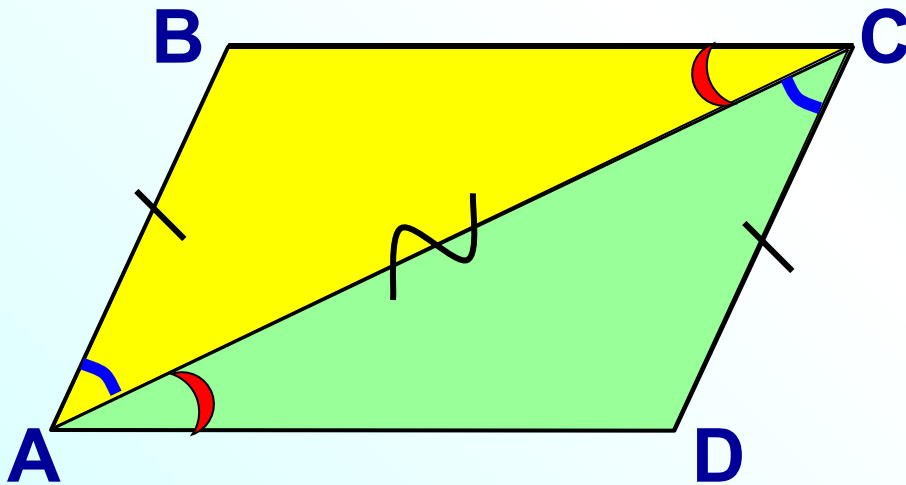


*Признаки
параллелограмма*

Признаки параллелограмма

1⁰. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



Дано: $ABCD$ - четырёхуг.

$AB=CD$, $AB \parallel CD$.

Доказать: $ABCD$ –
параллелограмм.

Доказательство:

Построим диагональ AC .

AC – общая сторона

$AB=CD$, по условию

$\angle BAC = \angle ACD$, НЛУ при $AB \parallel CD$ и секущей AC

$\triangle ABC = \triangle CDA$ по 2 сторонам и углу между ними

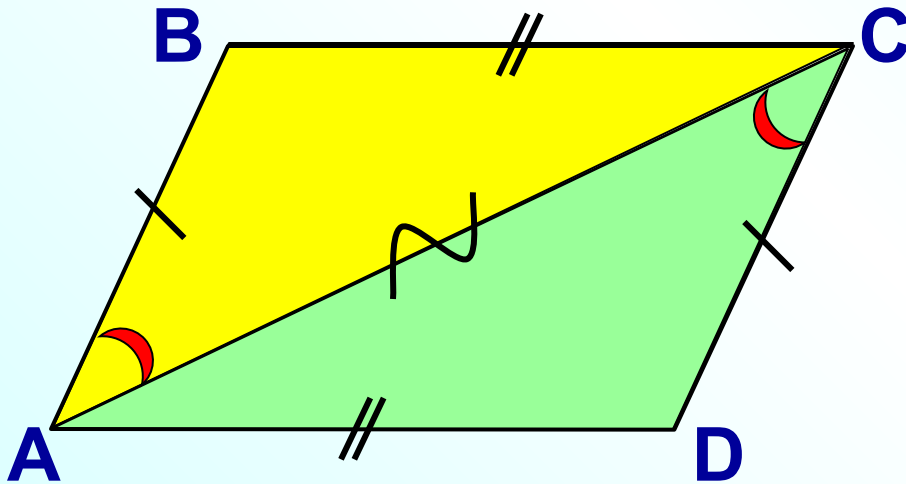
$\angle BCA = \angle CAD$. Это НЛУ при прямых BC и AD и секущей AC .

Значит, $BC \parallel AD$.

Четырёхугольник – параллелограмм *по определению*.

Признаки параллелограмма

2⁰. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



Дано: $AB=CD$, $BC=AD$.

Доказать: $ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство:

Построим диагональ AC .

AC – общая сторона

$AB=CD$, по условию

$BC=AD$, по условию

$\triangle ABC = \triangle CDA$ по трем сторонам

$\angle BAC = \angle ACD$. Это НЛУ при прямых AB и CD и секущей AC .

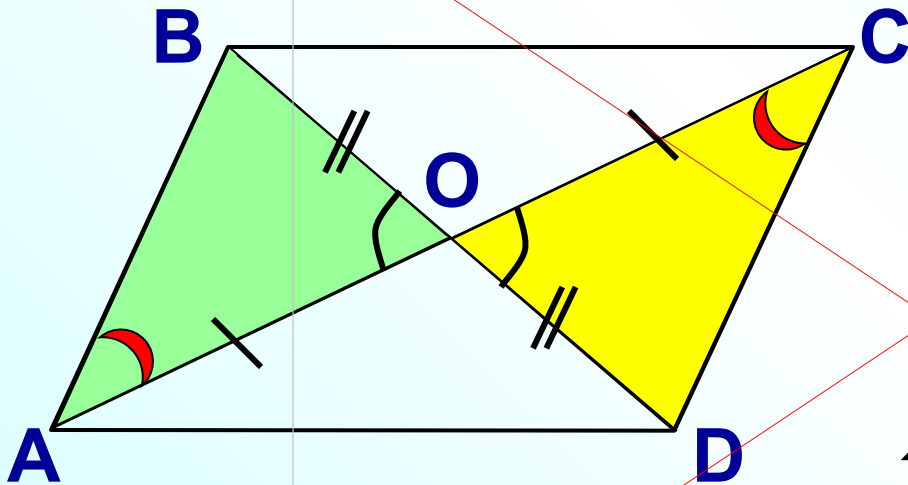
Значит, $AB \parallel CD$.

$AB=CD$, по условию.

Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1⁰.

3⁰. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Дано: $AC \cap BD = O$, O – середина AC и BD .



Доказать: $ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство:

$AO = OC$, по условию

$BO = OD$, по условию

$\angle AOB = \angle COD$, как вертикальные

$\triangle AOB = \triangle COD$ по первому признаку

Отсюда, $AB = CD$

$\angle BAO = \angle OCD$. Это НЛУ при прямых AB и CD и секущей AC .

Значит, $AB \parallel CD$.

Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1⁰.