

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МФЭ

- Оценка математического ожидания и дисперсии отклика в отдельных точках факторного пространства или строках плана (чаще эти оценки в ПЭ называют построчными средними Y_u и построчным дисперсиям S_u^2 .)
- Проверка однородности статического материала в целях исключения грубых промахов.
- Проверка однородности построчных дисперсии S_u^2 .
- Определение дисперсии воспроизводимости S_y^2 .
- Определение коэффициентов уравнения регрессии.
- Проверка статической значимости коэффициентов уравнения регрессии.
- Проверка адекватности модели.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОСТРОЧНЫХ СРЕДНИХ И ДИСПЕРСИЙ

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_1^n y_q}{n}.$$

$$s^2 = \frac{\sum_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n - 1},$$

где $(n - 1)$ – число степеней свободы, равное количеству опытов минус единица.

ИСКЛЮЧЕНИЕ ГРУБЫХ ОШИБОК

- Наличие резко отклоняющихся результатов (так называемых "грубых ошибок" или «промахов») недопустимо, поэтому сначала необходимо исключить их.
- Для выяснения, является ли некоторое наблюдение y_q грубой ошибкой может быть применен один из статистических критериев.

Критерий Стьюдента

$$\frac{y_q - \bar{y}}{S} = t_{\delta}.$$

Опыт считается бракованным, если вычисленное значение критерия t_p окажется по модулю больше табличного t . Значения t берутся из таблицы распределения Стьюдента.

ИСКЛЮЧЕНИЕ ГРУБЫХ ОШИБОК

$$r_{\min} = \frac{\bar{y}_u - y_{u \min}}{S_u \sqrt{(n-1)/n}}$$

$$r_{\max} = \frac{y_{u \max} - \bar{y}_u}{S_u \sqrt{(n-1)/n}}$$

где $y_{u \min}$, $y_{u \max}$ - min и max из всех полученных откликов в точке u и сравнить с табличным числом задавшись числом степеней свободы $f_u = n - 1$ и уровнем значимости

.

Проверка однородности построчных дисперсий

- Цель проверки - определить, является ли измерение отклика во всех точках **равноточными** или нет. Понятие однородности нескольких оценок дисперсий $S_1^2, S_2^2 \dots S_N^2$ означает, что все величины S_u^2 являются оценками одной и той же дисперсии S_y^2 - дисперсии **воспроизводимости**.
- В этом случае различие между оценками $S_1^2, S_2^2 \dots S_N^2$ объясняется их случайным характером.

Критерий Фишера

$$F_p = \frac{(S^2)_{\max}}{(S^2)_{\min}}$$

$$f_1 = n_1 - 1; \quad f_2 = n_2 - 1.$$

- Если $F \leq F_{таб}$, то дисперсии однородны, а измерения равноточны.

КРИТЕРИЙ КОХРЕНА

$$G_p = \frac{S_{u \max}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}$$

$$f_u = n-1$$

$$f_{\Sigma} = N.$$

Если $G_p \leq G_{кр}$, то дисперсии однородны, а измерения равноточны.

ДИСПЕРСИЯ ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ

$$S_{\hat{a}i \tilde{n}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2$$

$$S_{\hat{a}i \tilde{n}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)},$$

где $i = 1, 2, \dots, N$; $q = 1, 2, \dots, n$.

ДИСПЕРСИЯ ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ

- Величина $s_{\text{вос}} = \sqrt{S_{\text{вос}}^2}$ является оценкой СКО σ_y и носит название ошибки опыта.

Формула применима если $n > 1$. Если $n=1$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{A_{\text{шк}} \cdot K}{300} \right)^2$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{A_{\text{шк}} \cdot K}{200} \right)^2$$

- **Ашк** - предел измерения;
- **к%** - класс точности.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ b_i

- Использование МНК, являющегося основой регрессионного анализа, возможно при трех допущениях:
- Отклик подчиняется нормальному закону распределения.
- Значения y_{ui} - статистически независимы.
- Построчные дисперсии однородны.

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u \quad , \quad b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N X_{iu} \bar{y}_u \quad ;$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N X_{iu} X_{ju} \bar{y}_u \quad .$$

- С помощью указанных выражений получают статистически независимые коэффициенты b_i . Поэтому количество их в уравнении регрессии можно увеличивать по мере необходимости. Включение новых коэффициентов не изменит значений ранее вычисленных.

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ

- Расчетное значение критерия Стьюдента $t_{pi} = \frac{|b_i|}{S_{\text{вос}} / \sqrt{N \cdot n}}$
- $t_{pi} \leq t_{кр}$ - коэффициент статистически незначим и отбрасывается. $t_{кр}$ выбирается по таблицам исходя из уровня значимости α и числа степеней свободы $f_i = N(n-1)$.
- На практике обычно для сокращения объема расчетов вычисляют не все значения t_{pi} , а одно значение $b_{кр}$. Все коэффициенты b_i меньше $b_{кр}$ принимаются равными нулю.

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ



$$b_{кр} = S_{bi} \cdot t_{кр}$$

$$S_{bi}^2 = S_{\hat{a}i}^2 / N \cdot n$$

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

$$F_{\text{рас}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{вос}}^2}$$

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{n \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \tilde{y}_u)^2}{N - L}$$

L - число значимых коэффициентов уравнения регрессии.



$$F_{\text{расч}} < F_{\text{кр}}$$

$$f_{\text{ад}} = N - L$$
$$f_u = N (n - 1)$$