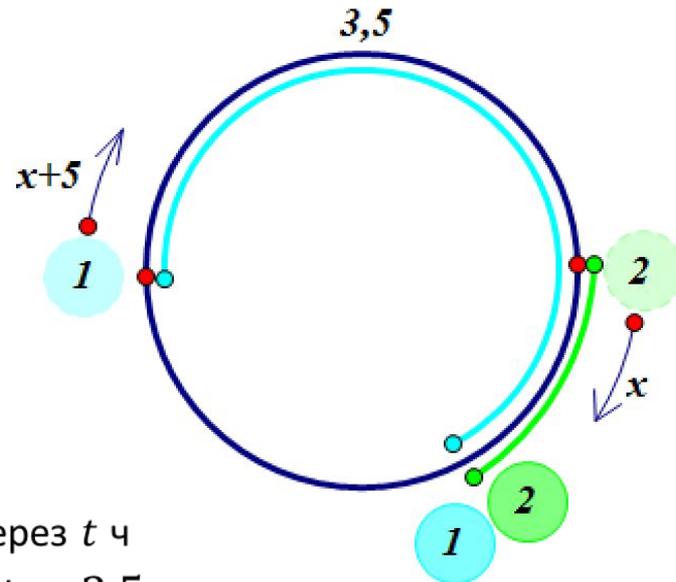
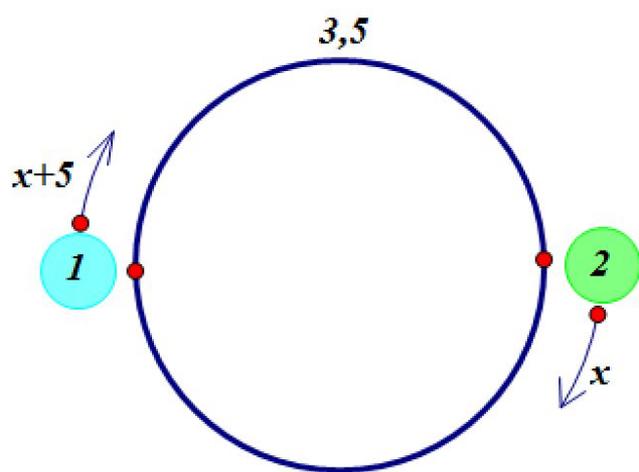


1. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 7 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого?



Пусть мотоциклисты поравняются в первый раз через  $t$  ч

$$(x + 5) \cdot t - x \cdot t = 3,5; \quad x \cdot t + 5 \cdot t - x \cdot t = 3,5;$$

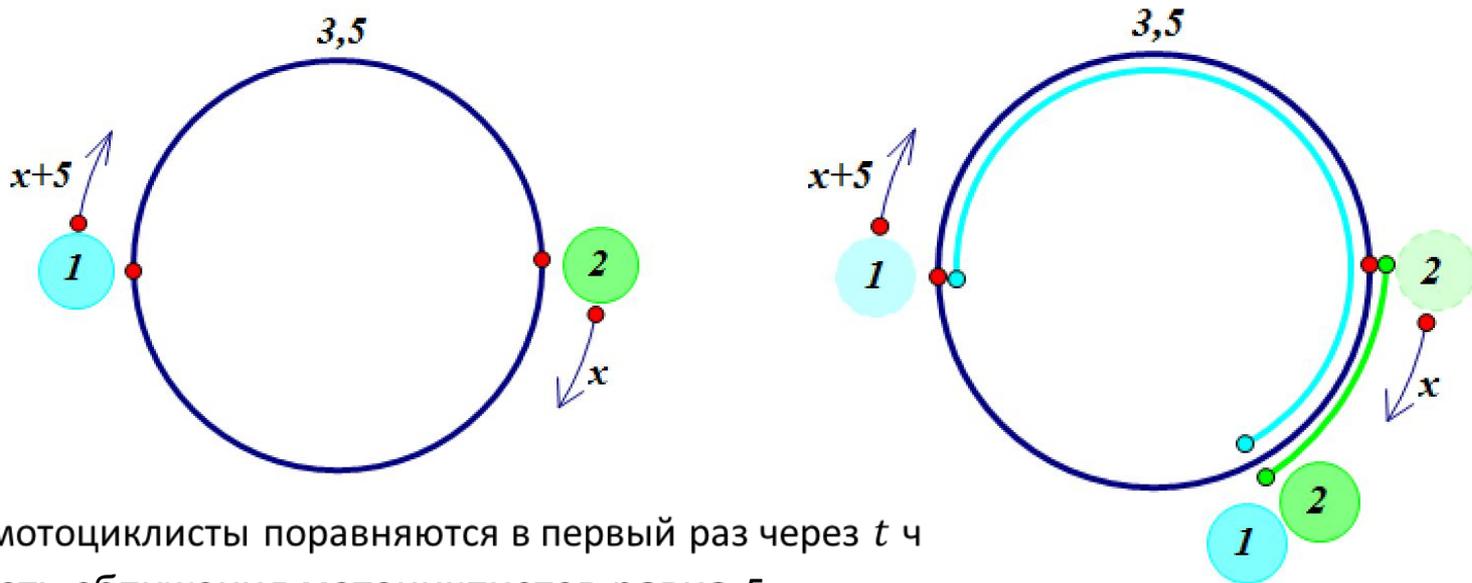
$$5t = 3,5; \quad t = 0,7 \text{ ч} = \frac{7}{10} \cdot 60 \text{ мин} = 42 \text{ мин}$$

$S_1$

$S_2$

**Ответ: 42**

1. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 7 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого?



Пусть мотоциклисты поравняются в первый раз через  $t$  ч

Скорость сближения мотоциклистов равна 5

$$\frac{\text{км}}{\text{ч}} \quad 3,5; \quad t = 0,7 \text{ ч} = \frac{7}{10} \cdot 60 \text{ мин} = 42 \text{ мин}$$

**Ответ: 42**

2. Из пункта **A** круговой трассы выехал велосипедист, а через **20** минут следом за ним отправился мотоциклист. Через **5** минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через **46** минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна **46** км. Ответ дайте в км/ч.

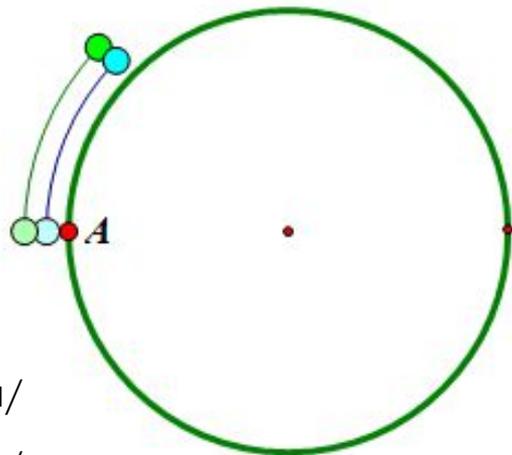
$$20 \text{ мин} = \frac{1}{3} \text{ ч}$$

$$5 \text{ мин} = \frac{1}{12} \text{ ч}$$

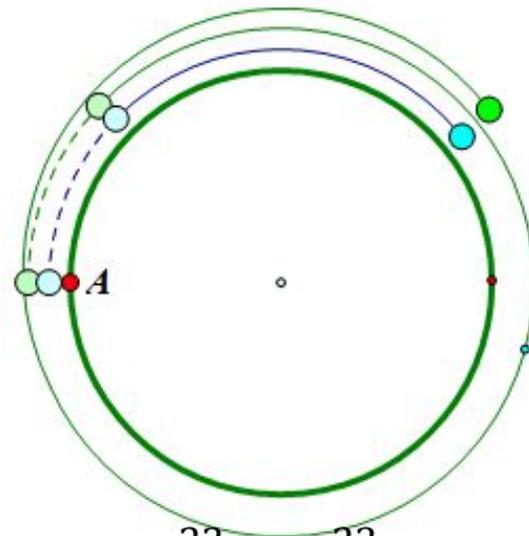
$$46 \text{ мин} = \frac{23}{30} \text{ ч}$$

 **велосипедист**  $v = x$  км/ч

 **мотоциклист**  $v = y$  км/ч



$$y \cdot \frac{1}{12} = x \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \right)$$



$$y \cdot \frac{23}{30} - x \cdot \frac{23}{30} = 46$$

$$\begin{cases} \frac{y}{12} = \frac{5x}{12} \\ \frac{23}{30}(y - x) = 60 \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{y}{12} = \frac{5x}{12} \\ y - x = 60 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 5x \\ 5x - x = 60 \end{cases};$$

$$4x = 60;$$

$$x = 15;$$

$$y = 75$$

**Ответ: 75**

3. Часы со стрелками показывают 6 часов 45 минут. Через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой?

1. Будем измерять скорость в

градусах/мин.  
Скорость часовой стрелки равна  $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$  град/мин.

Скорость минутной стрелки равна  $\frac{360}{60} = 6$  град/мин.

2. Найдем расстояние между стрелками в 6 часов 45

мин.  
 $9 \cdot 30 + \frac{3}{4} \cdot 30 = 270 + 22\frac{1}{2} = 292\frac{1}{2}^\circ$

3. Найдем, через сколько минут минутная стрелка догонит часовую.

(Встретится с ней в первый раз).

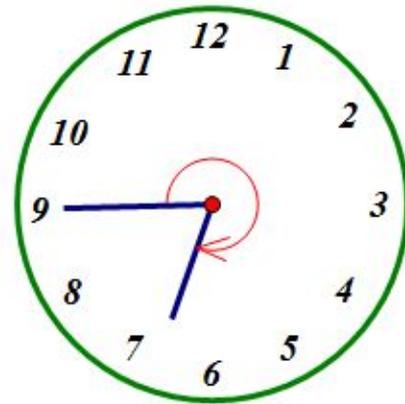
$$6 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot t_1 = 292\frac{1}{2}^\circ \quad t_1 = 292\frac{1}{2} : \left(6 - \frac{1}{2}\right) = 292\frac{1}{2} : \frac{11}{2} = \frac{585}{2} \cdot \frac{2}{11} = \frac{585}{11}$$

4. Найдем, через сколько минут минутная стрелка обгонит часовую на круг. (Встретится с ней во второй раз).

$$6 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot t_2 = 360^\circ \quad t_2 = 360 : \left(6 - \frac{1}{2}\right) = 360 : \frac{11}{2} = \frac{720}{11}$$

5. Найдем, через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой.

$$t = t_1 + 4t_2 = \frac{585}{11} + 4 \cdot \frac{720}{11} = \frac{3465}{11} = 315$$



**Ответ: 315**  
**МИН.**

4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать **22** круга по кольцевой трассе протяжённостью **3** км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на **11** минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через **10** минут?

Пусть скорость первого гонщика  $x$  км/ч, скорость второго гонщика  $y$  км/ч.

$$22 \text{ круга} = 66 \text{ км} \quad 11 \text{ мин} = \frac{11}{60} \text{ часа} \quad 10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ часа}$$

$$1. \frac{66}{y} - \frac{66}{x} = \frac{11}{60}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline t_2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline t_1 \\ \hline \end{array}$$

$$2. \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}y = 3$$

$$\begin{array}{|c|} \hline S_1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline S_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{y} - \frac{6}{x} = \frac{1}{60} \\ x - y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 18 \\ \frac{6}{y} - \frac{6}{y+18} = \frac{1}{60} \end{cases}$$

$$\frac{360(y+18) - 360y}{60y(y+18)} = \frac{y(y+18)}{60y(y+18)}$$

$$360(y+18) - 360y = y(y+18); \quad (y \neq 0; y \neq -18);$$

$$y^2 + 18y - 6480 = 0; \quad \frac{D}{4} = 9^2 + 6480 = 6561 = 81^2;$$

$$y = -9 \pm 81; \quad y_1 = -90; \quad y_2 = 72 \text{ км/ч}$$

- не  
подходит  
по смыслу  
задачи

**Ответ: 72**

**км/ч**

5. Моторная лодка прошла против течения реки **72** км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на **6** часов меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна **3** км/ч. Ответ дайте в км/ч.

## Движение по воде.

$V_{\text{собств.}}$  — собственная скорость,  $V_{\text{течения}}$  — скорость течения.



### Движение против течения:

$$V_{\text{против течения}} = V_{\text{собств.}} - V_{\text{течения}}$$



### Движение по течению:

$$V_{\text{по течению}} = V_{\text{собств.}} + V_{\text{течения}}$$

5. Моторная лодка прошла против течения реки **72** км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на **6** часов меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна **3** км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть собственная скорость лодки равна  $x$  км/ч.

	$v$	$t$	$S$
против	$x - 3$	$\frac{72}{x - 3}$	72
течения по течению	$x + 3$	$\frac{72}{x + 3}$	72

$$\frac{72}{x - 3} - \frac{72}{x + 3} = 6$$

$$\frac{12 \sqrt{x+3}}{x-3} - \frac{12 \sqrt{x-3}}{x+3} = 1 \sqrt{(x-3)(x+3)}$$

$$12(x + 3) - 12(x - 3) = (x - 3)(x + 3) \quad (x \neq \pm 3)$$

$$72 = x^2 - 9$$

$$x^2 = 81$$

$$x = 9$$

ИЛИ

$$x = -9$$

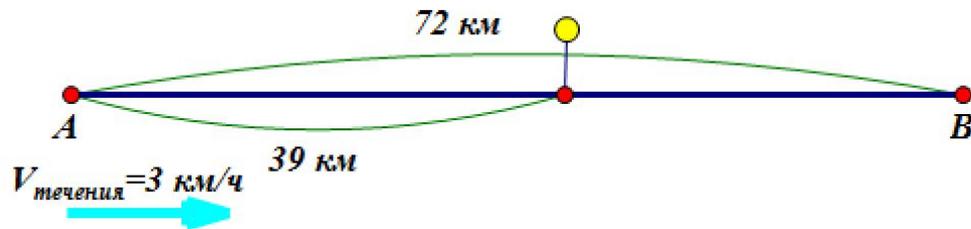
не подходит  
по смыслу  
задачи

И

**Ответ: 9**

**км/ч**

6. Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно  $72$  км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через  $3$  часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот прошел  $39$  км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна  $3$  км/ч. Ответ дайте в км/ч.



Время движения плота:  $39:3 = 13$  часов.

Время движения яхты:  $13 - 3 = 10$  часов.

Пусть собственная скорость яхты равна  $x$  км/ч.

	$v$	$t$	$S$
по течению	$x + 3$	$\frac{72}{x + 3}$	72
против течения	$x - 3$	$\frac{72}{x - 3}$	72

$$\frac{72}{x + 3} + \frac{72}{x - 3} = 10;$$

$$\frac{36 \sqrt{x-3}}{x+3} + \frac{36 \sqrt{x+3}}{x-3} = 5;$$

$$36(x - 3) + 36(x + 3) = 5(x - 3)(x + 3), x \neq \pm 3$$

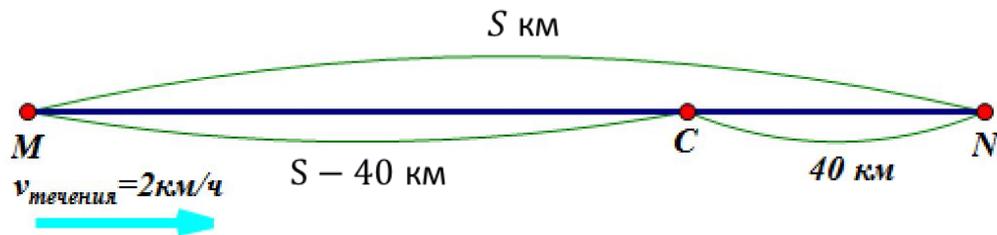
$$\frac{D}{4} = 36^2 + 5 \cdot 45 = 1521 = 39^2$$

$$x_1 = \frac{36 + 39}{5} = 15;$$

$$x_2 = \frac{36 - 39}{5} < 0 \quad \text{- не подходит по смыслу задачи}$$

**Ответ: 15 км/ч.**

7. Расстояние от пристани  $M$  до пристани  $N$  по течению реки катер проходит за 6 ч. Однажды, не дойдя 40 км до пристани  $N$ , катер повернул назад и возвратился к пристани  $M$ , затратив на весь путь 9 ч. Найдите скорость катера в стоячей воде, если скорость течения 2 км/ч.



Пусть собственная скорость катера равна  $x$  км/ч.

$$1) S = 6(x + 2) \quad 2) \frac{S - 40}{x + 2} + \frac{S - 40}{x - 2} = 9$$

$\boxed{t_{M \rightarrow C}}$

$\boxed{t_{C \rightarrow M}}$

$$\begin{cases} S = 6(x + 2) \\ \frac{S - 40}{x + 2} + \frac{S - 40}{x - 2} = 9 \end{cases}$$

$$\frac{6x + 12 - 40}{x + 2} + \frac{6x + 12 - 40}{x - 2} = 9$$

$$\frac{6x - 28}{x + 2} + \frac{6x - 28}{x - 2} = 9$$

$$(6x - 28)(x - 2) + (6x - 28)(x + 2) = 9(x - 2)(x + 2), \quad x \neq \pm 2$$

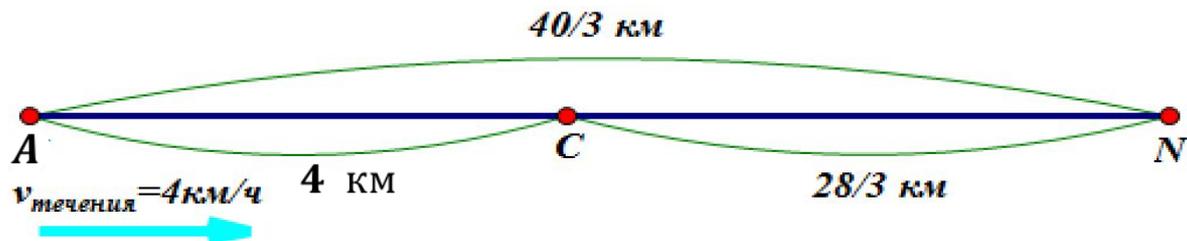
$$(6x - 28)(x - 2 + x + 2) = 9(x^2 - 4); \quad (6x - 28)2x = 9x^2 - 36; \quad 3x^2 - 56x + 36 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 28^2 - 36 \cdot 3 = 676 = 26^2; \quad x_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{3}; \quad x_1 = 18; \quad x_2 = \frac{2}{3} \text{ не подходит по смыслу задачи}$$

**Ответ: 18**

**км/ч**

8. Из пункта **A** одновременно отплыли вниз по течению реки катер и плот. Пройдя  $40/3$  км катер повернул обратно и, пройдя  $28/3$  км, встретился с плотом. Требуется найти собственную скорость катера, если известно, что скорость течения  $4$  км/ч.



Пусть собственная скорость катера равна  $x$  км/ч

$$\frac{40/3}{x+4} + \frac{28/3}{x-4} = 1$$

$t_{M \rightarrow N}$

$t_{N \rightarrow C}$

$$\frac{40 \sqrt{x-4}}{3(x+4)} + \frac{28 \sqrt{x+4}}{3(x-4)} = 1 \sqrt{3(x+4)(x-4)}$$

$$40(x-4) + 28(x+4) = 3(x+4)(x-4), x \neq \pm 4$$

$$48x - 160 + 28x + 112 = 3(x^2 - 16)$$

$$68x - 48 = 3x^2 - 48$$

$$3x^2 - 68x = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ не подходит по смыслу задачи}$$

$$x_2 = \frac{68}{3}$$

**Ответ:  $\frac{68}{3}$  км/ч.**

**9. Моторная лодка проплыла по озеру, а потом спустилась вниз по реке, вытекающей из озера. Путь по озеру на 15% меньше пути по реке. Время движения лодки по озеру на 2% больше, чем по реке. На сколько процентов скорость течения меньше собственной скорости лодки?**

Пусть путь по реке  $S$  км, тогда путь по озеру  $0,85 \cdot S$  км.

Пусть собственная скорость лодки  $x$  км/ч, а скорость течения  $y$  км/ч.

Скорость течения составляет  $\frac{y}{x} \cdot 100\%$  от собственной скорости.

Скорость течения меньше собственной скорости лодки на  $100\% - \frac{y}{x} \cdot 100\%$

$$x - 100\%$$

$$y - p\%$$

$$p = \frac{y}{x} \cdot 100\%$$

	$v$	$t$	$S$
по озеру	$x$	$\frac{0,85 \cdot S}{x}$	$0,85 \cdot S$
по реке	$x + y$	$\frac{S}{x + y}$	$S$

$$1,02 \cdot \frac{S}{x + y} = \frac{0,85 \cdot S}{x};$$

$$\frac{102}{x + y} = \frac{85}{x};$$

$$102x = 85x + 85y;$$

$$17x = 85y;$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{5}$$

$$100 - \frac{1}{5} \cdot 100 = 80\%$$

**Ответ: 80%**

10. Весной катер идет против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее, поэтому летом катер идет против течения реки в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Пусть собственная скорость катера  $x$  км/ч.

	$v$ течения	$v$ по течению	$v$ против течения
весной	$y$	$x + y$	$x - y$
летом	$y - 1$	$x + (y - 1)$	$x - (y - 1)$

$$\begin{cases} \frac{5}{3} \cdot (x - y) = x + y \\ \frac{3}{2} \cdot (x - y + 1) = x + y - 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 3x + 3y \\ 3x - 3y + 3 = 2x + 2y - 2; \\ 2x - 8y = 0 \\ x - 5y = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4y \\ 4y - 5y = -5; \\ y = 5 \end{cases}$$

**Ответ: 5  
км/ч.**