



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ОБРАЗОВАНИЮ И РАСКРЫТИЮ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН

Докладчик

**Бобров Владимир Викторович**

доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций,  
кандидат технических наук

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



**Пример 1.** *Дано:* железобетонная плита перекрытия с размерами поперечного сечения (для половины сечения плиты) по рисунку 1; бетон класса В25 ( $R_{bt,ser} = 1,55$  МПа,  $R_{b,ser} = 18,5$  МПа,  $E_b = 30000$  МПа); площадь сечения растянутой арматуры класса А400  $A_s = 760$  мм<sup>2</sup> (2□22); полный момент в середине пролета  $M = 69$  кН·м; все нагрузки постоянные и длительные

**Требуется** произвести расчет по раскрытию нормальных трещин

# Расчет по раскрытию нормальных трещин

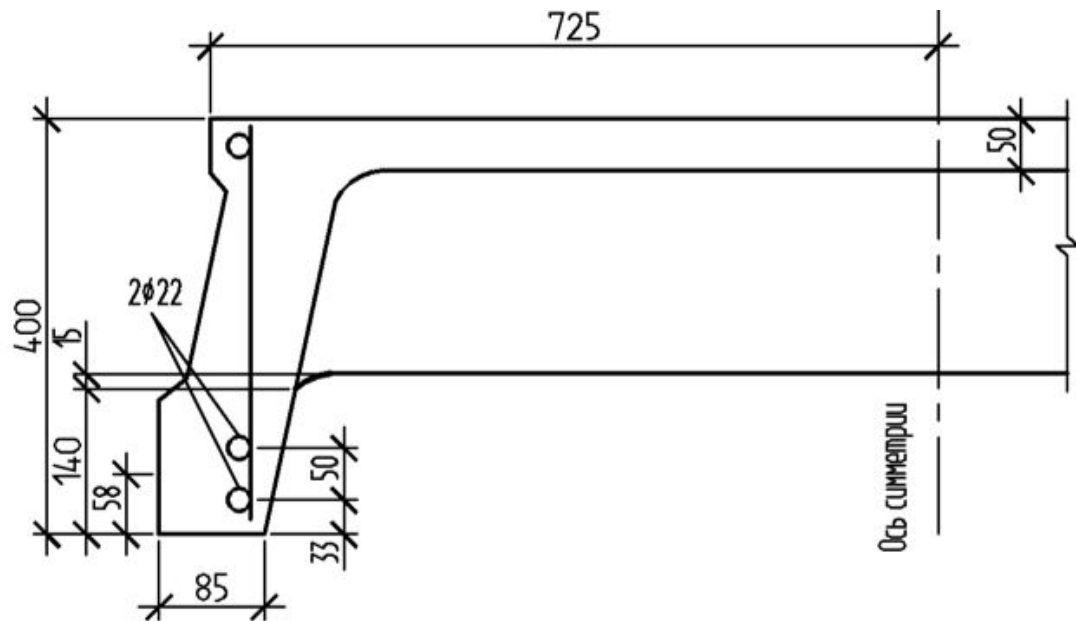


Рисунок 1

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



Расчет. Из рисунка 1 имеем:  $b = 85$  мм,  $h = 400$  мм,  $a = 58$  мм,  $b'_f = 725$  мм;  $h'_f = 50$  мм

Определим момент образования трещин  $M_{crc}$  по формуле

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl}$$

где  $W_{pl}$  – упругопластический момент сопротивления сечения для крайней растянутой грани бетона

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



$$W_{pl} = W_{red} \gamma$$

где  $\gamma$  – коэффициент, учитывающий неупругие деформации растянутого бетона

Для этого определяем геометрические характеристики приведенного сечения при

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^4} = 6,67 \quad \text{и} \quad A'_s = 0$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



$$\begin{aligned} A_{red} &= A + \alpha A_s = bh + (b'_f - b)h'_f + \alpha A_s = \\ &85 \cdot 400 + (725 - 85)50 + 6,67 \cdot 760 = 34000 + 32000 + 5069 = \\ &= 71069 \text{ мм}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_t &= S_{red} / A_{red} = \\ &[ 34000 \cdot 400 / 2 + 32000(400 - 50 / 2) + 5069 \cdot 58 ] / 71069 \\ &= 268,7 \text{ мм} \end{aligned}$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин

$$\begin{aligned} I_{red} &= \frac{bh^3}{12} + bh(y_t - h/2)^2 + (b'_f - b)h'_f(h - h'_f/2 - y_t)^2 + \\ &\quad + (b'_f - b)h'^3_f/12 + \alpha A_s(y_t - a)^2 = \\ &\quad \frac{85 \cdot 400^3}{12} + 34000(268,7 - 200)^2 + \\ &\quad + \frac{640 \cdot 50^3}{12} + 32000(375 - 268,7)^2 + 5069(268,7 - 58)^2 = \\ &= 1,207 \times 10^9 \text{ мм}^4 \end{aligned}$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{1,207 \cdot 10^9}{268,7} = 4,49 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения  $W_{red}$  на коэффициент, равный 1,30 для таврового сечения, т.е.  $W_{pl} = 4,49 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 5,84 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$

Тогда  $M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl} = 1,55 \cdot 5,84 \cdot 10^6 = 9,052 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 9,05 \text{ кН} \cdot \text{м} < M = 69 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , т.е. трещины образуются и расчет по раскрытию трещин необходим



# Расчет по раскрытию нормальных трещин



Определим напряжение в арматуре  $\sigma_s$  по формуле

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s}$$

где  $z_s$  – плечо внутренней пары сил, равное расстоянию от центра тяжести растянутой арматуры до точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне элемента

Рабочая высота сечения  $h_0 = h - a = 400 - 58 = 342$  мм

плечо внутренней пары сил равно  $z_s = 0,8h_0 = 0,8 \cdot 342 = 273,6$  мм

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{69 \cdot 10^6}{273,6 \cdot 760} = 331,8 \text{ МПа}$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



Определим расстояние между трещинами  $l_s$  по формуле

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s$$

Поскольку высота растянутого бетона, равная  $y = y_t k = 268,7 \cdot 0,9 = 541,8$  мм  $>$   $h/2 = 200$  мм, площадь сечения растянутого бетона принимаем равной

$$A_{bt} = b \cdot 0,5h = 85 \cdot 200 = 17000 \text{ мм}^2$$

Тогда

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{17000}{760} \cdot 22 = 246 \text{ мм}$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин



что меньше  $40d_s = 880$  мм и меньше 400 мм, поэтому оставляем  $l_s = 246$  мм

Значение  $\psi_s$  определим по формуле

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M}$$

где  $M$  – внешний изгибающий момент, при котором определяется ширина раскрытия трещины

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8 \frac{9,05}{69} = 0,895$$

# Расчет по раскрытию нормальных трещин

Ширину продолжительного раскрытия трещин определяем по формуле

$$a_{crc,i} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_s$$

принимая  $\varphi_1 = 1,4$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1,0$

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,895 \frac{331,8}{2 \cdot 10^5} \cdot 246 = 0,256 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин, равной  $a_{crc,ult} = 0,3 \text{ мм}$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



**Пример 2.** Дано: железобетонная плита фундамента с размерами поперечного сечения  $h = 300$  мм,  $b = 1150$  мм;  $a = 42$  мм; бетон класса В15 ( $R_{bt,ser} = 1,1$  МПа,  $R_{b,ser} = 11$  МПа); рабочая арматура класса А400 с площадью сечения  $A_s = 923$  мм<sup>2</sup> (6□14); момент в расчетном сечении от постоянных и временных длительных нагрузок  $M_l = 50$  кН·м, от кратковременных нагрузок  $M_{sh} = 25$  кН·м; фундамент эксплуатируется в неагрессивных условиях (выше верхнего уровня грунтовых вод)

**Требуется** произвести расчет по раскрытию нормальных трещин

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Определим момент образования трещин  $M_{crc}$

Поскольку

$$\mu = \frac{A_s}{bh} = \frac{923}{1150 \cdot 300} = 0,0027 < 0,005$$

упругий момент сопротивления  $W$  определим без учета арматуры, т.е.

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{1150 \cdot 300^2}{6} = 1,725 \cdot 10^7 \text{ мм}^3$$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения  $W$  на коэффициент, равный для прямоугольного сечения – 1,30

$$W = 1,3 \cdot 1,725 \cdot 10^7 = 2,24 \cdot 10^7 \text{ мм}^3$$

Тогда  $M_{crc} = R_{bt,ser} W = 1,1 \cdot 2,24 \cdot 10^7 = 24,67 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 24,67 \text{ кН} \cdot \text{м} < M = M_l + M_{sh} = 50 + 25 = 75 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , т.е. трещины при действии полной нагрузки образуются и расчет по раскрытию трещин необходим

Предельная ширина раскрытия трещин при продолжительном раскрытии трещин равна – 0,3 мм, а при непродолжительном – 0,4 мм

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Определим напряжение в арматуре  $\sigma_s$  по формуле

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s}$$

где  $z_s$  – плечо внутренней пары сил, равное расстоянию от центра тяжести растянутой арматуры до точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне элемента

Рабочая высота сечения  $h_0 = h - a = 300 - 42 = 258$  мм

плечо внутренней пары сил равно  $z_s = 0,8h_0 = 0,8 \cdot 258 = 206,4$  мм



# Расчет по образованию и раскрытию трещин



При действии постоянных и временных (длительных и кратковременных) нагрузок

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{75 \cdot 10^6}{206,4 \cdot 923} = 393,7 \text{ МПа}$$

При действии постоянных и временных длительных нагрузок

$$\sigma_{sl} = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{50 \cdot 10^6}{206,4 \cdot 923} = 262,46 \text{ МПа}$$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Для прямоугольного сечения высота растянутой зоны бетона с учетом неупругих деформаций определяется по формуле

$$y = y_i k$$

$$y = 0,5hk = 0,5 \cdot 300 \cdot 0,9 = 135 \text{ мм} > 2a = 2 \cdot 42 = 84 \text{ мм}$$

кроме того,  $y = 135 \text{ мм} < 0,5h = 150 \text{ мм}$ , поэтому оставляем  $y = 135 \text{ мм}$

$$\text{тогда } A_{bt} = by = 1150 \cdot 135 = 155250 \text{ мм}^2$$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Определим расстояние между трещинами  $l_s$  по формуле

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s$$

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{155250}{923} 14 = 1177 \text{ мм},$$

что больше  $40d_s = 40 \cdot 14 = 560$  мм и более 400 мм, поэтому принимаем  $l_s = 400$  мм

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Значение  $\psi_s$  определим по формуле

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M}$$

где  $M$  – внешний изгибающий момент, при котором определяется ширина раскрытия трещины

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8 \frac{24,67}{75} = 0,737$$

$$\psi_{sl} = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M_l} = 1 - 0,8 \frac{24,67}{50,0} = 0,605$$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Ширину продолжительного раскрытия трещин определяем по формуле

$$a_{crcl} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_s$$

принимая  $\varphi_1 = 1,4$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1,0$

$$a_{crcl} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_{sl} \frac{\sigma_{sl}}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,605 \frac{262,46}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,222 \text{ мм} < 0,3 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Определим ширину раскрытия трещин  $a_{crc2}$  при  $\varphi_1 = 1,0$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1$

$$a_{crc2} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_l \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,0 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,737 \frac{393,7}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,290 \text{ мм}$$

Определим ширину раскрытия трещин  $a_{crc3}$  при  $\varphi_1 = 1,0$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1$

$$a_{crc3} = 1,0 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,605 \frac{262,46}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,159 \text{ мм}$$

# Расчет по образованию и раскрытию трещин



Определим полную ширину раскрытия по формуле

$$a_{crc} = a_{crc1} + a_{crc2} - a_{crc3}$$

$$a_{crc} = 0,222 + 0,290 - 0,159 = 0,353 < 0,4 \text{ мм}$$

**Условие трещиностойкости выполнено**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**