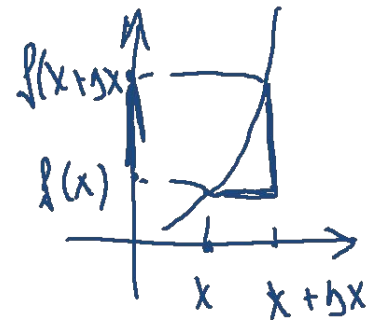


§4. Дифференцирование функции

Определение производной

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Функция $f(x)$ дифференцируема в точке x тогда и только тогда, когда существует ее производная в этой точке. При этом выражение

есть дифференциал функции.

$$df(x) = f'(x) \cdot dx$$

дифференциал
функции

дифференциал
аргумента

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$\underline{C' = 0;}$$

$$\underline{(u + v)' = u' + v';}$$

$$\underline{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}}, \text{ если } v \neq 0.$$

$$\underline{(Cu)' = Cu';}$$

$$\underline{(u \cdot v)' = u'v + uv';}$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = \underline{f[u(x)]}$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$\underline{y'_x = y'_u u'_x.}$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$\begin{aligned}
 C' &= 0; & (Cu)' &= Cu'; \\
 (u + v)' &= u' + v'; & \underbrace{(u \cdot v)'} &= u'v + uv'; \\
 \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.
 \end{aligned}$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0;$$

$$(Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{если } v \neq 0. \quad (x^2)' e^x + x^2 (e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x \cdot x(2+x)$$

Дифференцирование сложной функции $y' = (a \sin x)' = (a \sin x)' \cdot x - a \sin x \cdot x' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot x - a \sin x \cdot 1$

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где

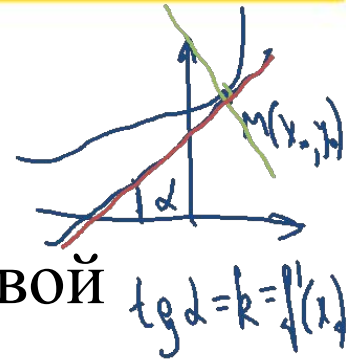
функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x = (-5 \sin x + 2x + \frac{1}{x})' \rightarrow y'(1) = -5 \sin 1 + 2 + 1 = 3 - 5 \sin 1$$

Геометрический смысл производной

Значение производной $f'(x_0)$ равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к кривой

$y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, f(x_0))$: $f'(x_0) = k_{\text{кас.}}$



— нормаль
— касательная

Уравнение касательной, проходящим через точку M_0 , имеет вид: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$. $y_0 = y(x_0)$

Нормаль – прямая, проходящая через точку касания перпендикулярно касательной. Тогда $k_{\text{норм}} = -1/k_{\text{кас.}}$.

Уравнение нормали: $y - y_0 = (-1/f'(x_0)) \cdot (x - x_0)$.

Пример. Составить уравнения нормали к линии

$y = x^3 + 3x^2 - 5$, параллельной прямой $2x - 6y + 1 = 0$.

$$k_{\text{норм}} = \frac{-1}{y'(x_0)}$$

$$y' = 3x^2 + 6x$$

$$\frac{1}{3} = \frac{-1}{3x^2 + 6x}$$

$$-3 = 3x^2 + 6x$$

$$-1 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1 = x_0$$

$$y_0 = (-1)^3 + 3(-1)^2 - 5 = -3$$

$$y + 3 = \frac{1}{3}(x + 1)$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} - 3$$

$$y = \frac{1}{3}x - 2\frac{2}{3} \text{ — уравнение нормали}$$

$$y = \frac{2x+1}{6} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$$

$$k = \frac{1}{3} \rightarrow \text{угловой}$$

коэф-т нормали

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0; \quad (Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u), u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Handwritten notes:

$$y = u^5$$

$$\ln y = \ln u^5$$

$$\left(\ln y\right)' = \left(5 \ln u\right)'$$

Правила дифференцирования

Пусть C — постоянная, а $u(x)$ и $v(x)$ — дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0; \quad (Cu)' = Cu';$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (\text{если } v \neq 0).$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(x)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = \frac{dy}{du} \cdot u'_x = \frac{1}{x-1} \ln x + \frac{\ln(x-1)}{x} / y; \quad y' = x^{\ln(x-1)} \left(\frac{\ln x}{x-1} + \frac{\ln(x-1)}{x} \right)$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$

$C' = 0$; $\ln \frac{x^2 \sqrt{x+1}}{(x-1)^3 \sqrt[5]{5x-1}}$

$(u + v)' = u' + v'$

$(Cu)' = Cu'$;
 $(u \cdot v)' = u'v + uv'$;

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, если $v \neq 0$

$\ln(x+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln(x+1)$

$\ln(x-1)^3 = 3 \ln(x-1)$

$\ln(5x-1)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \ln(5x-1)$

$(\ln y)' = \left(2 \ln x + \frac{1}{2} \ln(x+1) - 3 \ln(x-1) - \frac{1}{5} \ln(5x-1)\right)'$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, где f и u – функции, имеющие производные, то

функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$y'_x = y'_u \cdot u'_x = \frac{1}{x} + \frac{1}{2(x+1)} - \frac{3}{x-1} - \frac{1}{5(5x-1)}$

$y' = \frac{x^2 \sqrt{x+1}}{(x-1)^3 \sqrt[5]{5x-1}} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2(x+1)} - \frac{3}{x-1} - \frac{1}{5(5x-1)} \right)$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0;$$

$$(Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' y = 0; \quad (x^2)' (2 \ln x - 3) + x^2 (2 \ln(x^{-3}))' = C u';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \text{ если } v \neq 0.$$

$$= \frac{1}{2} x (2 \ln x - 3) + \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} x (2 \ln x - 3 + 1) =$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = \ln u'_x - 1 + 1 = \ln x$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0; \quad (Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u), u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x = (-1)^{n+1} (n-1)! \cdot x^{-n}$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$\begin{aligned}
 C \cdot u & \text{ или } \frac{u}{C}: & (Cu)' &= Cu'; \\
 (u + v)' &= u' + v'; & (u \cdot v)' &= u'v + uv'; \\
 \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.
 \end{aligned}$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0; \quad (e^x - e)^1 = e^x - e; \quad (Cu)' = C u'; \quad \left[\frac{1-1+\ln 1}{v} = \frac{0}{v} \right] = 0$$

$$(u + v)' = u' + v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$C' = 0$; $x > 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\cos^2 x} =$

$(u \pm v)' = u' \pm v'$; $(Cu)' = Cu'$; $x > 0$

$(u \cdot v)' = u'v + uv'$;

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, если $v \neq 0$.

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

$$(x-1)' = x' - 1' = 1 - 0 = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} = x^{-1} \\ \frac{x-1}{x} \end{array} \right.$$

Правила дифференцирования

Пусть C — постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0; \quad (u+v)' = u' + v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0. = \left[\frac{-1}{1 + \frac{1-0}{1}} \right] = -\frac{1}{2}$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

§5. Исследование функции

Проводится по следующей схеме

1. Область определения функции $D(f)$.

Множество значений функции $E(f)$.

обязательно
исследовать

2. Четность, нечетность, периодичность

$f(x)$ – четная $\Leftrightarrow \forall x, (-x) \in D(f) \quad f(-x) = f(x)$ $D(f)$ симм.

(график симметричен относительно оси Oy) относительно
нач. координат

$f(x)$ – нечетная $\Leftrightarrow \forall x, (-x) \in D(f) \quad f(-x) = -f(x)$

(график симметричен относительно начала координат)

Если ни одно условие не выполняется, то

$f(x)$ – функция общего вида.

$f(x)$ – периодическая с периодом $T \Leftrightarrow$

$$\forall x, (x-T), (x+T) \in D(f) \quad f(x) = f(x-T) = f(x+T)$$

(определяется только для тригонометрических функций)

$$\left. \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \cos x \end{array} \right\} T = 2\pi$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \operatorname{tg} x \\ y = \operatorname{ctg} x \end{array} \right\} T = \pi$$

3. Точки пересечения графика с осями координат

Пересечение с Oy существует, если $x = 0 \in D(f)$, точка пересечения $(0, f(0))$

(график пересекает Oy не более чем в одной точке).

Пересечение с Ox определяется в результате решения уравнения: $f(x) = 0$.

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$\begin{aligned}
 C' &= 0; & (Cu)' &= Cu'; \\
 (u + v)' &= u' + v'; & (u \cdot v)' &= u'v + uv'; \\
 \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.
 \end{aligned}$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0;$$

$$(Cu)' \stackrel{\lim f(x) = \infty}{\neq} C u';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

$$f = \lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u), u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0;$$

$$(Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$(uv)' = u'v + uv';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

узнаем

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$C' = 0;$$

$$(Cu)' = Cu';$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u), u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

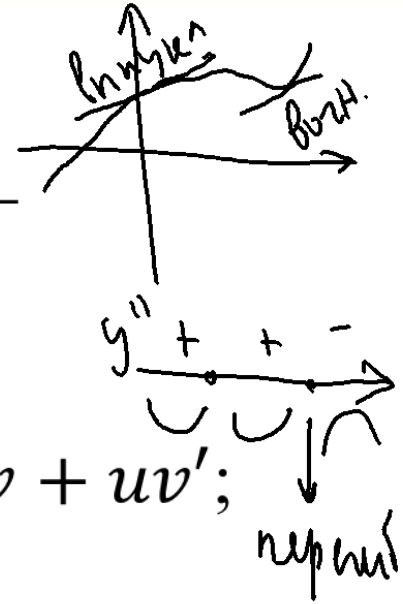
$$C' = 0;$$

$$(u + v)' = u' + v';$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

$$(Cu)' = Cu';$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv';$$



Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т. е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$

По результатам исследования строят график функции
и при необходимости находят

7.* Дополнительные точки.

Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

$$1) \text{ } C' = 0; \quad (-\infty; 0) \cup (0; +\infty) = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \quad (C \cdot u)' = C u'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv';$$

$$2) \text{ } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{если } v \neq 0; \quad y(-x) \neq y(x) \quad \text{функции обм. вида}$$

$$y(-x) \neq -y(x)$$

Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u), u = u(x)$, т.е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = f'(u) \cdot u'_x$$

Т.к. корень $(-\sqrt[3]{4}; 0)$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 0 \\ x^2 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 = -y^3 \\ x = -\sqrt[3]{y^3} \end{cases}$$

4) Асимптоты

Вертикальная: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \left[\frac{4}{0} \right] = \infty \Rightarrow x = 0$ в.ас.

Наклонная.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^3} = 1 \quad (\neq 0 \Rightarrow \text{наклонная})$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 4}{x^2} - x \right) = \left[\infty - \infty \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4 - x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2} = 0$$

$$y = kx + b \Rightarrow y = x - \text{Накл. ас.}$$

$$5) y' = \left(\frac{x^3 + 4}{x^2} \right)' = \frac{(x^3 + 4)' \cdot x^2 - (x^3 + 4) \cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{3x^2 \cdot x^2 - (x^3 + 4) \cdot 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{x(3x^3 - 2x^3 - 8)}{x^4} = \frac{x^3 - 8}{x^3}$$

$$y' = 0: \begin{cases} x^3 - 8 = 0 \\ x^3 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

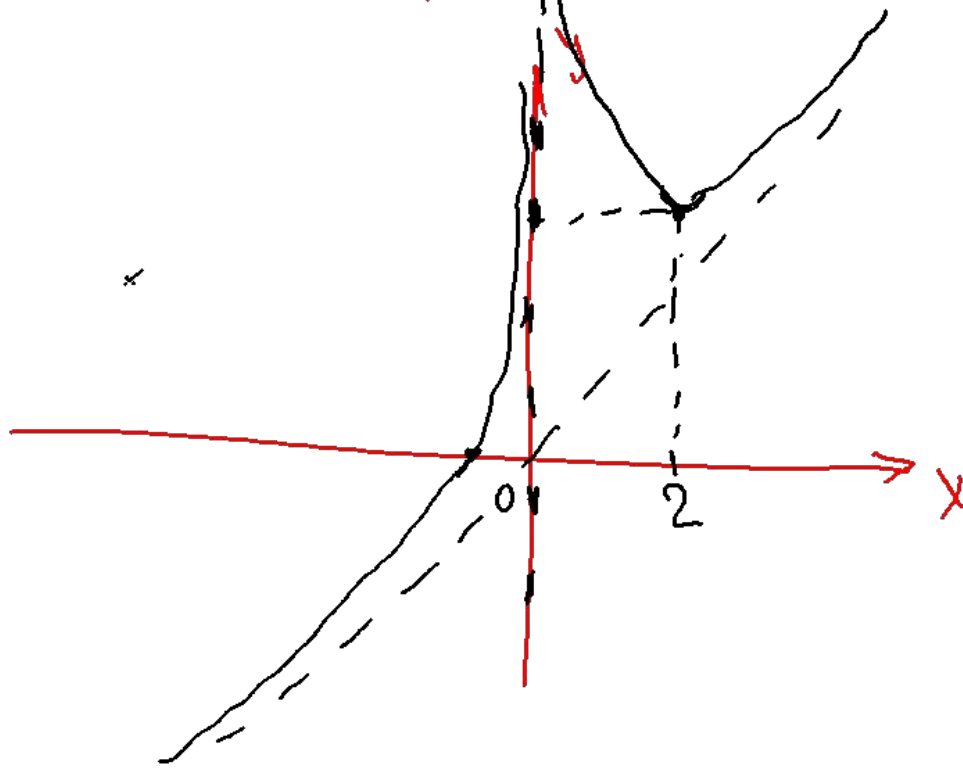
$$y(0) = ?$$

$$y(2) = \frac{2^3 + 4}{2^2} = \frac{12}{4} = 3$$

(2, 3) - min

$$6) y'' = \left(\frac{x^3 - 8}{x^3} \right)' = \left(1 - \frac{8}{x^3} \right)' = -8(x^{-3})' = 24x^{-4} = \frac{24}{x^4}$$

$y'' = 0$ Нет решений, $x \neq 0$





Правила дифференцирования

Пусть C – постоянная, $u = u(x), v = v(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда:

1) $C = 0$; $(Cu)' = Cu'$;
 2) $(u \pm v)' = u' \pm v'$; $(uv)' = u'v + uv'$;
 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, если $v \neq 0$.

3) Пересечение с Оу: $y(0) = 0$
 Дифференцирование сложной функции

Если $y = f(u)$, $u = u(x)$, т.е. $y = f[u(x)]$, где функции $f(u)$ и $u = u(x)$ имеют производные, то

$y'_x = y'_u u'_x$. $[e^{-y} = 0 - \text{нет. рам.}]$

График пересекает ось только $(0, 0)$

4) Верт. асимптоты нет
Горизонт.



$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 = k \text{ (возм. horiz. ас.)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \infty \text{ (нет ас.)}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - kx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{\text{Л.Г.}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} =$$

$$= \left[\frac{1}{\infty} \right] = 0$$

$$y = kx + b \Rightarrow y = 0 - \text{ horiz. ас. (при } x \rightarrow +\infty)$$

$$5) y' = (xe^{-x})' = x'e^{-x} + x \cdot (e^{-x})' = e^{-x} + x \cdot e^{-x} \cdot (-x)' =$$

$$= e^{-x} + x(-1)e^{-x} = e^{-x}(1-x)$$

$$y' = 0 \quad 1-x=0$$

$$x=1$$

$\begin{array}{c} y' \quad + \quad - \\ \hline y \quad \nearrow \quad \searrow \\ \quad \quad \text{max} \end{array}$

$$y(1) = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$6) y'' = (e^{-x}(1-x))' = (e^{-x})'(1-x) + e^{-x}(1-x)' =$$

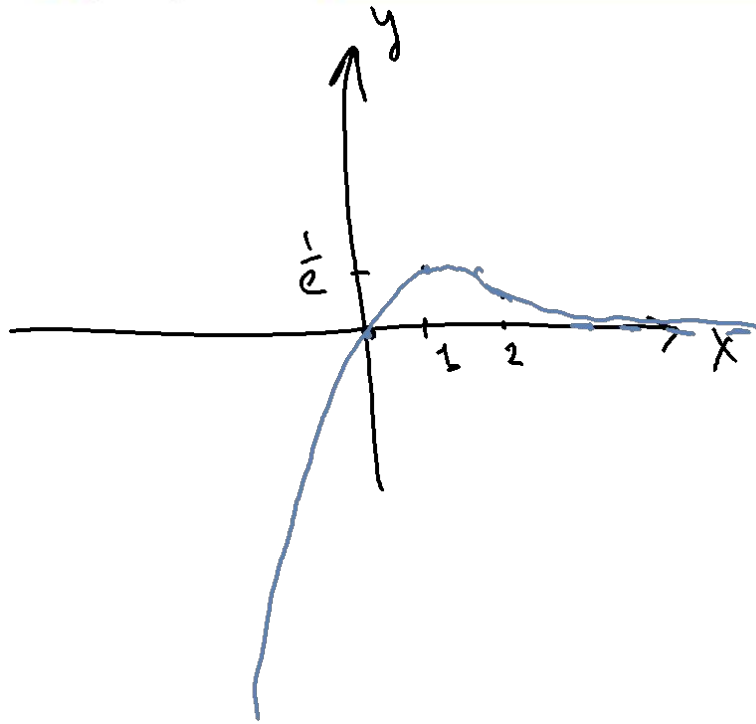
$$= -e^{-x}(1-x) + e^{-x}(-1) = -e^{-x}(1-x+1) = -e^{-x}(2-x)$$

$$y'' = 0 \quad 2-x=0$$

$$x=2$$

$\begin{array}{c} y'' \quad - \quad + \\ \hline y \quad \curvearrowright \quad \curvearrowleft \\ \quad \quad \text{min} \end{array}$

$$y(2) = 2e^{-2} = \frac{2}{e^2}$$



$$\frac{1}{e} > \frac{2}{e^2}$$

$$E = (-\infty; \frac{1}{e}]$$