

## **Практическое занятие 6,7**

### **Тема: Определение кинематических параметров движения**

Цель работы: формирование практических навыков определения вида движения и его параметров.

Содержание:

1. Теоретическое обоснование
2. Практическая часть
3. Отчет. Задача

Ход работы

1. Расчетные формулы для определения параметров движения  
Движение точки, поступательное движение тела:

**1) Равномерное движение**

$$a_t = 0, \quad v = \text{const}$$

$$S = v \cdot t, \quad (a = a_n = \text{при криволинейном движении})$$

**2) Неравномерное движение**

$S = f(t)$ , (где  $t^3$  и степень выше, скорость и ускорение определяются через производные)

$$V = S', \quad a_t = V' = S'', \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

**3) Равнопеременное движение**

$$v \neq \text{const.} \quad a_t = \text{const}$$

$a_t > 0$  - равноускоренное

$a_t < 0$  - равнозамедленное

$$v = v_0 + a_t \cdot t \quad (1)$$

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a_t t^2}{2} \quad (2)$$

$$S = \frac{v_0 + v}{2} t \quad (3)$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_t} \quad (4)$$

Параметры вращательного движения:

1)  $\varphi$  — угол поворота тела, угловое перемещение  $\varphi = f(t)$ ,  $[\varphi] = \text{рад}$ ;

Один полный оборот:  $2\pi$ , тогда **число оборотов** тела можно определить:  $N = \frac{\varphi}{2\pi}$

2)  $\omega$  — угловая скорость,  $[\omega] = \text{рад/с}$ , в общем случае определяется:

$\omega = \varphi'$  — *угловая скорость есть первая производная от углового перемещения по времени.*

Еще одна характеристика скорости вращения - частота вращения  $n$ , измеряется в оборотах в минуту,  $[\text{об/мин}]$

Угловая скорость и частота вращения связаны зависимостью:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

3) Угловое ускорение  $\varepsilon$ ,  $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$ , в общем случае определяется

$\varepsilon = \omega' = \varphi''$  — *первая производная угловой скорости или вторая производная углового перемещения.*

## Виды вращательного движения

**1) Равномерное вращение** (угловая скорость постоянна):

$$\omega = \text{const.}$$

Уравнение (закон) равномерного вращения в данном случае имеет вид:

$$\varphi = \omega t.$$

**2) Неравномерное вращение**, когда  $\varphi = f(t)$ , ( $t$  в третьей степени и выше).

Угловая скорость и угловое перемещение определяются через производные:

$$\omega = \varphi' ; \quad \varepsilon = \omega' = \varphi''$$

**3) Равнопеременное вращение** (угловое ускорение постоянно):

$$\varepsilon = \text{const.}$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t \quad (1)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} \cdot t \quad (3)$$

$$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon} \quad (4)$$

- **при ускоренном** движении —  $\varepsilon > 0$ , угловая скорость будет все время возрастать.

- **при замедленном** движении —  $\varepsilon < 0$ , угловая скорость убывает.

где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость, рад/с

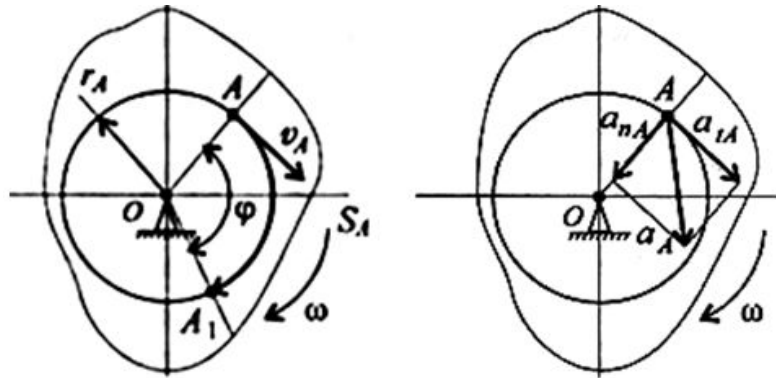
$\omega$  — угловая скорость в данный момент времени (конечная), рад/с

$\varepsilon$  — угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>

## Скорости и ускорения точек вращающегося тела

Тело вращается вокруг точки  $O$ .

Параметры движения точки  $A$ , расположенной на расстоянии  $r_a$  от оси вращения (рис.).



Путь точки  $A$ :

$$S_A = \varphi r_A$$

Линейная скорость точки  $A$ :

$$v_A = \omega r_A$$

Ускорения точки  $A$ :

$$a_{tA} = \varepsilon r_A \text{ — касательное;}$$

$$a_{nA} = \omega^2 r_A \text{ — нормальное,}$$

где  $r_A$  — радиус окружности, траектории точки  $A$ .

2.

**Задача 1.** Задача Задано уравнение движения точки  $S = 22t - 4t^2$ , определить скорость и касательное ускорение в начале движения и касательное ускорение конце 5 секунды движения.

Дано:

$$S = 22t - 4t^2$$

$$V_0 = ?$$

$$a_t = ?$$

$$a_t = ? \text{ т}$$

$$V = S' \quad a_t = V' = S''$$

$$V = (22t - 4t^2)' = 22 - 8t$$

$$V_0 = 22 - 8 \cdot 0 = 22 \text{ (м/с)}$$

$a_t = V' = (22 - 8t)' = -8 \text{ (м/с}^2\text{)}$  — постоянная величина, отрицательная, т.е. движение замедленное.

**Задача 2.** Тело вращалось равноускорено из состояния покоя и сделало 360 оборотов за 2 мин. Определить угловое ускорение.

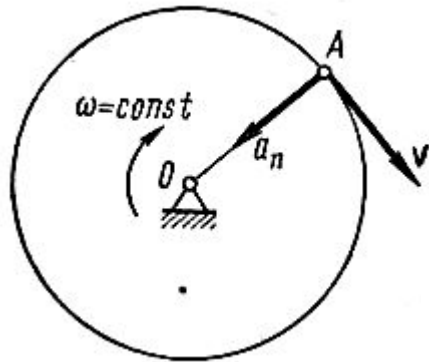
Решение

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \text{ т.к. } \omega_0 = 0, \text{ то } \varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}$$

$$\varphi = 2\pi N = 2 \cdot 3,14 \cdot 360 = 2260,8 \text{ рад}$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 2260,8}{120^2} = 0,314 \text{ рад/с}^2$$

**Задача 3.** Маховое колесо вращается равномерно со скоростью 120 об/мин (рис. ). Радиус колеса 0,3 м. Определить скорость и полное ускорение точек на ободе колеса



Решение:

$$v_A = \omega r_A$$

Угловая скорость  $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} \approx 12,56 \text{ рад/с.}$

$$v = \omega r; v_A = \omega r_A; v_A = 12,56 \cdot 0,3 = \underline{3,77 \text{ м/с.}}$$

Касательное ускорение точки A  $a_{tA} = 0$ , т.к.  $a_{tA} = \varepsilon r_A$ , а  $\varepsilon = 0$  - равномерное вращение;

Нормальное ускорение точки A  $a_{nA} = \omega^2 r_A$   
 $a_{nA} = (12,56)^2 \cdot 0,3 = 47,3 \text{ м/с}^2.$

Полное ускорение точек на ободе колеса:

$$a_A = \sqrt{a_{tA}^2 + a_{nA}^2}; a_A = a_{nA} = \underline{47,3 \text{ м/с}^2}.$$

### 3. Отчет .Задача

№ п/п	Условие задачи	Дано:	Требуется определить:
1	Точка движется согласно уравнению:	$S = 2t + 0.1t^3$	Начальную скорость и ускорение при $t=3$ с
2		$S = 4t + 1.2t^2$	
3	Тело, двигаясь из состояния покоя, равноускоренно за 10 с достигло скорости $V$ м/с	$V = 50$ м/с	Ускорение и пройденный за это время путь
4		$V = 80$ мм/с	
5	Закон вращательного движения тела:	$\varphi = 0.6t^3 + t$	Скорость тела при $t=30$ с и число оборотов за это время
6		$\varphi = 3t + 0.6t^3$	
7	Тело, имевшее начальную скорость $V_0$ , остановилось, пройдя 1500 м	$V_0 = 30$ м/с	Ускорение равнозамедленного торможения и время до остановки
8		$V_0 = 40$ м/с	
9	Точка движется равномерно по окружности радиуса $r$ согласно уравнению:	$S = 0.5t^2 + 2t$ $r = 10$ м	Определить $V_0$ (при $t=0$ ) и $a_n$ при $t=20$ с
10		$S = 4t + t^2$ $r = 16$ м	



11	Закон вращения точки:	$\varphi = 0.68 t^2 + t$	Угловое ускорение при $t = 10$ с и частоту вращения в это же время (об/мин)
12		$\varphi = t + 0.3 t^3$	
13	Маховое колесо $r = 0,2$ м вращается равномерно и в момент времени $t$ имеет угловую скорость $\omega$	$t = 10$ с. $\omega = 120$ рад/с	Ускорение ( $a_c$ ) точек на ободу колеса и число оборотов за это время
14		$t = 15$ с $\omega = 100$ рад /с	
15	Точка движется прямолинейно согласно уравнению:	$S = 0.5 t^2 + 10 t + 5$	Начальную скорость $V_0$ , скорость при $t = 3$ с и пройденный за это время путь
16		$S = 5 t^2 + 3 t + 6$	

17	Автомобиль движется по круглому арочному мосту $r = 50$ м согласно уравнению:	$S = 12 t$ $t = 2$ с	Скорость и полное ускорение автомобиля через время $t$
18		$S = 10 t$ $t = 3$ с	
19	Закон вращательного движения :	$\varphi = 0.3 t^3$ , $t = 5$ с	Угловое ускорение при времени $t$ и число оборотов за это время.
20		$\varphi = 6 t^3 + 60$ , $t = 10$ с	
21	Колесо диаметром $d$ вращается по закону:	$\varphi = 0.4 t^3$ , $t = 6$ с $d = 0,02$ м	Скорость точек на ободе колеса $v$ (м/с) и их нормальное ускорение
22		$\varphi = 4.8 t^3$ , $t = 10$ с $d = 0,03$ м	
23	Тело, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, достигает скорости $v$ (м/с) за время $t$ с	$V = 20$ (м/с) $t = 15$ с	Ускорение и пройденный за это время путь
24		$V = 10$ (м/с) $t = 20$ с	
25	Тело движется по закону $S = f(t)$ , достигая скорости $v$ (м/с) при времени $t$ с	$S = 3 + 2.5 t^2$ , $V = 80$ (м/с)	Время $t$ и пройденный за это время путь $S$
26		$S = 1 + 1.5 t^2$ , $V = 60$ (м/с)	

3 Отчет.

Задача. Тело начало вращаться из состояния покоя и через 15 с его угловая скорость достигла 30 рад/с.

*Определить:*

1) угловое ускорение;

2) число оборотов за это время вращения;

3) окружную скорость точек тела, расположенных на расстоянии  $r = 0,5$  м от оси вращения.

Решить задачу согласно варианту по списку. Практическую работу оформить на А4.