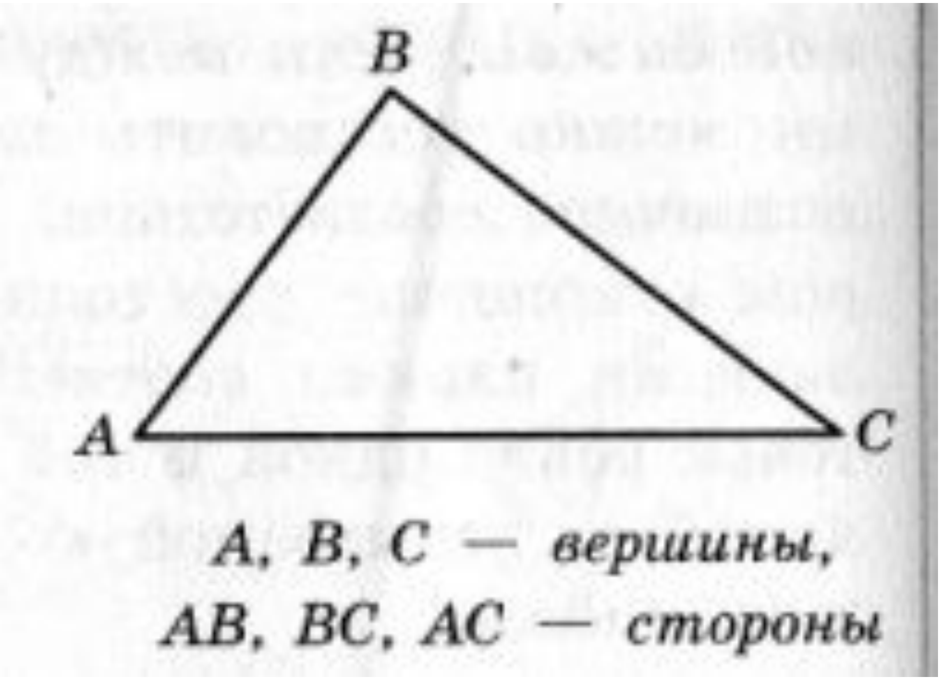
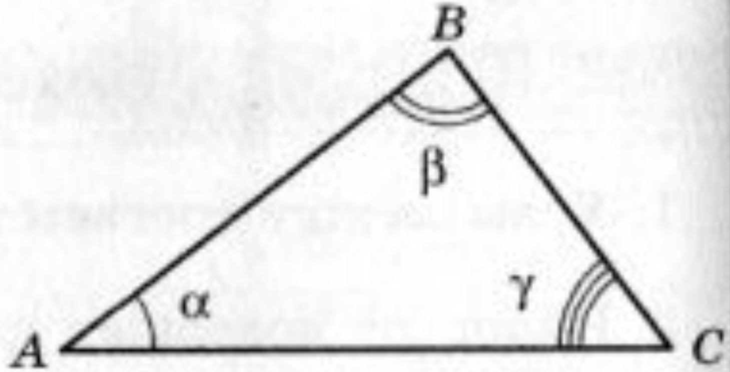
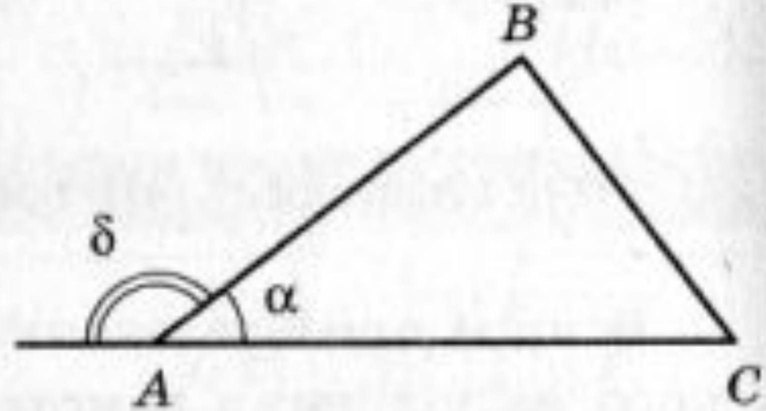
# Треугольники.
# Основные определения

Треугольник – фигура, которая состоит из трех точек, не лежащих на одной прямой (вершин треугольника), и трех отрезков с концами в этих точках ( сторон треугольника).



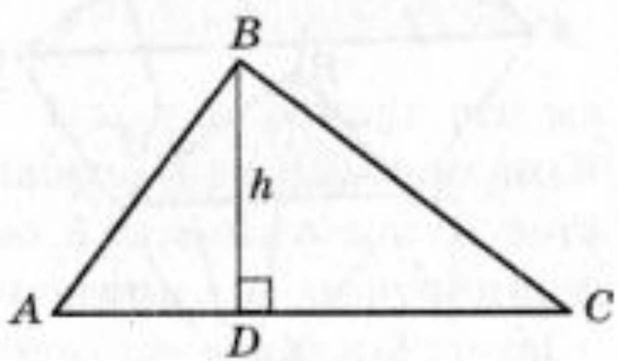



α, β, γ — *углы треугольника*

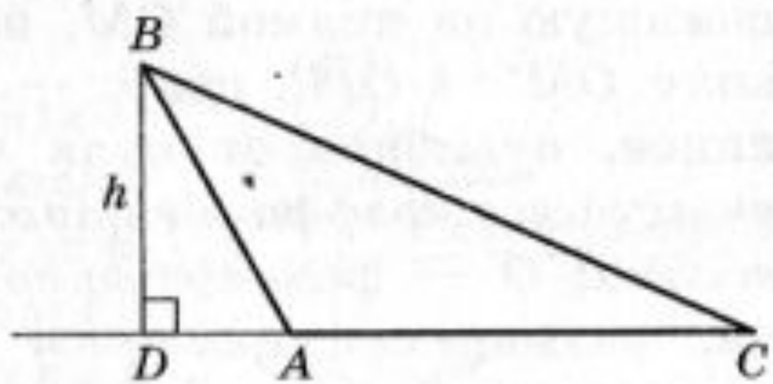



δ — *внешний угол*

Высотой треугольника называется перпендикуляр(90 градусов) опущенный из какой-либо вершины треугольника на противоположную сторону или на продолжение стороны.

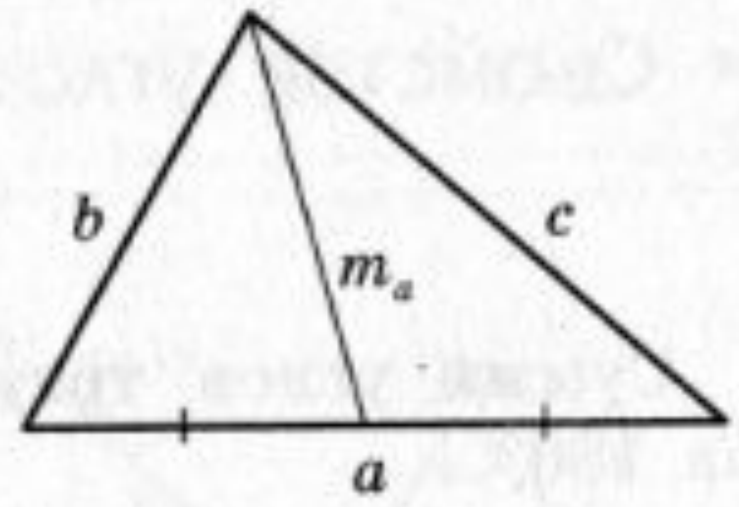



$BD = h$ — *высота, проведенная к стороне AC*



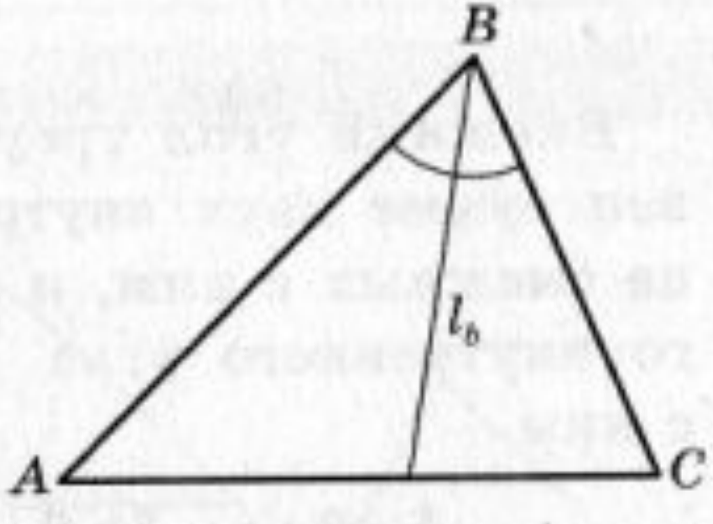

$BD = h$ — *высота, проведенная к продолжению стороны AC*

**Медианой** треугольника называется отрезок прямой, соединяющий вершину треугольника с **серединой** противоположной стороны



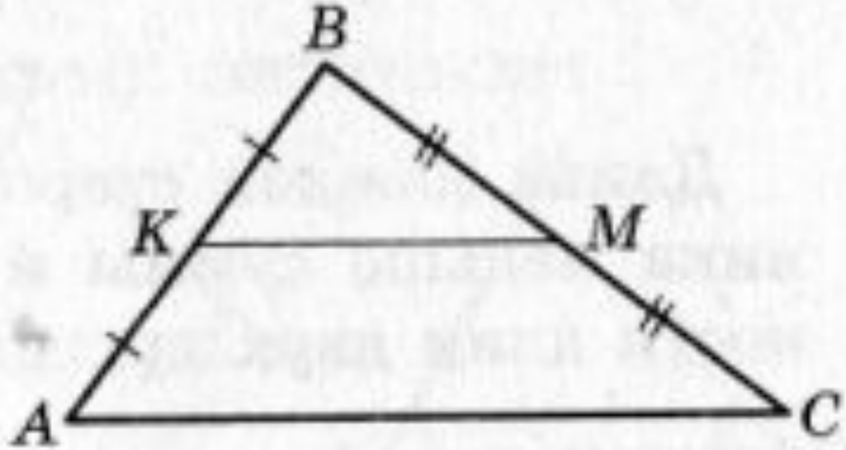

$m_a$ — медиана, проведенная к стороне $a$

**Биссектрисой** треугольника называется отрезок выходящий из вершины угла треугольника и **делящий его пополам**



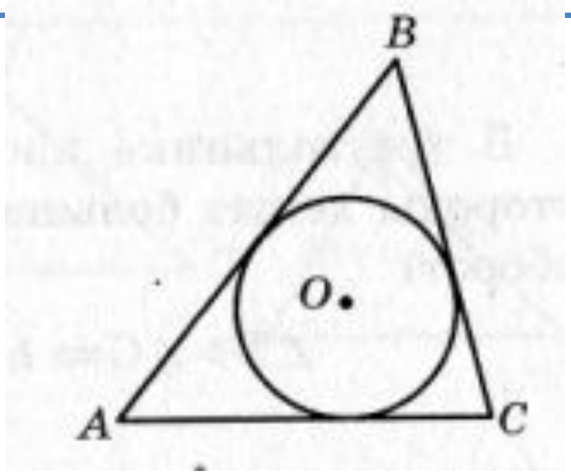

*$l_b$ — биссектриса угла B треугольника*

**Средней линией** треугольника называется отрезок, соединяющий **середины двух сторон** треугольника

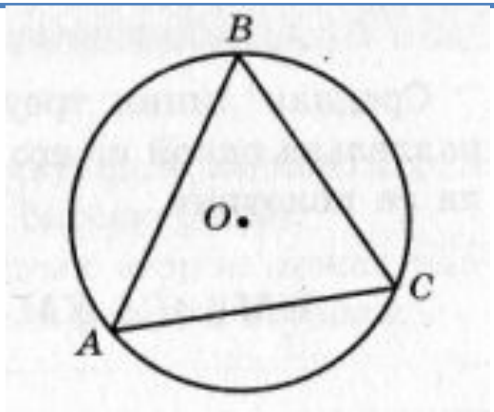


KM — средняя линия

**Окружность** называется **вписанной** в треугольник, если она **касается** всех его сторон

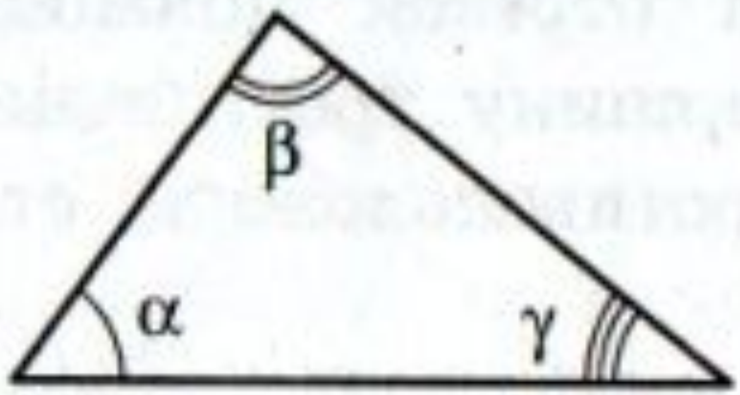



**Окружность** называется **вписанной** в треугольник, если она **касается** всех его сторон



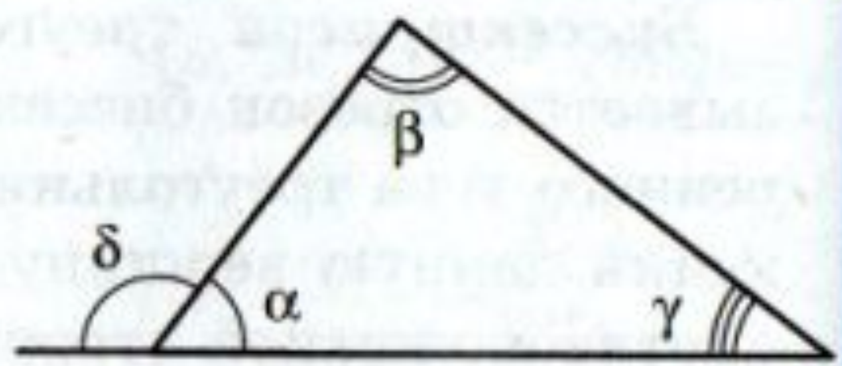
**Сумма углов треугольника равна 180 градусов**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



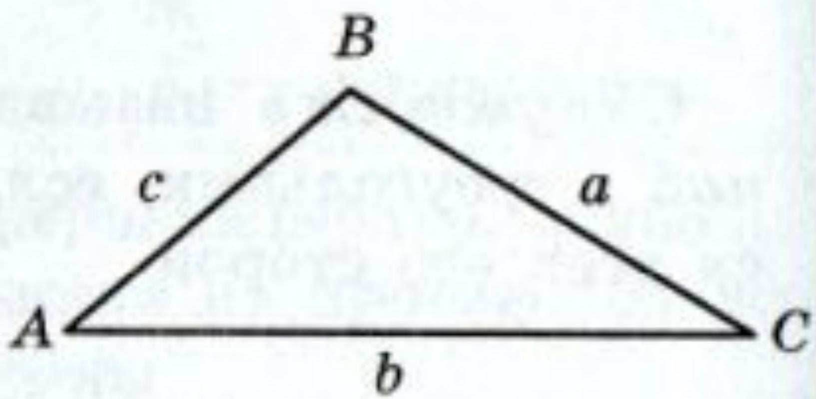
Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним, и больше любого внутреннего угла, не смежного с ним

$$\delta=\beta+\gamma;\ \ \delta>\beta;\ \ \delta>\gamma$$



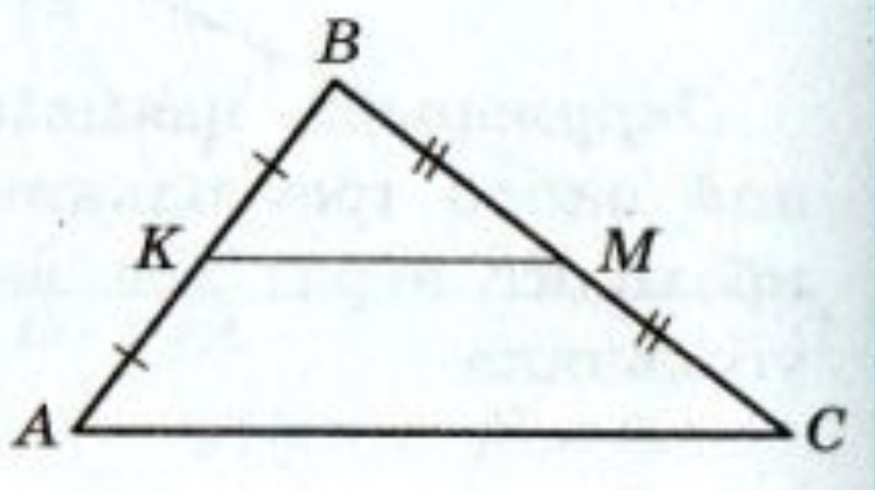
В треугольнике против большей стороны лежит больший угол (и наоборот)

$$\angle B > \angle C \Rightarrow b > c$$



Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна ее половине

$$KM \parallel AC; \quad KM = \frac{AC}{2}$$

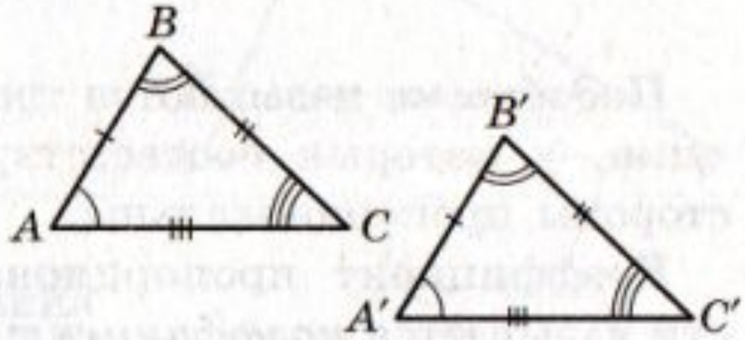


# Равенство треугольников

## • Равенство треугольников

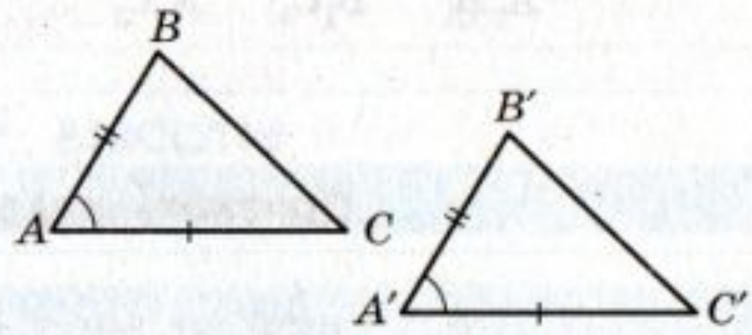
Треугольники называются равными, если у них соответствующие стороны и углы равны

$\triangle ABC = \triangle A'B'C'$

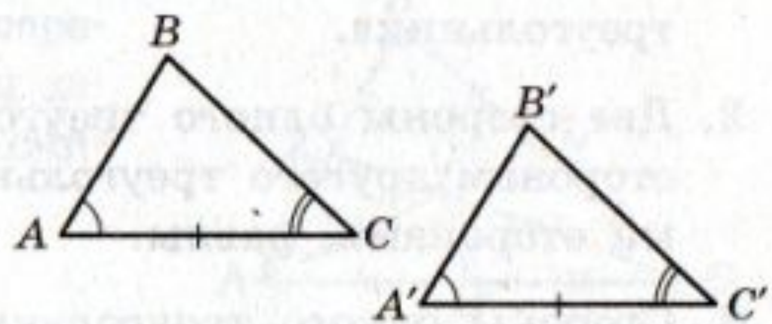


## Признаки равенства треугольников

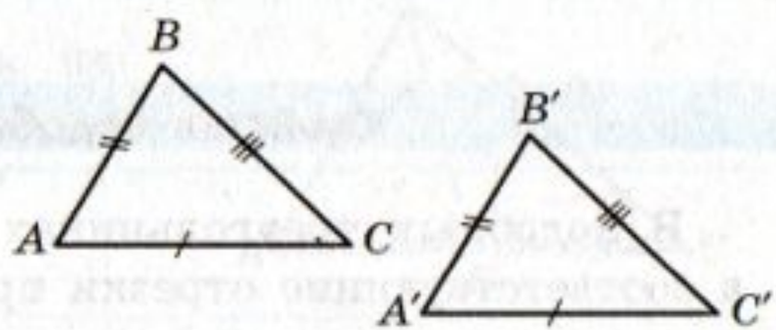
1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны




2. Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны




3. Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны

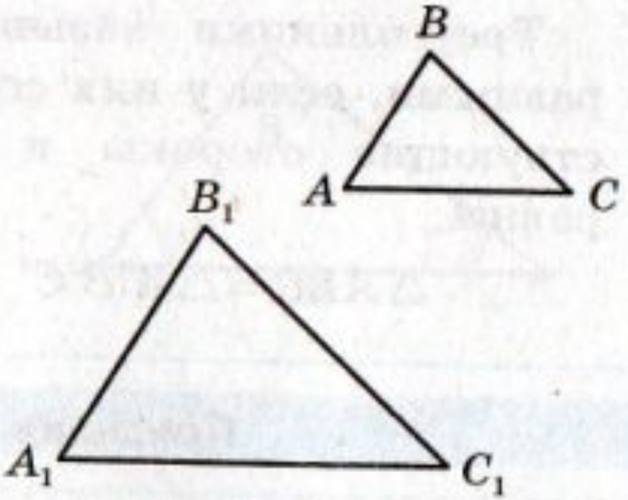


## • Подобие треугольников

***Подобными*** называются треугольники, у которых соответствующие стороны пропорциональны.

Коэффициент пропорциональности называется ***коэффициентом подобия***

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$




$$\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$$

## Свойства подобных треугольников

В подобных треугольниках соответствующие углы равны, а соответствующие отрезки пропорциональны

$$\angle A = \angle A_1; \ \angle B = \angle B_1; \ \angle C = \angle C_1;$$

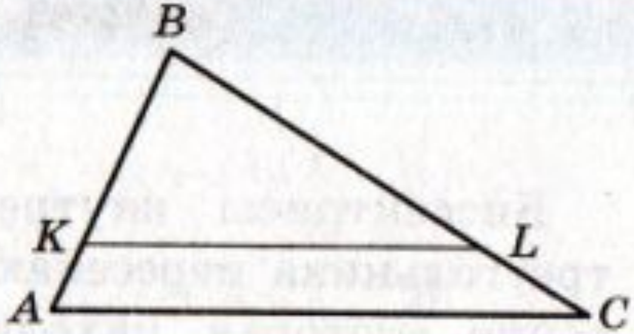
$$\frac{h_a}{h_{a_1}} = \frac{h_b}{h_{b_1}} = \frac{h_c}{h_{c_1}} = \frac{m_a}{m_{a_1}} = \ldots = \frac{l_c}{l_{c_1}} = k.$$

Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

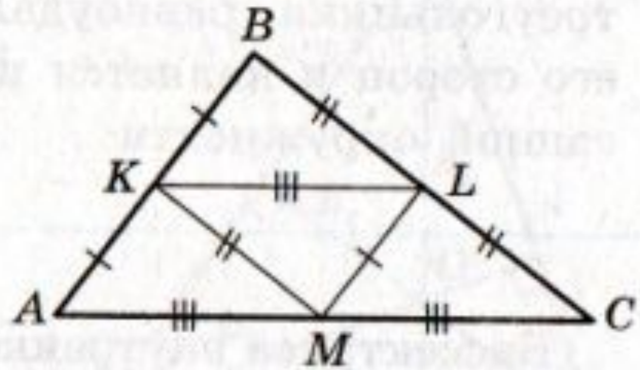
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

Прямая, параллельная одной из сторон треугольника, отсекает треугольник, подобный данному

$KL \parallel AC$; $\triangle ABC \sim \triangle KBL$




Три средние линии треугольника делят его на четыре равных треугольника, подобных данному с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$

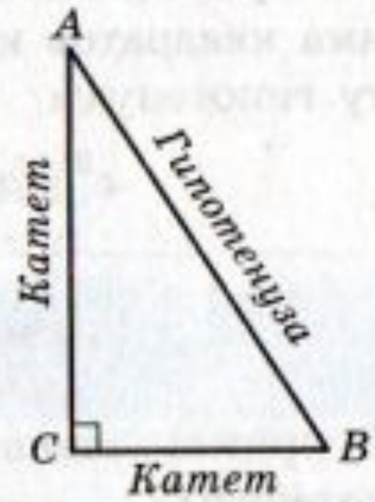


## • Прямоугольный треугольник

Треугольник называется ***прямоугольным***, если у него есть прямой угол.

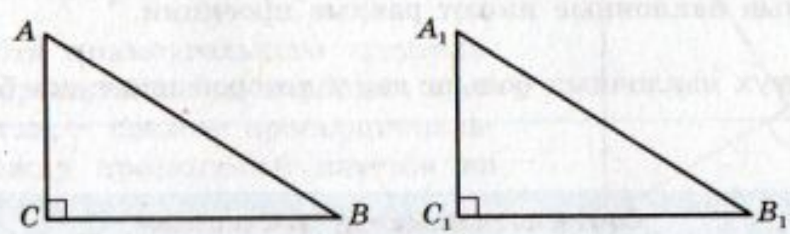
Стороны, прилегающие к прямому углу, называются ***катетами***.

Сторона, противоположная прямому углу, называется ***гипотенузой***




**Признаки равенства прямоугольных треугольников**

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$




По двум катетам
По катету и гипотенузе
По катету и прилежащему острому углу
По катету и противолежащему острому углу
По гипотенузе и острому углу