НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ОБРАЗОВАНИЮ И РАСКРЫТИЮ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН

Докладчик
Бобров Владимир Викторович
доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций,
кандидат технических наук

Расчет по раскрытию нормальных трещин

Пример 1. *Дано*: железобетонная плита перекрытия с размерами поперечного сечения (для половины сечения плиты) по рисунку 1; бетон класса В25 ($R_{bt,ser}$ = 1,55 МПа, $R_{b,ser}$ = 18,5 МПа, E_b = 30000 МПа); площадь сечения растянутой арматуры класса А400 A_s = 760 мм^2 (2□22); полный момент в середине пролета M = 69 кН·м; все нагрузки постоянные и длительные

Требуется произвести расчет по раскрытию нормальных трещин

Расчет по раскрытию нормальных трещин

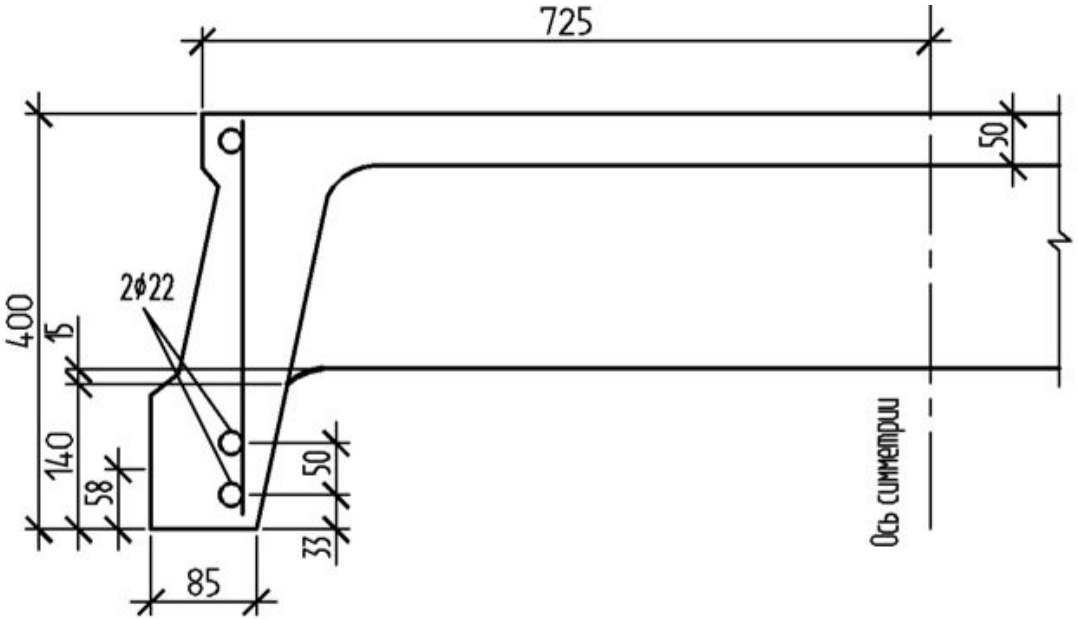

Рисунок 1

Расчет по раскрытию нормальных трещин

Расчет. Из рисунка 1 имеем: b = 85 мм, h = 400 мм, a = 58 мм, b'_f = 725 мм; h'_f = 50 мм

Определим момент образования трещин M_{crc} по формуле

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl}$$

где W_{pl} – упругопластический момент сопротивления сечения для крайней растянутой грани бетона

Расчет по раскрытию нормальных трещин

$$W_{pl} = W_{red}\gamma$$

где – коэффициент, учитывающий неупругие деформации растянутого бетона

Для этого определяем геометрические характеристики приведенного сечения при

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^4} = 6{,}67 \quad \text{и} \quad A'_s = 0$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

$$A_{red} = A + \alpha A_s = bh + (b'_f - b)h'_f + \alpha A_s =$$
$$85 \cdot 400 + (725 - 85)50 + 6{,}67 \cdot 760 = 34000 + 32000 + 5069 =$$
$$= 71069 \text{мм}^2$$

$$y_t = S_{red}/A_{red} =$$
$$[34000 \cdot 400 / 2 + 32000(400 - 50 / 2) + 5069 \cdot 58] / 71069$$
$$= 268{,}7 \text{ мм}$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

$$I_{red} = \frac{bh^3}{12} + bh(y_t - h/2)^2 + (b'_f - b)h'_f(h - h'_f/2 - y_t)^2 +$$

$$+(b'_f - b)h'^3_f/12 + \alpha A_s(y_t - a)^2 =$$

$$\frac{85 \cdot 400^3}{12} + 34000(268,7 - 200)^2 +$$

$$+\frac{640 \cdot 50^3}{12} + 32000(375 - 268,7)^2 + 5069(268,7 - 58)^2 =$$

$$= 1,207 \times 10^9 \text{ мм}^4$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{1,207 \cdot 10^9}{268,7} = 4,49 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения W_{red} на коэффициент, равный 1,30 для таврового сечения, т.е. W_{pl} = 4,49·10^6·1,3 = 5,84·10^6 мм^3

Тогда $M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl}$ = 1,55 ·5,84 ·10^6 = 9,052 ·10^6 Н·мм = 9,05 кН·м < M = 69 кН·м, т.е. трещины образуются и расчет по раскрытию трещин необходим

Расчет по раскрытию нормальных трещин

Определим напряжение в арматуре σ_s по формуле

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s}$$

где z_s – плечо внутренней пары сил, равное расстоянию от центра тяжести растянутой арматуры до точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне элемента

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 400 - 58 = 342$ мм
плечо внутренней пары сил равно $z_s = 0{,}8h_0 = 0{,}8 \cdot 342 = 273{,}6$ мм

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{69 \cdot 10^6}{273{,}6 \cdot 760} = 331{,}8 \text{ МПа}$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

Определим расстояние между трещинами l_s по формуле

$$l_s = 0{,}5\frac{A_{bt}}{A_s}d_s$$

Поскольку высота растянутого бетона, равная $y = y_t k$ = 268,7 · 0,9 = 541,8 мм > h/2 =200 мм, площадь сечения растянутого бетона принимаем равной

$$A_{bt} = b \cdot 0{,}5h = 85 \cdot 200 = 17000 \text{ мм}^2$$

Тогда

$$l_s = 0{,}5\frac{A_{bt}}{A_s}d_s = 0{,}5\frac{17000}{760}\cdot 22 = 246 \text{ мм}$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

что меньше $40d_s$ = 880 мм и меньше 400 мм, поэтому оставляем l_s = 246 мм

Значение ψ_s определим по формуле

$$\psi_s = 1 - 0,8\frac{M_{crc}}{M}$$

где M – внешний изгибающий момент, при котором определяется ширина раскрытия трещины

$$\psi_s = 1 - 0,8\frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8\frac{9,05}{69} = 0,895$$

Расчет по раскрытию нормальных трещин

Ширину продолжительного раскрытия трещин определяем по формуле

$$a_{crc,i} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_s$$

принимая φ_1 = 1,4, φ_2 = 0,5 и φ_3 = 1,0

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,895 \frac{331,8}{2 \cdot 10^5} \cdot 246 = 0,256 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин, равной $a_{crc,ult}$ = 0,3 мм

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Пример 2. *Дано*: железобетонная плита фундамента с размерами поперечного сечения h = 300 мм, b = 1150 мм; a = 42 мм;бетон класса В15 ($R_{bt,ser}$ = 1,1 МПа, $R_{b,ser}$ = 11 МПа); рабочая арматура класса А400 с площадью сечения A_s = 923 мм^2 (6□14); момент в расчетном сечении от постоянных и временных длительных нагрузок M_l = 50 кН·м, от кратковременных нагрузок M_{sh} = 25 кН·м; фундамент эксплуатируется в неагрессивных условиях (выше верхнего уровня грунтовых вод)

Требуется произвести расчет по раскрытию нормальных трещин

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Определим момент образования трещин M_{crc}

Поскольку

$$\mu = \frac{A_s}{bh} = \frac{923}{1150 \cdot 300} = 0{,}0027 < 0{,}005$$

упругий момент сопротивления W определим без учета арматуры, т.е.

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{1150 \cdot 300^2}{6} = 1{,}725 \cdot 10^7 \text{ мм}^3$$

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения W на коэффициент, равный для прямоугольного сечения – 1,30

$$W = 1{,}3 \cdot 1{,}725 \cdot 10^7 = 2{,}24 \cdot 10^7 \text{ мм}^3$$

Тогда $M_{crc} = R_{bt,ser}W = 1{,}1 \cdot 2{,}24 \cdot 10^7 = 24{,}67 \cdot 10^6$ Н · мм = 24,67 кН · м < $M = M_l + M_{sh}$ = 50 + 25 = 75 кН · м, т.е. трещины при действии полной нагрузки образуются и расчет по раскрытию трещин необходим

Предельная ширина раскрытия трещин при продолжительном раскрытии трещин равна – 0,3 мм, а при непродолжительном – 0,4 мм

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Определим напряжение в арматуре σ_s по формуле

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s}$$

где z_s – плечо внутренней пары сил, равное расстоянию от центра тяжести растянутой арматуры до точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне элемента

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 300 - 42 = 258$ мм

плечо внутренней пары сил равно $z_s = 0{,}8h_0 = 0{,}8 \cdot 258 = 206{,}4$ мм

Расчет по образованию и раскрытию трещин

При действии постоянных и временных (длительных и кратковременных) нагрузок

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{75 \cdot 10^6}{206,4 \cdot 923} = 393,7 \text{ МПа}$$

При действии постоянных и временных длительных нагрузок

$$\sigma_{sl} = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{50 \cdot 10^6}{206,4 \cdot 923} = 262,46 \text{ МПа}$$

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Для прямоугольного сечения высота растянутой зоны бетона с учетом неупругих деформаций определяется по формуле

$$y = y_t k$$

$$y = 0{,}5hk = 0{,}5 \cdot 300 \cdot 0{,}9 = 135 \text{ мм} > 2a = 2 \cdot 42 = 84 \text{ мм}$$

кроме того, $y = 135$ мм $< 0{,}5h = 150$ мм, поэтому оставляем $y = 135$ мм

тогда $A_{bt} = by = 1150 \cdot 135 = 155250$ мм^2

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Определим расстояние между трещинами l_s по формуле

$$l_s = 0{,}5\frac{A_{bt}}{A_s}d_s$$

$$l_s = 0{,}5\frac{A_{bt}}{A_s}d_s = 0{,}5\frac{155250}{923}14 = 1177 \text{ мм},$$

что больше $40d_s = 40 \cdot 14 = 560$ мм и более 400 мм, поэтому принимаем $l_s = 400$ мм

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Значение ψ_s определим по формуле

$$\psi_s = 1 - 0,8\frac{M_{crc}}{M}$$

где *M* – внешний изгибающий момент, при котором определяется ширина раскрытия трещины

$$\psi_s = 1 - 0,8\frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8\frac{24,67}{75} = 0,737$$

$$\psi_{sl} = 1 - 0,8\frac{M_{crc}}{M_l} = 1 - 0,8\frac{24,67}{50,0} = 0,605$$

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Ширину продолжительного раскрытия трещин определяем по формуле

$$a_{crc,i} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_s$$

принимая φ_1 = 1,4, φ_2 = 0,5 и φ_3 = 1,0

$$a_{crc1} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_{sl} \frac{\sigma_{sl}}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,605 \frac{262,46}{2 \cdot 10^5} \cdot 400$$ = 0,222 мм < 0,3 мм,

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Определим ширину раскрытия трещин a_{crc2} при $\square_1$ = 1,0, $\square_2$ = 0,5 и $\square_3$ = 1

$$a_{crc2} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_l \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,0 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,737 \frac{393,7}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,290 \text{ мм}$$

Определим ширину раскрытия трещин a_{crc3} при $\square_1$ = 1,0, $\square_2$ = 0,5 и $\square_3$ = 1

$$a_{crc3} = 1,0 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,605 \frac{262,46}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,159 \text{ мм}$$

Расчет по образованию и раскрытию трещин

Определим полную ширину раскрытия по формуле

$$a_{crc} = a_{crc1} + a_{crc2} - a_{crc3}$$

a_{crc} = 0,222 +0,290 – 0,159 = 0,353 < 0,4 мм

Условие трещиностойкости выполнено

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!