

Преподавательская - Кабинет №204

Дисципліна : Теорія електричних кіл

ЗМ 10: Кола з розподіленими параметрами

Лекція 1

Тема : Постановка задачі щодо аналізу кіл з розподіленими параметрами

Навчальні питання:

1. Основні визначення щодо теорії кіл з розподіленими параметрами
2. Рівняння однорідної лінії передачі

Література:

1. Мількевич Є.О., Франков В.М., Медведєв М.Ю. Основи теорії кіл: Навчальний посібник. Ч.1. Аналіз простих лінійних кіл в усталеному режимі.- Харків: ХВУ, 2003.- 203 – С 8-12.

Вступна частина

Мета заняття

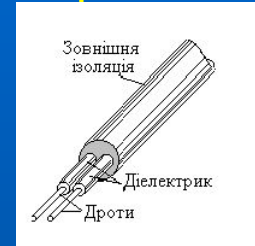
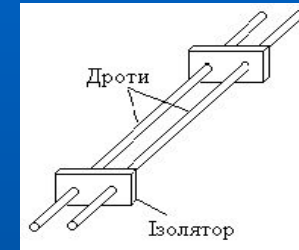
1. Розглянути методику розрахунку кіл з розподіленими параметрами частотних

- Коли говорять про лінії з розподіленими параметрами, то зазвичай цей термін зв'язують з потужними лініями передачі електричної енергії на великі відстані, з телефонними й телеграфними повітряними та кабельними лініями, із рейковими лініями автоблокування на залізничному транспорті, з антенами в радіотехніці і тощо.
- Але і звичайна індуктивна котушка практично становить лінію з розподіленими параметрами на частотах порядку декількох мегагерц. Між кожними двома сусідніми витками котушки є ємність. Крім того, між кожним витком і корпусом приладу (землею) є ємність. Якщо по котушці протікає змінний струм, то через ємність між витками та ємність на землю також потече струм. Струм через ємності прямо пропорційний частоті змінного струму. При низькій частоті струм ємності несутірний порівняно зі струмами через витки котушки.

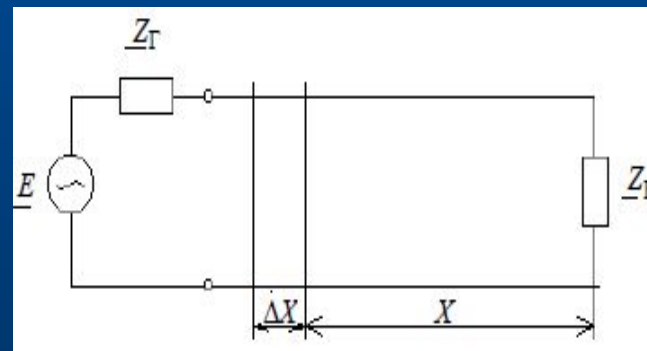
- У лініях електропередачі невеликої довжини при частоті 50 Гц і напругах до 35 кВ можна знехтувати струмами, обумовленими ємністю між проводами (струмами зсуву) і провідністю ізоляції (струмами витоку через гірлянди ізоляторів і струмами, обумовленими коронними електричними розрядами поблизу поверхні проводів). При великих напругах, що зустрічаються в електроенергетиці, і при великих частотах, з якими має справу електрозв'язок, а також при значній довжині ліній зневажати струмами зсуву і витоку не можна. Отже, струм у проводах не однаковий у різних перетинах лінії.



Основні визначення щодо теорії кіл з розподіленими параметрами



Електричними колами (лініями) з розподіленими параметрами називають такі кола, у яких струм і напруга безперервно змінюються при переході від однієї точки (перетину) лінії до іншої, сусідньої точки



1.1 Специфікація кіл з розподіленими параметрами

До систем з розподіленими параметрами відносяться

в радіотехніці це :

- телефонні й телеграфні повітряні та кабельні лінії;
- радіохвилеводні системи (хвилеводи, коксиали, полоскові лінії ...), антени;
- лінії, заповнені феритом;
- параметричні підсилювачі біжучої хвилі на основі ліній з сегнетоелектриком

в силовій електротехніці (техніка великої потужності) :

- потужні лінії передачі електричної енергії на великі відстані (ЛЕП);
- рейковими лініями автоблокування на залізничному транспорті;
- Обмотки трансформаторів;
- тощо.

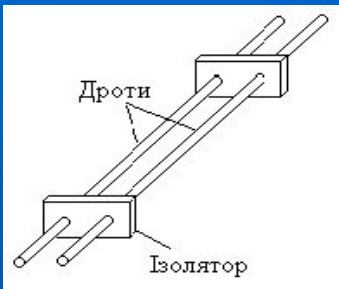
До нелінійних кіл і систем з розподіленими параметрами відносяться також:

високочастотні пристрої електронної техніки:

- лампи біжучої і оберненої хвилі;
- деякі типи плазмових пристроїв;
- квантові параметричні підсилювачі;
- напівпровідникові і надпровідні тунельні діоди та інші.

Загальна відмінність для всіх параметричних кіл: **Геометричні розміри кола набагато менші порівняно з довжиною хвилі електромагнітної хвилі, що розповсюджується в ньому**

$$\lambda_{\max} < 0,01\lambda$$



Повітряні (відкриті) двхпровідні лінії складаються з двох паралельних мідних, бронзових бо алюмінієвих дротів діаметром 1–6 мм, закріплених на ізолюючих розпорках, які фіксують взаємне розташування дротів (рис. 1).



Ізольована лінія відрізняється від повітряної тим, що її дроти вкриті високо частотним діелектриком (рис. 2.), який захищений від механічних пошкоджень зовнішньою ізоляцією (резиною).



Екранована лінія (двохпровідний кабель) відрізняється від ізольованої лінії наявністю екрана (рис. 3) – мідної гнучкої оплітки або свинцевої оболонки.



Коаксиальна лінія складається з зовнішнього та внутрішнього дротів, що розташовані коаксиально (рис. 1,).

Друге навчальне питання

Рівняння однорідної лінії передачі

Повний аналіз будь-яких електромагнітних систем повинен зводитися до розрахунку векторів електромагнітного поля, наприклад \mathbf{E} , у кожній точці простору \mathbf{r} у будь-який момент часу. Однак довести до кінця розв'язок системи рівнянь Максвелла вдається лише для систем із досить простою геометричною конфігурацією. \mathbf{E} \mathbf{H}

У ряді випадків усі необхідні для практики відомості про властивості електромагнітних систем і пристроїв уміщені в оцінках потужності, яка передається між окремими точками системи. Таку інформацію можна отримати не застосовуючи методи електродинаміки.

Якщо в складі системи можна виділити ті області простору, у яких сконцентрований переважно один із видів енергії, у разі наближеного розгляду кіл виділяють клас квазістаціонарних електричних кіл. Наприклад, конденсатор концентрує енергію електричного поля, а котушка – магнітного, у резисторі відбувається процес перетворення електромагнітної енергії на теплову, у джерелах (генераторах) енергія неелектромагнітного походження трансформується на енергію електромагнітного поля.

Електромагнітні системи, щодо яких неможливо застосувати умови квазістаціонарності, називають хвильовими (або системами з розподіленими параметрами). Історично першим об'єктом вивчення стала лінія передачі, утворена двома паралельними провідниками, за умови, що довжина лінії порівнянна з довжиною хвилі. Такі лінії передачі назвали довгими.

Відрізок лінії передачі будемо розглядати як квазістаціонарний чотириполюсник. Його внутрішню структуру вибираємо таку, щоб можна було врахувати:

- накопичення енергії електричного й магнітного полів;
- перетворення частини енергії на тепло, викликане опором провідників і провідністю ізоляції.

2.1 Постановка задачі розрахунку кіл з розподіленими параметрами

Струм у проводах лінії спричиняє падіння напруги в активному опорі проводів і створює змінне магнітне поле, що наводить уздовж усієї лінії ЕРС самоіндукції. Тому напруга між проводами також не залишається постійною вздовж лінії. Щоб врахувати зміну струму і напруги вздовж лінії, вважають, що кожен який завгодно малий елемент лінії має опір і індуктивність, а між проводами – провідність і ємність, тобто розглядають лінію як коло з розподіленими параметрами. Струми та напруги в цих випадках є функціями часу та відстані.

2.2 Додаткова умова.

Розглянемо двухпроводную однорідну лінію електропередачі.

Будемо вважати, що опір, індуктивність, провідність і ємність рівномірно розподілені вздовж лінії, що є деякою ідеалізацією дійсних умов (це і є визначення однорідності довгої лінії).

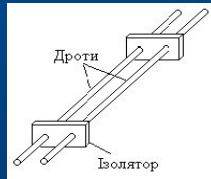
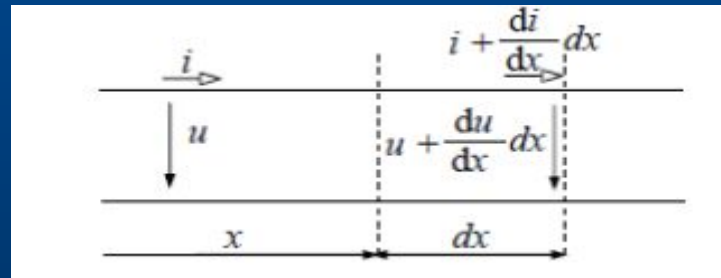
Це ідеалізована лінія враховує зміну параметрів від впливу провиса проводів і нерівномірності поверхні землі.

i і u - струм і напруга на початку ділянки,

dx - довжина елементарної ділянки,

$i + \frac{di}{dx} dx$ - струм в кінці ділянки,

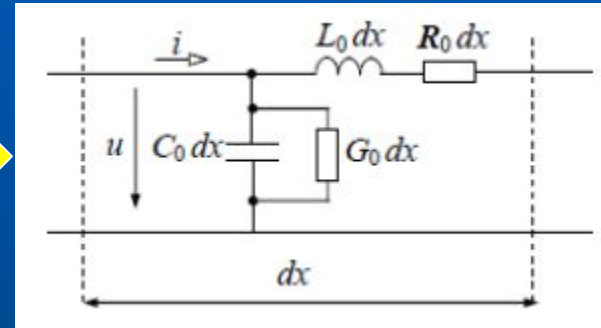
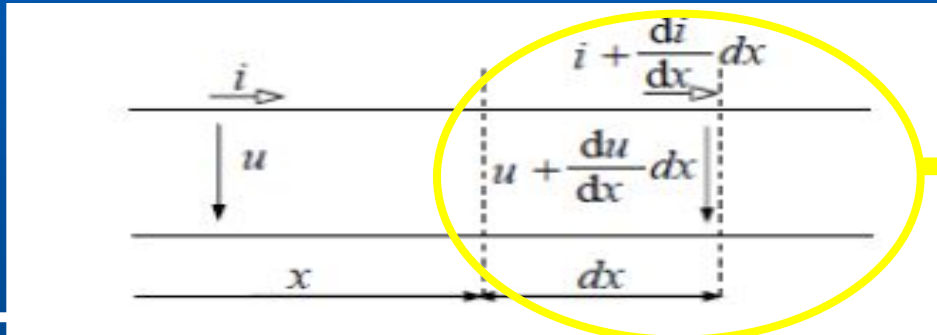
$u + \frac{du}{dx} dx$ - напруга в кінці ділянки.



- Дано: 1. Напряга і струм лінії залежать не тільки від часу, але і від просторової координати (від точки лінії): $u(x, t)$; $i(x, t)$
 2. Початок лінії – точка підключення лінії до генератора, кінець лінії – точка підключення навантаження до лінії
 3. Відлік координати x ведем від початку лінії. Вважаємо, що все навантаження зосереджена в кінці лінії, лінія не має відгалужень

Знайти: $u(x, t)$; $i(x, t)$

Рішення



Така елементарна ділянка має параметри: $C_0 dx$, $L_0 dx$, $R_0 dx$, $G_0 dx$. C_0 , L_0 , R_0 , G_0 - первинні параметри однорідної лінії, тобто

Параметри лінії на одиницю довжини. Їх вважають зазвичай відомими і постійними.

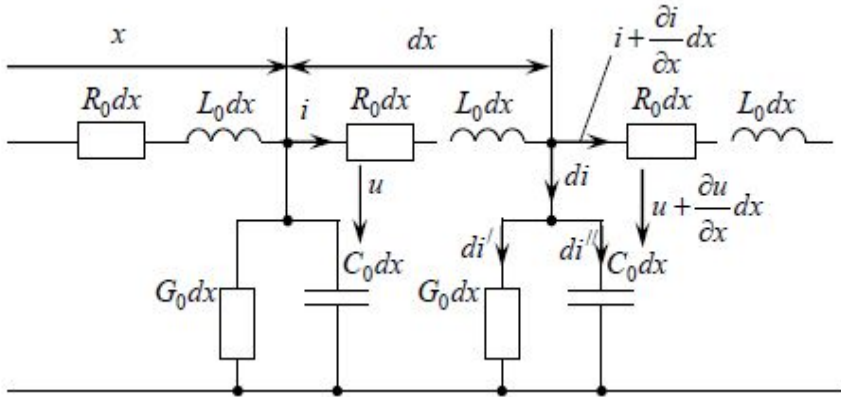
$$[R_0] = \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; [G_0] = \frac{\text{См}}{\text{км}}; [L_0] = \frac{\text{Гн}}{\text{км}}; [C_0] = \frac{\text{Ф}}{\text{км}}$$

ВИСНОВОК:

Лінію в цілому можна розглядати як симетричний чотириполюсник щодо вхідних і вихідних затискачів. Тому, слід використовувати для аналізу кіл з розподіленими параметрами як теорію електромагнітного поля так і теорію чотириполюсників.

Представлення лінії з розподіленими параметрами еквівалентною схемою(чотиреполюсником)
 Розіб'ємо лінію на ділянки завдовжки dx , де x – відстань від початку лінії. На довжині dx активний опір дорівнює $R_0 dx$, індуктивність – $L_0 dx$, провідність витоку – $G_0 dx$ і ємність – $C_0 dx$. Позначимо струм на початку виділеної ділянки лінії через i , а напругу між проводами на початку ділянки через u . Опір $R_0 dx$ і індуктивність $L_0 dx$ будемо вважати включеними в один провід.
 Струм i і напруга за умовою задачі є функціями відстані вздовж лінії x і часу t . Тому в рівняннях використані частинні похідні від $u(i)$ за часом t і за відстанню x .

Схема ділянки лінії з розподіленими параметрами



для деякого моменту t струм на початку ділянки i

$\frac{\partial i}{\partial x}$ – швидкість зміни струму в напрямку x ; $\frac{\partial i}{\partial x} dx$ – збільшення струму на шляху dx .

напруга на початку ділянки u

$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ напруга наприкінці ділянки для того самого моменту часу

Складемо:

- рівняння за другим законом Кірхгофа для замкнутого контуру, утвореного ділянкою лінії завдовжки dx , обійшовши його за годинниковою стрілкою;
- рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла 2 (рис. 1) з урахуванням напруги $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ наприкінці ділянки:

$$u - (u + \frac{\partial u}{\partial x} dx) = R_0 \cdot dx i + L_0 \cdot dx \frac{\partial i}{\partial t};$$

$$i - (i + \frac{\partial i}{\partial x} dx) = (u + \frac{\partial u}{\partial x} dx) \cdot G_0 \cdot dx + C_0 \cdot dx \frac{\partial}{\partial t} \cdot (u + \frac{\partial u}{\partial x} dx).$$

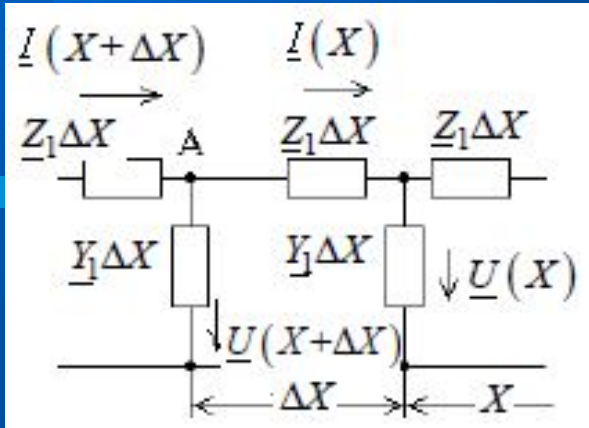
телеграфні рівняннями однорідної лінії

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases}$$

Висновок: Розв'язок системи відносно напруг і струмів можна отримати однозначно при відомих початкових і граничних умовах. Початкові умови - це значення струмів і напруг на початку або кінці лінії для моменту часу $t = 0$. Граничні умови встановлюють зв'язок між напругою і струмом на початку або кінці лінії в залежності від режиму роботи лінії.

Перевіримо чи вірно виконані розрахунки методом представлення еквівалентної схеми з'єднанням 2-х чотириполіусників

Перевіримо



Електромагнітні властивості такої лінії

характеризуються **первинними** параметрами, тобто параметрами, віднесеними до одиниці довжини лінії:

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 - \text{погонний комплексний опір}$$

$$Y_1 = g_1 + j\omega C_1 - \text{погонна комплексна провідність}$$

$$L_1 = \frac{dL}{dx} \text{ погонна індуктивність} \quad C_1 = \frac{dC}{dx} \text{ погонна індуктивність}$$

$$R_1 = \frac{dR}{dx} \text{ погонний опір, Ом/м} \quad g_1 = \frac{dg}{dx} \text{ погонна провідність, Сим/м}$$

Комплексні амплітуди напруг і струмів відповідно на вході та виході елементарного чотириполіусника для внутрішнього контура та вузла A на основі другого та першого законів Кірхгофа, отримаємо

$$\begin{cases} \underline{U}(x + \Delta x) - \underline{U}(x) - \underline{Z}_1 \Delta x \underline{I}(x) = 0 \\ \underline{I}(x + \Delta x) - \underline{I}(x) - \underline{Y}_1 \Delta x \underline{U}(x + \Delta x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d\underline{U}}{dx} = \underline{Z}_1 \underline{I}(x), \\ \frac{d\underline{I}}{dx} = \underline{Y}_1 \underline{U}(x) \end{cases}$$

загальне рішення ДР

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{A}e^{\gamma x} + \underline{B}e^{-\gamma x}, \\ \underline{I}(x) = \underline{C}e^{\gamma x} + \underline{D}e^{-\gamma x}, \end{cases}$$

Нагадування

a – параметри (A, B, C, D)

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}I_2 + \underline{B} \\ \underline{I}_1 = \underline{C}U_2 + \underline{D}I_2 \end{cases}$$

Вторинні параметри

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{A}e^{\gamma x} + \underline{B}e^{-\gamma x}, \\ \underline{I}(x) = \underline{C}e^{\gamma x} + \underline{D}e^{-\gamma x}, \end{cases}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Y}_1} \quad \underline{\gamma} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(g_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta$$

комплексний коефіцієнт поширення.

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(g_1 + j\omega C_1)} = j\omega \sqrt{L_1 C_1} = j\beta \quad (\text{При } R_1 = 0; g_1 = 0)$$

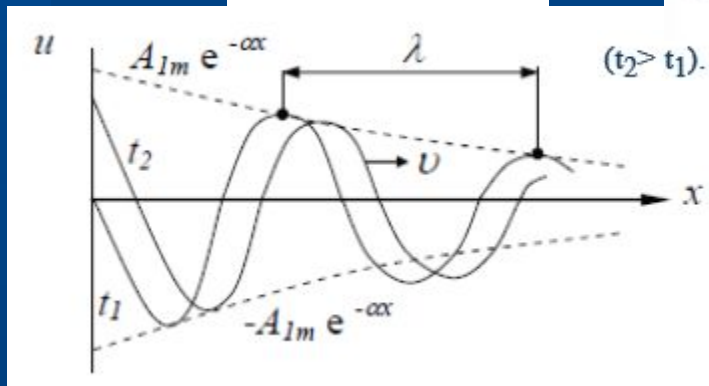
α - коефіцієнт загасання, що характеризує ступінь убування амплітуди;
 β - коефіцієнт фази, що характеризує зміну фази.

Хвилевий характеристичний опір $\left(\sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{g_1 + j\omega C_1}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \right)$

Рішення рівняння

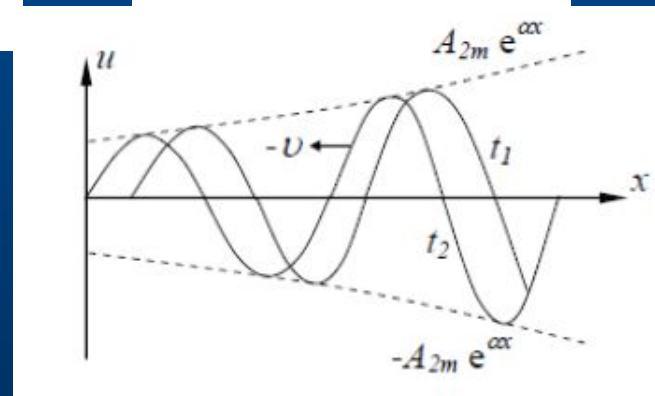
Миттєве значення напруги $u(x, t) = A_{1m} e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1) + A_{2m} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2)$

Пряма хвиля



$$v = -\frac{\omega}{\beta}$$

Зворотня хвиля



Рішення рівняння

Миттєве значення струму-

$$i(x, t) = \frac{A_{1m}}{Z_c} e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1 - \theta) - \frac{A_{2m}}{Z_c} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2 - \theta)$$

Висновки

Результуючий струм і його пряма складова збігаються за напрямком і спрямовані від початку до кінця лінії, зворотна складова спрямована від кінця до початку лінії.

Коефіцієнтом пропорційності між $U_{\text{пр}}$ і $I_{\text{пр}}$, U та I прямої і зворотної хвилі є характеристичне (хвильовий) опір кожної хвилі.

У комплексній формі можна записати

$$\frac{\dot{U}_{\text{пр.}}}{\dot{I}_{\text{пр.}}} = \underline{Z}_c; \quad \frac{\dot{U}_{\text{обр.}}}{\dot{I}_{\text{обр.}}} = \underline{Z}_c$$

Напруга і струм зрушені відносно один одного по фазі на кут θ . Потужності в колах з розподіленими параметрами для кожної хвилі визначають так само, як в колах з зосередженими параметрами.

Наприклад, комплексна потужність прямої хвилі

$$\underline{S}_{\text{пр}} = \dot{U}_{\text{пр}} \dot{I}_{\text{пр}}^* = P_{\text{пр}} + jQ_{\text{пр}} = U_{\text{пр}} I_{\text{пр}} \cos \theta + jU_{\text{пр}} I_{\text{пр}} \sin \theta$$

Активна потужність прямої хвилі

$$P_{\text{пр}} = R_c I_{\text{пр}}^2 = \frac{U_{\text{пр}}^2}{R_c}$$

Подання напруги і струмів у вигляді прямого і зворотного складових є математичний прийом, який полегшує аналіз таких кіл.

Питання для самоконтролю

1. Чим кола з розподіленими параметрами відрізняються від кіл із зосередженими параметрами?
2. Які рівняння використовують при аналізі процесів в лініях?
3. Чим частні похідні відрізняються від повних?
4. Який фізичний зміст доданків напруги в рівнянні однорідної лінії?
5. Як обчислити активну потужність?