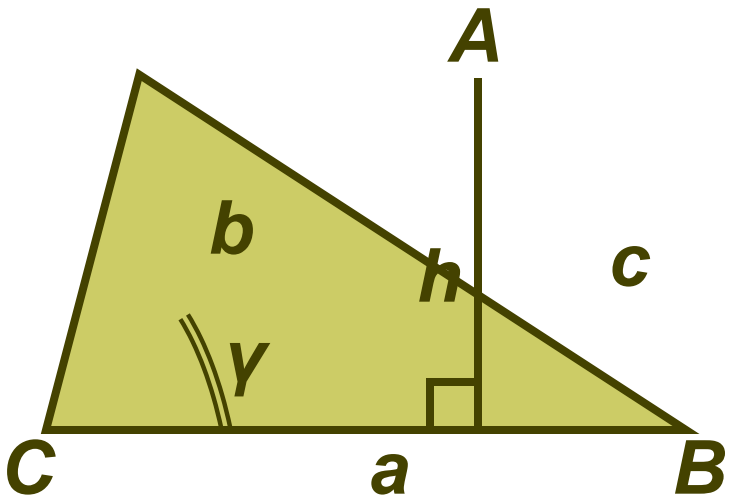
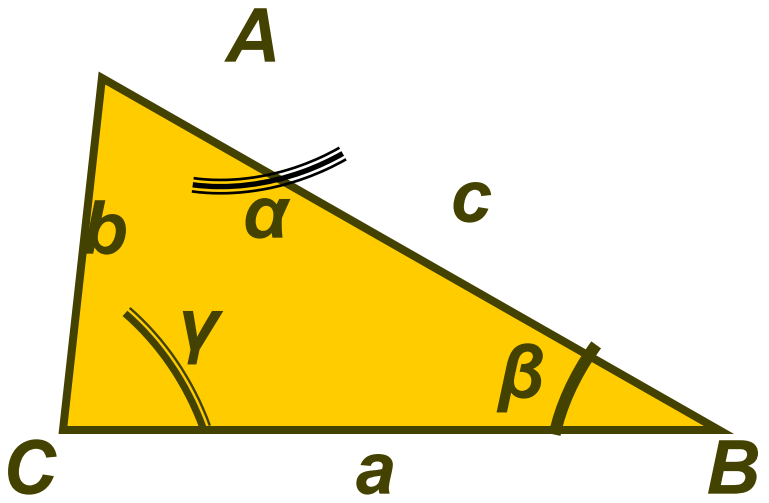
Решение треугольников



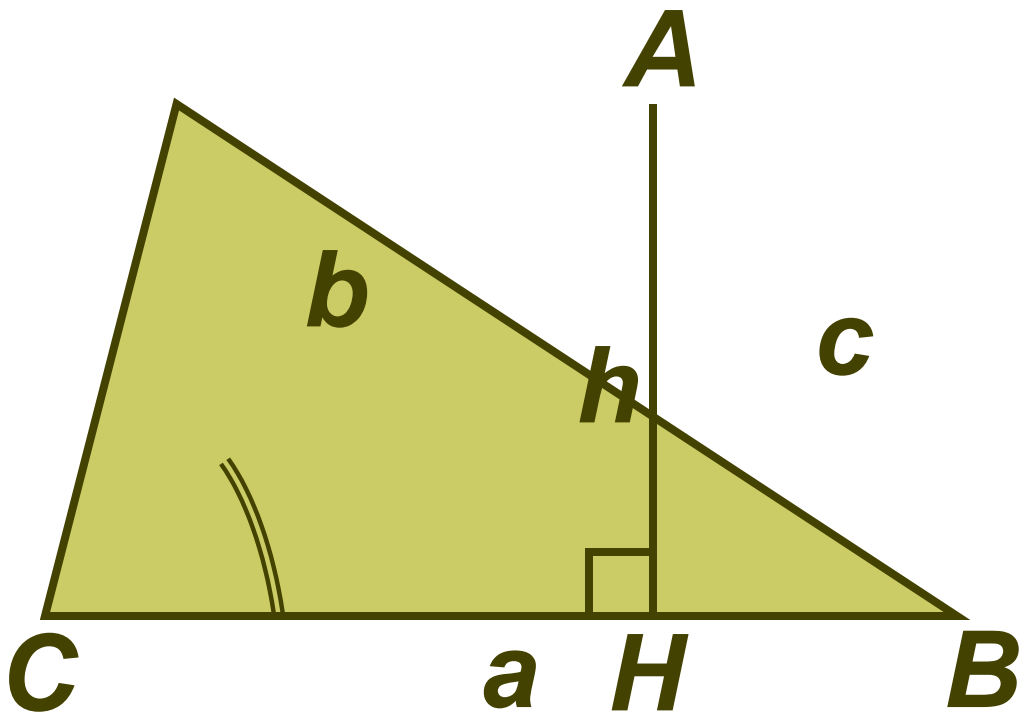


Содержание

- Теорема о площади треугольника
- Теорема синусов
- Теорема косинусов
- Задача № 1
- Задача № 2
- Задача № 3
- Решение задач

Теорема о площади треугольника

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними



Дано: ΔABC

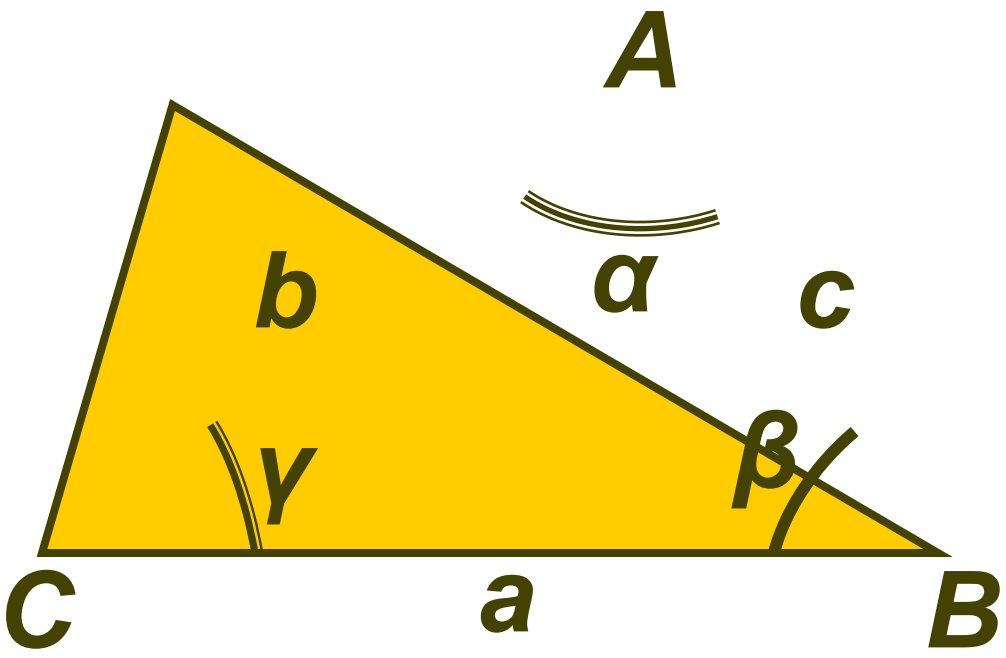
Доказать:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Доказательство:

Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов



Дано: ΔABC

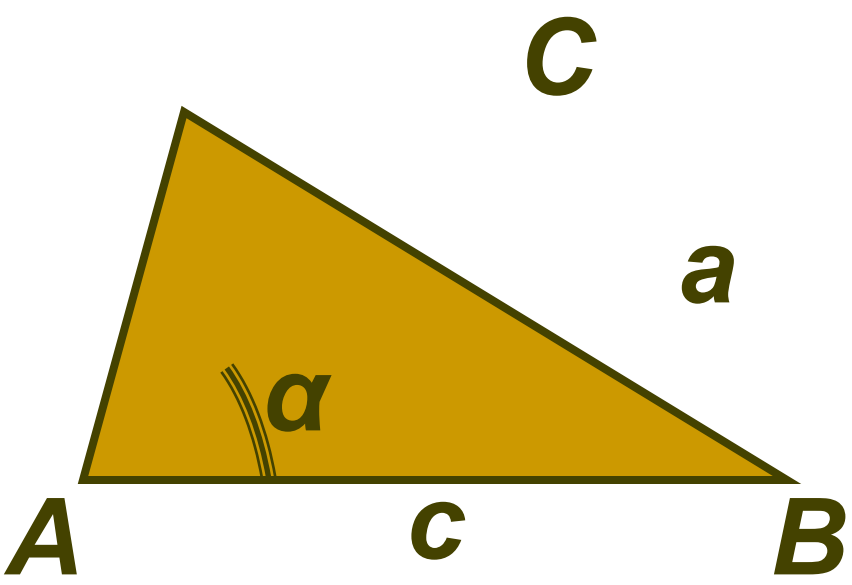
Доказать:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Доказательство:

Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



Дано: ΔABC

Доказать:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

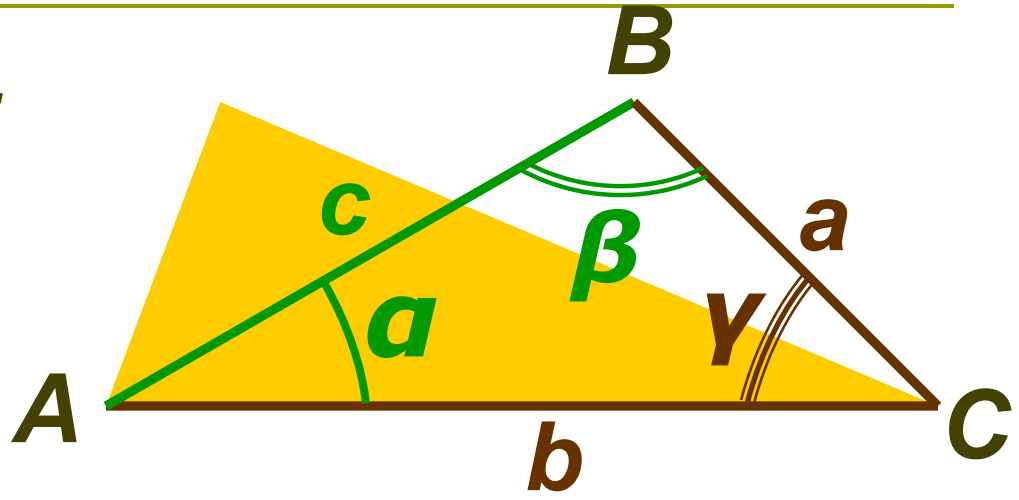
Доказательство:

Задача № 1 Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Дано: ΔABC, a, b, γ.

Найти: c, α, β.

Решение:



1. По теореме косинусов $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$.
   Откуда $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$.

2. По теореме косинусов $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

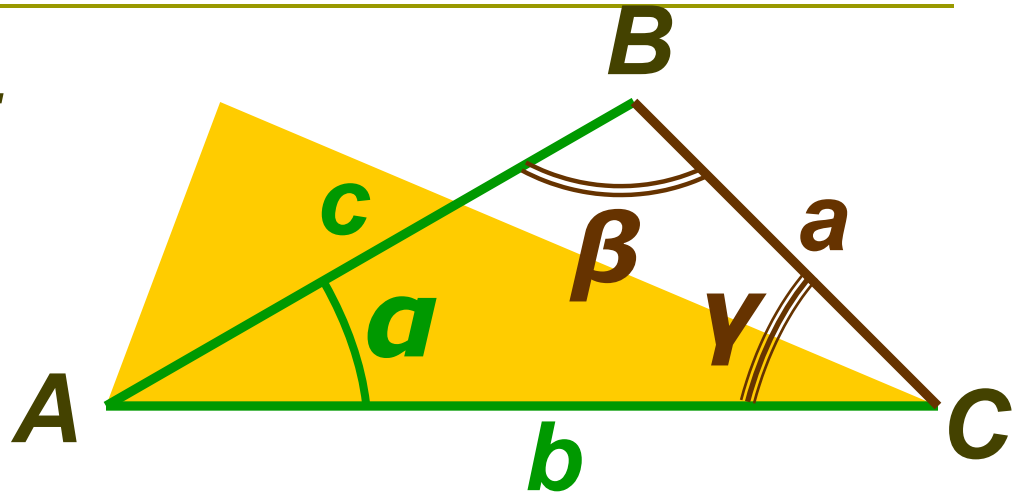
3. $\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$.

Задача № 2 Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

Дано: ΔABC, a, β, γ.

Найти: b, c, α.

Решение:



1. $\alpha = 180^o - \beta - \gamma$.

2. По теореме синусов: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

$$b = a \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}; \quad c = a \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

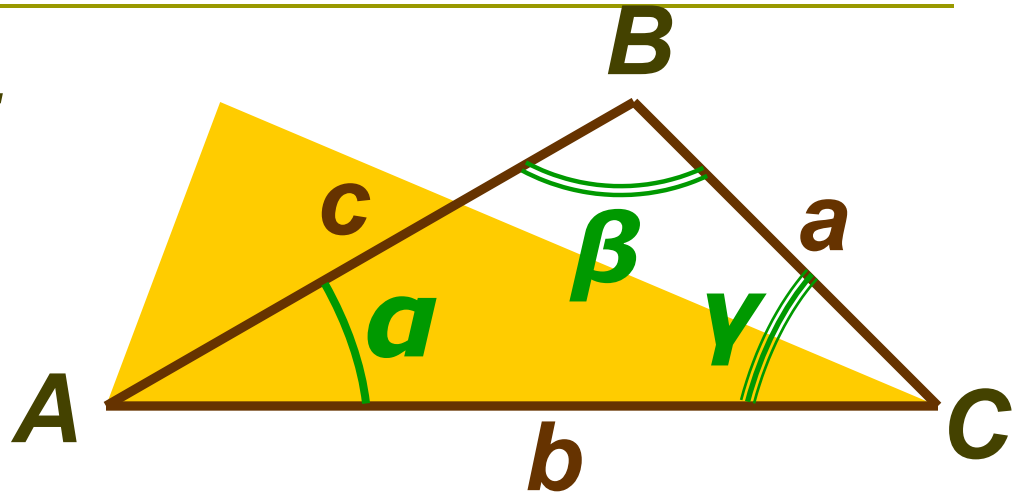
Задача № 3

Решение треугольника по трем сторонам

Дано: ΔABC, a, b, c.

Найти: α, β, γ.

Решение:



1. По теореме косинусов: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.
2. Откуда $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
3. Аналогично, $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
4. $\gamma = 180^o - \alpha - \beta$

Вариант 1

1. Две стороны треугольника равны соответственно 1 см и $\sqrt{18}$ см, а угол между ними составляет 135°. Найдите третью сторону треугольника.
2. В треугольнике ABC $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$, $ACC = \sqrt{6}$ см. Найдите сторону BC.
3. Большая диагональ и большая сторона параллелограмма соответственно равны $\sqrt{19}$ см и $2\sqrt{3}$ см, а его острый угол составляет 30°. Найдите меньшую сторону параллелограмма.
4. В равнобокой трапеции ABCD с основаниями AD и BC. $BC = 4$ см, $\angle BDC = 30°$, $\angle BDA = 45°$. Найдите радиус окружности, описанной вокруг трапеции, и ее боковую сторону.

Домашнее задание

Вариант 2

1. Две стороны треугольника равны соответственно 3 см и 8 см, а угол между ними составляет 60°. Найдите третью сторону треугольника.
2. В остроугольном треугольнике ABC: $AB = \sqrt{3}$ см, $BC = \sqrt{2}$ см, $\angle A = 45°$. Найдите угол C.
3. Большая диагональ параллелограмма равняется $\sqrt{3}$ см и образует со сторонами углы, которые равняются соответственно 15° и 45°. Найдите большую сторону параллелограмма.
4. Стороны треугольника равны 16 см, 18 см и 26 см. Найдите медиану, проведенную к большей стороне треугольника.