K_1$$

$$\frac{N_{r+1}}{N_0} P_e^{r+1} = K_0 K_1 K_2 \dots K_r$$

$$\frac{N_3}{N_0} P_e^3 = K_0 K_1 K_2$$

Тогда:

$$\begin{aligned} N &= \sum_r N_r = N_0 \left[1 + \frac{N_1}{N_0} + \frac{N_2}{N_0} + \dots + \frac{N_{r+1}}{N_r} \right] = \\ &= N_0 \left[1 + \frac{K_0}{P_e} + \frac{K_0 K_1}{P_e^2} + \dots + \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_r}{P_e^{r+1}} \right] = N_0 S(T, P_e) \end{aligned}$$

В итоге:

$$Z_{ri} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_{r-1}}{P_e^r S(T.P_e)} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{\prod_{r=0}^{r-1} K_r}{P_e^r S(T.P_e)}$$

Энергии последовательных степеней ионизации сильно различаются друг от друга. Поэтому атомы обычно находятся в двух соседствующих степенях ионизации, например, r и $r + 1$. Возьмем для примера нейтральные и однажды ионизованные Атомы. Тогда

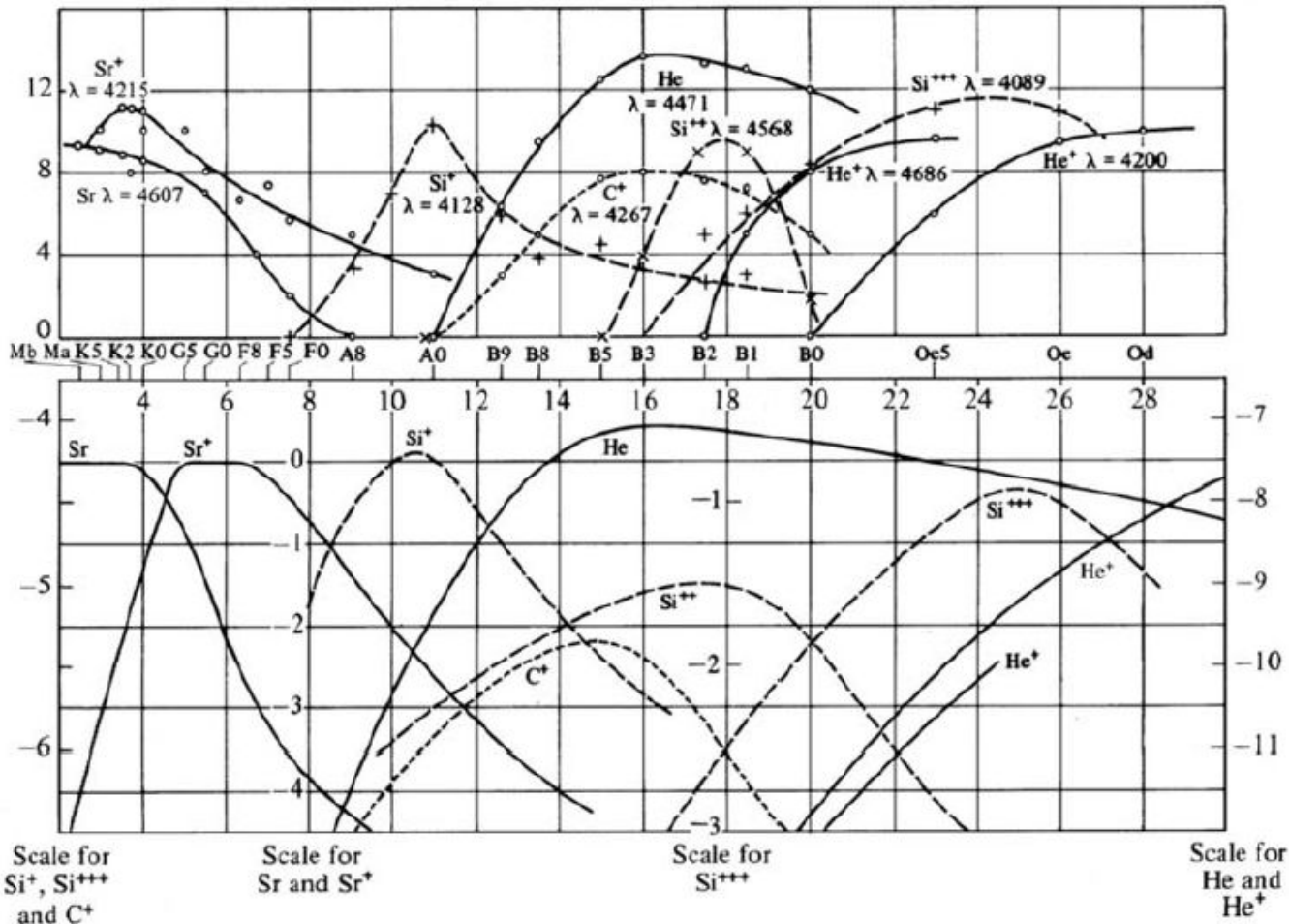
$$Z_{0i} \approx \frac{g_{0i}}{U_0} \frac{e^{-\frac{E_{0i}}{kT}}}{1 + \frac{K_0}{P_e}}$$

Потенциалы ионизации атомов χ (в эВ)

Стадии ионизации

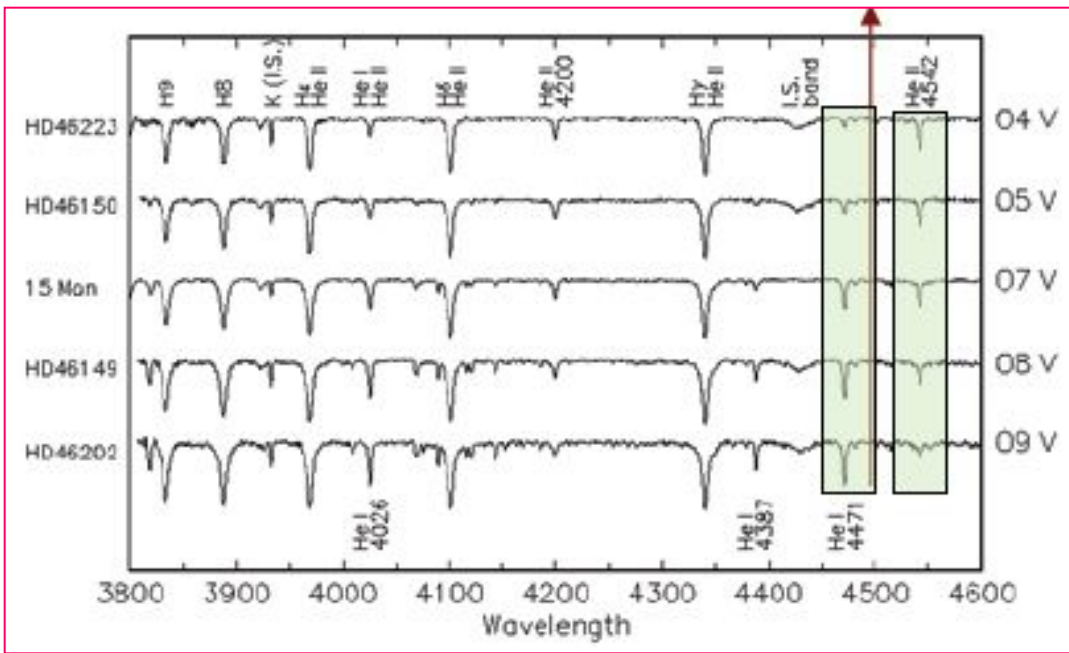
АТОМ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1 H	13.59844													
2 He	24.58741	54.41778												
3 Li	5.39172	75.64018	122.454											
4 Be	9.32263	18.21116	153.897	217.713										
5 B	8.29803	25.15484	37.931	259.366	340.22									
6 C	11.26030	24.38332	47.888	64.492	392.08	489.98								
7 N	14.53414	29.6013	47.449	77.472	97.89	552.06	667.03							
8 O	13.61806	35.11730	54.936	77.413	113.90	138.12	739.29	871.41						
9 F	17.42282	34.97082	62.708	87.140	114.24	157.17	185.19	953.91	1103.1					
10 Ne	21.56454	40.96328	63.45	97.12	126.21	157.93	207.28	239.10	1195.8	1362.2				
11 Na	5.13908	47.2864	71.620	98.91	138.40	172.18	208.50	264.25	299.9	1465.1	1648.7			
12 Mg	7.64624	15.03528	80.144	109.265	141.27	186.76	225.02	265.96	328.1	367.5	1761.8	1963		
13 Al	5.98577	18.82856	28.448	119.99	153.83	190.49	241.76	284.66	330.1	398.8	442.0	2086	2304	
14 Si	8.15169	16.34585	33.493	45.142	166.77	205.27	246.49	303.54	351.1	401.4	476.4	523	2438	2673
15 P	10.48669	19.7694	30.203	51.444	65.03	220.42	263.57	309.60	372.1	424.4	479.5	561	612	2817
16 S	10.36001	23.3379	34.79	47.222	72.59	88.05	280.95	328.75	379.6	447.5	504.8	564	652	707
17 Cl	12.96764	23.814	39.61	53.465	67.8	97.03	114.20	348.28	400.1	455.6	529.3	592	657	750
18 Ar	15.75962	27.62967	40.74	59.81	75.02	91.01	124.32	143.46	422.5	478.7	539.0	618	686	756
19 K	4.34066	31.63	45.806	60.91	82.66	99.4	117.56	154.88	175.8	503.8	564.7	629	715	787
20 Ca	6.11316	11.87172	50.913	67.27	84.50	108.78	127.2	147.24	188.5	211.3	591.9	657	727	818
21 Sc	6.56144	12.79967	24.757	73.489	91.65	111.68	138.0	158.1	180.0	225.2	249.8	688	757	831
22 Ti	6.8282	13.5755	27.492	43.267	99.30	119.53	140.8	170.4	192.1	215.9	265.1	292	788	863
23 V	6.7463	14.66	29.311	46.71	65.28	128.1	150.6	173.4	205.8	230.5	255.1	308	336	896
24 Cr	6.76664	16.4857	30.96	49.16	69.46	90.64	161.18	184.7	209.3	244.4	270.7	298	355	384
25 Mn	7.43402	15.63999	33.668	51.2	72.4	95.6	119.20	194.5	221.8	248.3	286.0	314	344	404
26 Fe	7.9024	16.1878	30.652	54.8	75.0	99.1	124.98	151.06	233.6	262.1	290.2	331	361	392
27 Co	7.8810	17.083	33.50	51.3	79.5	103	131	160	186.2	276.2	305	336	379	411
28 Ni	7.6398	18.16884	35.19	54.9	75.5	108	134	164	193	224.6	321	352	384	430
29 Cu	7.72638	20.29240	36.841	55.2	79.9	103	139	167	199	232	266	369	401	435
30 Zn	9.39405	17.96440	39.723	59.4	82.6	108	136	175	203	238	274	311	412	454

Обозначения степени ионизации (на примере атома углерода): CI - нейтральный атом, CII - однажды ионизованный атом, CIII - дважды ионизованный атом и т.д.



Поведение интенсивностей
линий вдоль спектральной
классификации

Соотношение Саха-
Больцмана N_{rs}/N для разных
элементов и разных температур
(шкала в единицах 1000 К наверху)

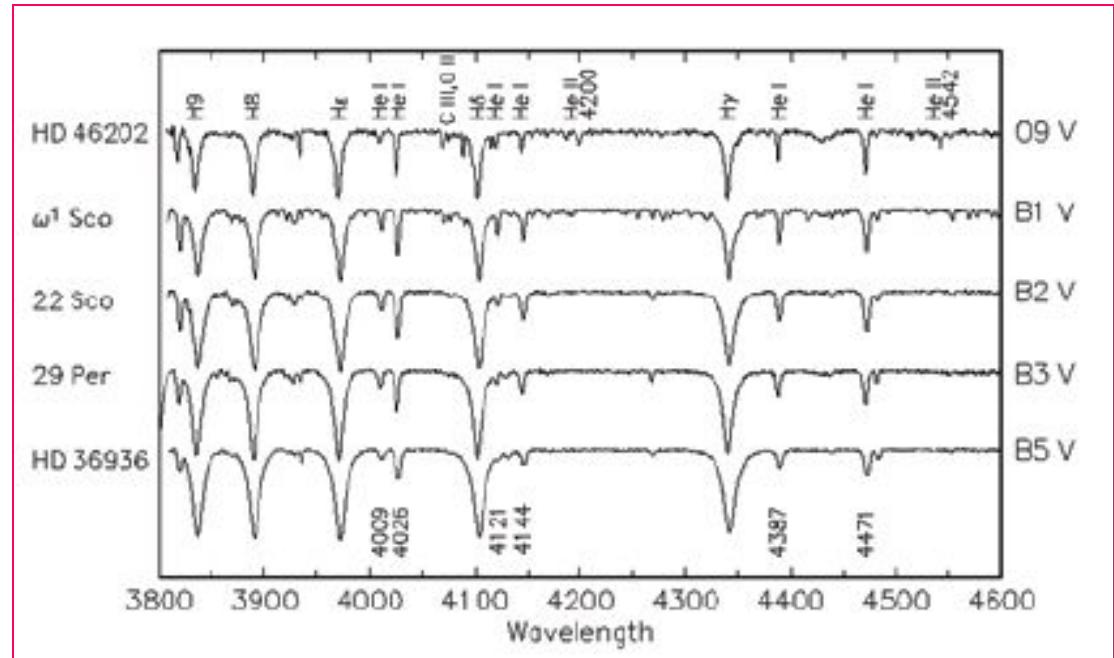


Пример 1: Спектральные классы O4 – O9

Классификация хорошо устанавливается по поведению линий He I и He II

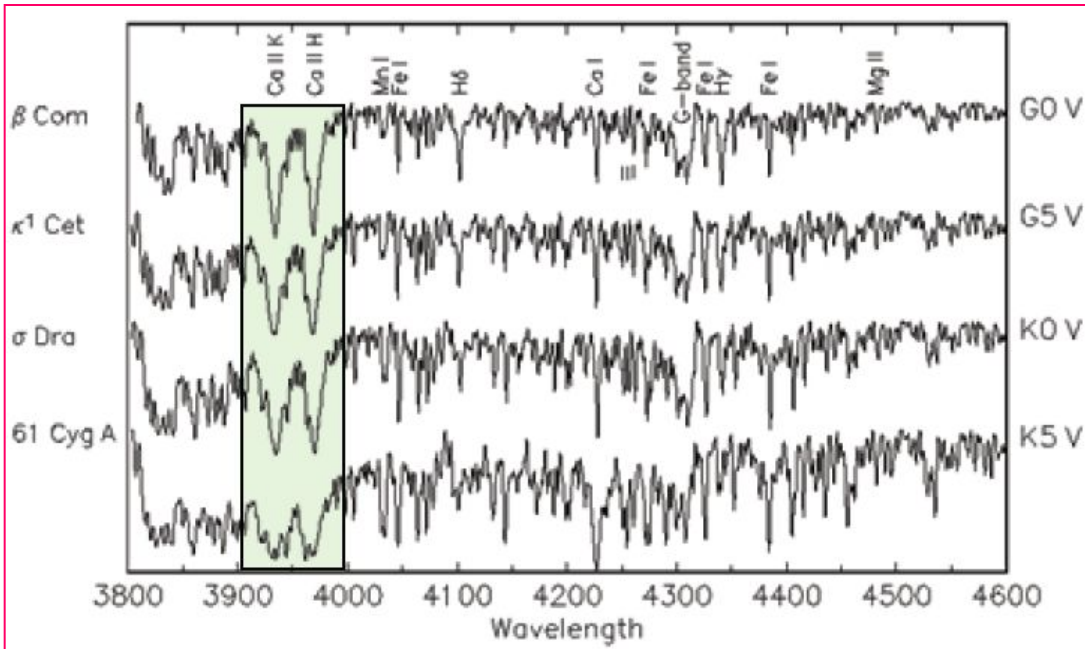
Пример 2: Спектральные классы O9 – B5

Линии He II уже исчезают, линии He I достигают максимума при классе B2 и затем ослабевают



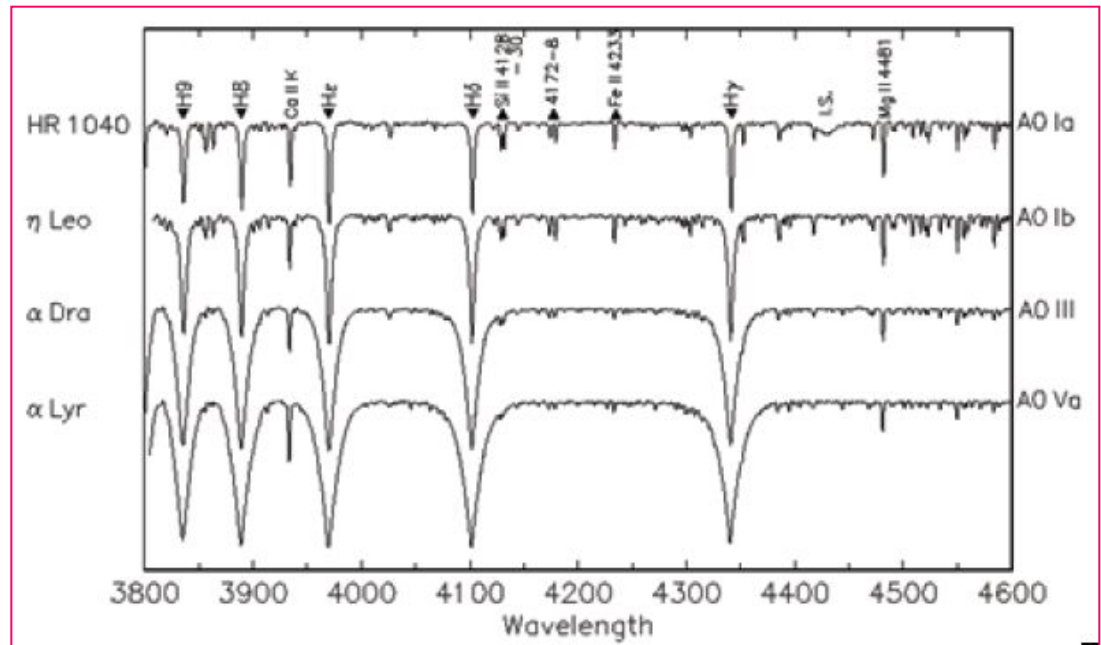
Пример 3: спектральные очки G0 – K5

Хорошим индикатором
являются линии CaII



Пример 4: эффекты светимости у звезд АО

Видно, как усиливаются
линии водорода при
увеличении давления
в атмосферах звезд



Основные уравнения теории ЗА

$$\frac{dP_g}{d\tau_v} = \frac{g}{\alpha_v} - \text{уравнение гидростатического равновесия}$$

$$d\tau_v = -\alpha_v dz - \text{установление оптической шкалы}$$

$$P_g = kT * (N_H + N_{He} + \dots + N_e) + P_{луч} - \text{уравнение состояния}$$

$$F = \frac{\sigma T_{eff}^4}{\pi} - \text{установление эффективной температуры}$$

$$\mu \frac{dI(\tau_v, \mu)}{d\tau_v} = I(\tau_v, \mu) - S(\tau_v) - \text{уравнение переноса}$$

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (1)

1. При решении уравнения гидростатического равновесия определяется величина газового давления $P_g(\tau)$. Но во многих используемых в дальнейшем формулах (например, в формулах Саха-Больцмана) используется электронное давление $P_e(\tau)$. А эти формулы, в частности, необходимы для определения непрозрачности вещества $\alpha(\tau) = \alpha(T, P_e)$. Таким образом возникает необходимость найти соотношение $P_e(\tau) = P_e(P_g)$.

Для **горячих** звезд это соотношение устанавливается довольно просто, так как основным поставщиком свободных электронов является ионизация водорода. Тогда

$$N_p \approx N_e, \quad N_g = N_p + N_e \approx 2N_e, \quad P_g \approx 2P_e$$

Тяжелые элементы также поставляют электроны, но содержание этих элементов на несколько порядков меньше содержания водорода.

При **низких** температурах водород уже не ионизируется, и основным поставщиком свободных электронов становятся легко ионизируемые тяжелые элементы (C, Na, Mg, Fe и др.). Эти элементы находятся в нейтральном, ионизованном и, возможно, в дважды ионизованном состояниях.

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (2)

2. Поэтому ниже в формуле Саха

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad (1)$$

мы ограничимся состояниями $r = 0, 1, 2$. Полное число атомов элемента с зарядом ~~равно~~ $N_z = N_{0Z} + N_{1Z} + N_{2Z}$.

Сперва допустим, что данным значениям P_g и T соответствует первоначальное значение P_e .

Для каждого элемента с зарядом ~~по~~ формуле (1) вычислим следующие отношения:

$$\frac{N_{r=1,Z}}{N_{r=0,Z}} \equiv \frac{N_{1Z}}{N_{0Z}}, \quad \frac{N_{r=2,Z}}{N_{r=1,Z}} \equiv \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{1Z}} = \frac{N_z}{N_{1Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{1Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{1Z}}$$

$$\frac{1}{x_{2Z}} = \frac{N_z}{N_{2Z}} = \frac{N_{0Z}}{N_{1Z}} \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{1Z}}{N_{2Z}} + \frac{N_{2Z}}{N_{2Z}}$$

Соотношение « $P_g - P_e - T$ »(3)

3. Далее: $N_{\text{ядро}} = \sum_Z N_Z$ - полное число ядер элемента

$\sum_Z N_Z x_{1Z}$ - число электронов, поставляемых при первой ионизации

$\sum_Z 2N_Z x_{2Z}$ - число электронов, поставляемых при второй ионизации

В итоге, **среднее число электронов \bar{N}_e в расчете на одно ядро равно:**

$$\bar{N}_e = \frac{\sum_Z N_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z N_Z x_{2Z}}{\sum_Z N_Z} = \frac{\sum_Z \varepsilon_Z x_{1Z} + 2 \sum_Z \varepsilon_Z x_{2Z}}{\sum_Z \varepsilon_Z}$$

Здесь $\varepsilon_Z = \frac{N_Z}{N_H}$ - химическое содержание элементов по отношению к водороду.

Соотношение « $P_g - P_e - T$ » (4)

4. Теперь можно получить искомое соотношение:

$$\frac{P_g}{P_e} = \frac{(N_{\text{ион}} + N_{\text{атом}} + N_e)kT}{N_e kT} = \frac{N_{\text{ядро}} + N_e}{N_e} = \frac{\bar{N}_e + 1}{\bar{N}_e}$$

$$P_e = P_g \frac{\bar{N}_e}{\bar{N}_e + 1}$$

5. Полученное значение может не совпасть с первоначальным значением P_e . Поэтому уравнение (2) придется решать методом итераций.

Расчеты показывают для частных случаев, что:

$$P_e \approx 0.5P_g$$

(горячие звезды)

$$P_e \sim P_g^{1/2}$$

(холодные звезды)

6. Мы рассмотрели простую ситуацию. Но в реальности в звездной атмосфере могут присутствовать отрицательные ионы (H^- , N_2^- , He^-) и молекулярные образования. Поэтому задача в этом случае усложняется. Ее решение можно найти в нашей монографии.

Результаты расчетов

$$P_{\text{Tot}} = P_e + P_g$$

