Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний

Задачи на перестановки

Пример №1:

Сколькими способами можно расставить 8 участников финального забега на восьми беговых дорожках?

Решение: $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$.

Ответ: 40320.

Пример №2:

Сколькими различными способами можно составить список учеников из 6 человек?

$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720.$

Ответ: *список учеников можно составить 720 различными способами.*

Задача 1. Сколькими способами можно составить расписание на один день, если в этот день предусмотрено 6 уроков по 6 разным предметам?

Задача 2. Сколькими различными способами можно разместить на скамейке 10 человек?

Задача 3. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора?

Задачи на размещения

Пример №1:

Учащиеся второго класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?

Решение: (порядок расстановки предметов в расписании имеет значение и в условии это отображено). Воспользуемся ф-ой размещения.

$$A_9^4 = \frac{9!}{5!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} = 6\cdot7\cdot8\cdot9 = 3024.$$

Ответ: *3024.*

Пример №2:

• Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 2;3;4;5;6 (если цифры не должны повторяться)?

Решение:

выбираются 2 элемента из множества 5 элементов.

В данном случае n=5 (т. к. дано множество с 5 цифрами), а m=2 (т. к. нужно выбрать 2 цифры для числа).

Вычисляем A_{25}.

По формуле: $A_{25}=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=\frac{5*4*3!}{3!}=20$.

Ответ: *из данных цифр можно составить 20 двузначных чисел с различными цифрами.*

Задача 1. Даны элементы 3 разных  . Сколькими различными способами можно выбрать 2 из них, если порядок важен?

Задача 2. У стола осталось 6 свободных мест. Сколькими различными способами места могут занять 4 человека?

Задачи на сочетания

Пример №1:

В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?
Решение: так порядок выбора не важен (в условии сказано, что 7 человек успешно занимаются математикой) воспользуемся формулой сочетани

$$C_7^2=\frac{7!}{2!\cdot 5!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7}{2!\cdot 5!}=\frac{6\cdot 7}{2!}=21.$$

Ответ: 21

Пример №2:

1. *даны* 3 *элемента* ●;●;●.

a) Сколькими способами можно выбрать 2 *из них, если порядок неважен?*

Это можно сделать 3 *способами — ●;●; ●;●; ●;● — по формуле:* $C_3^2 = \dfrac{3!}{2!\cdot(3-2)!} = \dfrac{3\cdot 2!}{2!\cdot 1!} = 3.$

b) Сколькими способами можно выбрать 1 *элемент, если порядок неважен?*

Это тоже можно сделать 3 *способами — ●; ●; ● — по формуле:* $C_3^1 = \dfrac{3!}{1!\cdot(3-1)!} = \dfrac{3\cdot 2!}{1!\cdot 2!} = 3.$

2. *Сколькими способами из* 12 *учеников можно выбрать* 3*-х учеников?*

Решение:

так как порядок выбора учеников неважен, нужно вычислить сочетания по 3 *элемента из* 12 *элементов, т. е.* $n = 12$ *и* $m = 3$.

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!\cdot 9!} = \frac{\cancel{9!}\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{3!\cdot\cancel{9!}} = \frac{10\cdot 11\cdot 12}{1\cdot 2\cdot 3} = \frac{1320}{6} = 220.$$

Ответ: *трёх учеников из* 12 *можно выбрать* 220 *различными способами.*

Задача 1. Сколько существует способов выбрать троих ребят из четверых желающих дежурить по столовой?

Задача 2. Учащимся дали список из 10 книг, которые ре комендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?