

# Оптимізація процесів прийняття рішень при плануванні транспортних перевезень в умовах невизначеності

Студентка 402 групи: Колода Єлизавета Юріївна

Керівник: зав. кафедри ІС, д.т.н., проф. Кондратенко  
Юрій Пантелійович

# Постановка задачі

Нехай існує три підприємства, які займаються доставкою деревини «Верховина», «ЛісБуд» та «ДеревоПром» з визначеною кількістю товару. Матеріал в обсязі 900, 750 та 1250 тон деревини повинен бути направлений замовникам у п'ять підприємств обробки сировини «Зевс», «Марс», «Південь», «Зоря», «Еколайн», кожне з яких має отримати, відповідно, 750, 590, 410, 600, 550 тон деревини.

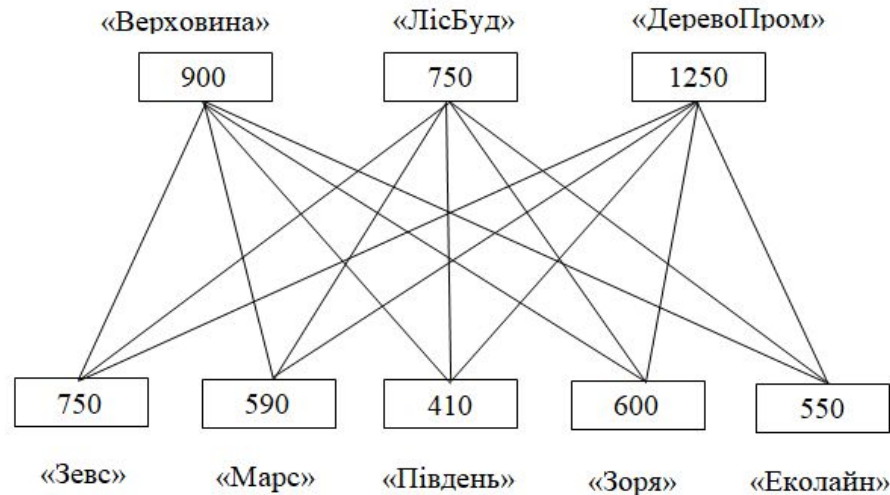


Рис.1.1 - схема транспортних взаємозв'язків між постачальниками та замовниками.

Транспортні витрати  $e_{ij}$  ( $i=1 \dots 3$ ;  $j=1 \dots 5$ ), пов'язані з перевезенням 1т деревини, визначені у сотнях ( $1 \cdot 10^2$ ) грн., задаються в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Матриця витрат на перевезення 1т деревини

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	N
«Верховина»	4	1	2	7	8	900
«ЛісБуд»	7	5	3	4	6	750
«ДеревоПром»	8	4	6	2	5	1250
S	750	590	410	600	550	

# Розв'язок транспортної задачі для чітких значень матриці витрат на основі SS-метода

- Будемо початкове базове рівняння, використовуючи правило північно-західного кута.

Формуємо наступний план перевезень, як "Альтернативне рішення №1" першого етапу процесу прийняття рішень  $E_1^1$  (табл. 2.2) з відповідними значеннями невідомих змінних  $x_{ij}$ .

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	N
«Верховина»	750	150				900
«ЛісБуд»		440	310			750
«ДеревоПром»			100	600	550	1250
S	750	590	410	600	550	

## Розрахунок загальних витрат:

$$Z=750*4+150*1+440*5+310*3+100*6+600*2+550*5=10830$$

Пошук нового рішення, що може призвести до зменшення величини сумарних витрат  $Z$ , здійснюємо за допомогою stepping-stone методу.

# Перший етап вибору рішення

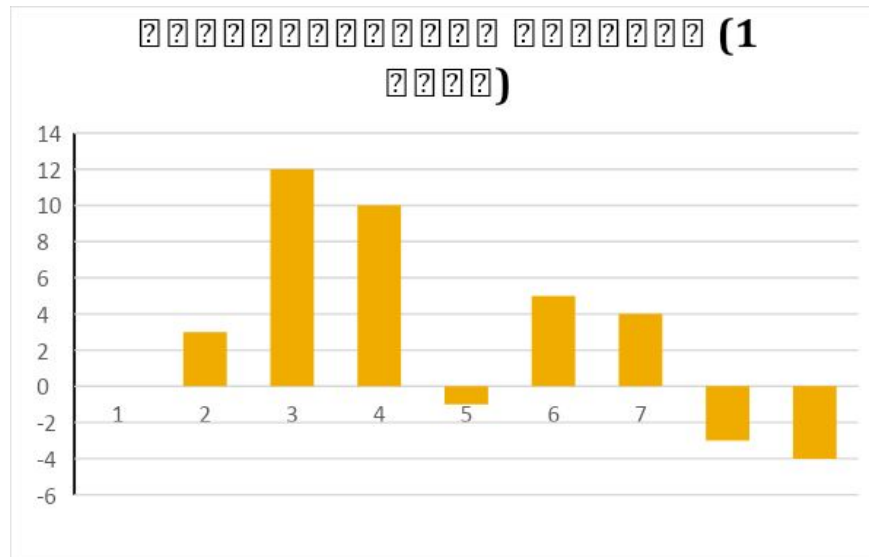
Таблиця 2.3

Альтернативне рішення  $E_2^1$

750	150			
	440	310		
		100	600	550

Diagram illustrating the pivot operation in the simplex method. A red circle is placed on the value 310 in the second row, second column. Red arrows show the pivot path: a vertical arrow pointing up from 310 to 150 (labeled -1), a horizontal arrow pointing left from 150 to 440 (labeled +1), and a vertical arrow pointing down from 440 to 100 (labeled -1). The value 100 in the third row, second column is the result of the pivot operation.

Альтернативне рішення  $E_2^1$  (табл. 2.3):  $\delta_{13}^1 = 2 - 1 + 5 - 3 = 3$ ;



# Визначення базового рішення для наступного етапу

Обираємо альтернативне рішення з найкращим показником (найменшим), яке далі стає базовим для другого етапу

Таблиця 2.10

Альтернативне рішення  $E_3^1$

750	150			
	440	310		
	-1	+1		
	+1	100	600	550
		-1		



Таблиця 2.11

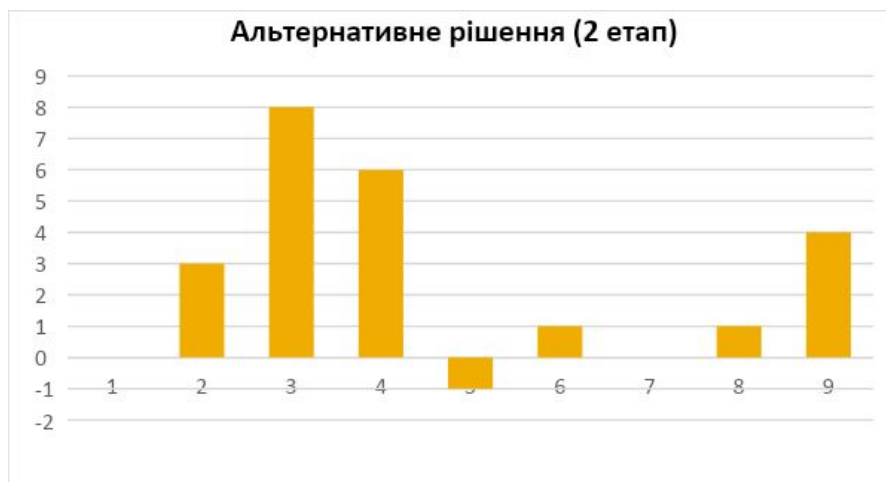
Альтернативне рішення  $E_1^2$

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	N
«Верховина»	750	150				900
«ЛісБуд»		340	410			750
«ДеревоПром»		100		600	550	1250
S	750	590	410	600	550	

Відповідно бачимо зменшення загальних витрат на 400 од. :

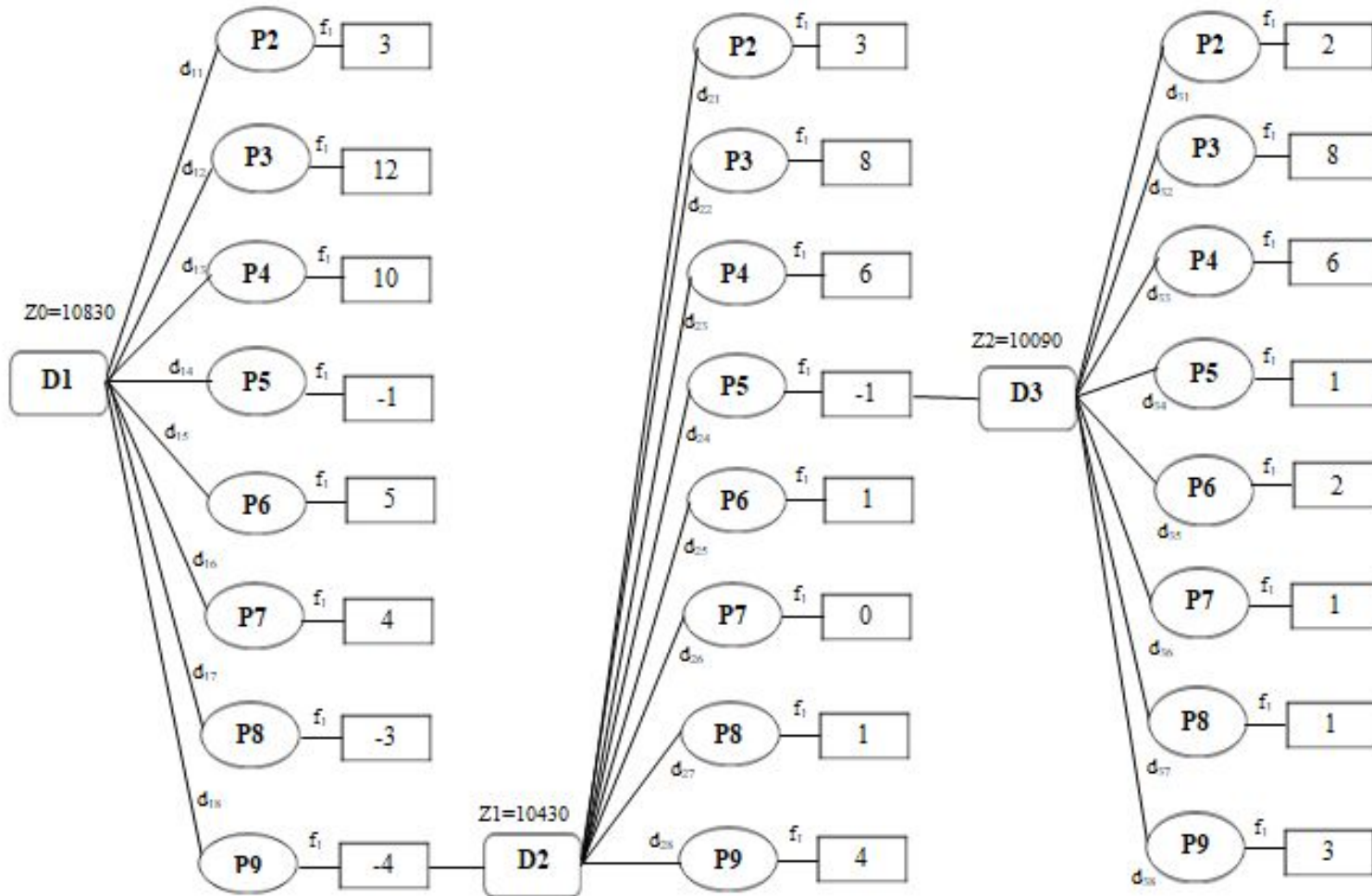
$$Z = 750 \cdot 4 + 150 \cdot 1 + 340 \cdot 5 + 100 \cdot 4 + 410 \cdot 3 + 600 \cdot 2 + 550 \cdot 5 = 10430.$$

# 2 та 3 етапи вибору рішення



$Z_{\min} = 10190$ . Оптимальний план перевезення -  $E_5^2$ ,  
бо на третьому етапі покращити результат не вдалося

# Дерево рішень для задачі за чіткими даними





# РОЗВ'ЯЗОК ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЧІТКИХ ЗНАЧЕНЬ МАТРИЦІ ВИТРАТ ПРИ 3-Х ЗОВНІШНІХ УМОВАХ НА ОСНОВІ SS-МЕТОДА

Нечіткі значення витрат (в умовах грошових одиницях) на перевезення одиниці продукції для 3-х зовнішніх станів

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	N
«Верховина»	(3,6,4)	(1,1,3)	(1,2,4)	(4,7,10)	(7,8,10)	900
«ЛісБуд»	(4,7,8)	(2,5,7)	(2,3,6)	(3,4,5)	(3,6,8)	750
«ДеревоПром»	(5,8,12)	(2,4,5)	(4,6,9)	(1,2,4)	(4,5,7)	1250
S	750	590	410	600	550	

За допомогою правила північно-західного кута будемо таблицю для першого альтернативного рішення

Альтернативне рішення  $E_1^1$

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	N
«Верховина»	750	150				900
«ЛісБуд»		440	310			750
«ДеревоПром»			100	600	550	1250
S	750	590	410	600	550	

Загальні витрати:

$$Z_1^1 = (750)(3,6,4) + (150)(1,1,3) + (440)(2,5,7) + (310)(2,3,6) + (100)(4,6,9) + (600)(1,2,4) + (550)(4,5,7) = (2250,300,4500) + (150,150,450) + (880,2200,3080) + (620,930,1860) + (400,600,900) + (600,1200,2400) + (2200,2750,3850) = (7100,10830,17040)$$

# Перший етап вибору рішення

Альтернативне рішення  $E_2^1$  (на основі  $\delta_{13}^1$ )

750	150			
	-1	+1		
	440	310		
	+1	-1		
		100	600	550

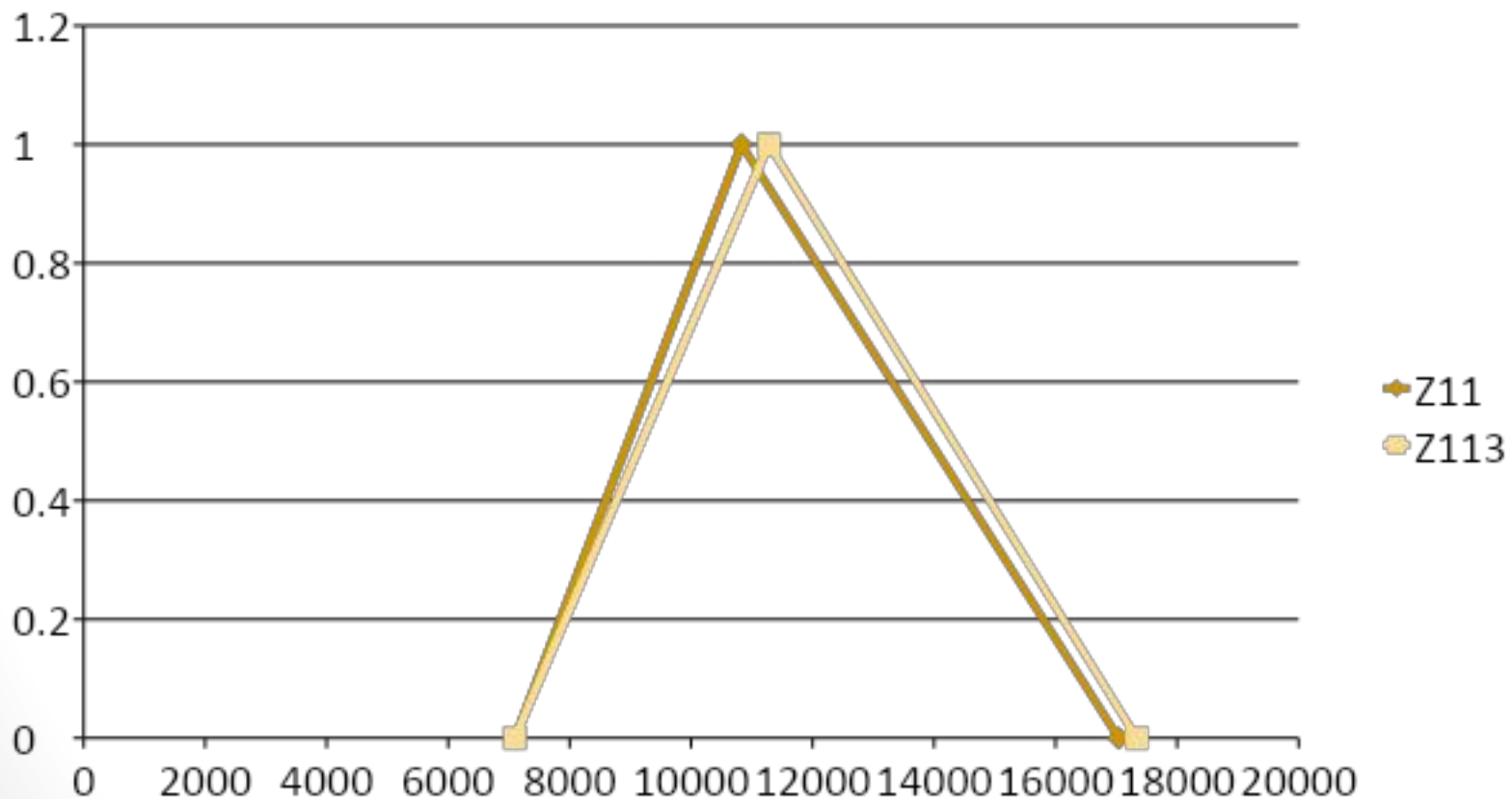
Альтернативне рішення  $E_2^1$  (для розрахунку  $Z_{13}^1$ )

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	
«Верховина»	750		150			900
«ЛісБуд»		590	160			750
«ДеревоПром»			100	600	550	1250
	750	590	410	600	550	

Обраховуємо витрати:

$$\begin{aligned}
 Z_{13}^1 &= (750)(3,6,4) + (150)(1,2,4) + (590)(2,5,7) + (160)(2,3,6) + (100)(4,6,9) + \\
 &+ (600)(1,2,4) + (550)(4,5,7) = (2250, 3000, 4500) + (150, 300, 600) + (1180, \\
 &2950, 4130) + (320, 480, 960) + (400, 600, 900) + (600, 1200, 2400) + (2200, \\
 &2750, 3850) = \mathbf{(7100, 11280, 17340)}
 \end{aligned}$$

Порівняльний аналіз нечітких множин  $Z_{13}^1$  та  $Z_1^1$  з трикутною формою функції належності



# Критерій добутоків на першому етапі для отримання кращого рішення

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1'$	$F_2'$	$F_3'$	$e_{ir} = \Pi e_{ij}$	$\max e_{ir}$	$E_{ir}=E_{ij}(Z,0)$	$\min E_{ir}$
$E_1^1$	-7100	-10830	-17040	11900	8170	1960	190557080000		22900	
$E_2^1$	-7 100	-11280	-17340	11900	7720	1660	152500880000		23500	
$E_3^1$	-8000	-12630	-18990	11000	6370	10	700700000		26125	
$E_4^1$	-8000	-12330	-18540	11000	6670	460	33750200000		25600	
$E_5^1$	-7100	-10390	-17090	11900	8610	1910	195696690000		22485	
$E_6^1$	-8340	-12380	-18280	10660	6620	720	50809824000		25690	
$E_7^1$	-7410	-12070	-18280	11590	6930	720	57829464000		24915	
$E_8^1$	-7000	-10530	-16940	12000	8470	2060	209378400000		22500	
$E_9^1$	-6900	-10430	-16540	12100	8570	2460	255094620000	<b>255094620000</b>	22150	<b>22150</b>

Згідно з критерієм добутоків найкращим з усіх альтернативних рішень є рішення  $E_9^1$ , що дає змогу на першому етапі покращити розв'язок задачі при переході від рішення  $E_1^1$  до рішення  $E_9^1$ . Це відповідає переходу від нечітких значень загальних витрат  $Z_1^1$  (7100, 10830, 17040) до  $Z_{32}^1$  (6900, 10430, 16540),

## Другий етап пошуку рішення

Обираємо рішення  $E_9^1$ , і продовжуємо процес пошуку найкращого рішення. При цьому другий етап починається з альтернативного рішення  $E_1^2 = E_9^1$ , що було згідно з критерієм добутків.

Альтернативне рішення  $E_1^2$  (для розрахунку  $Z_{32}^1$ )

	«Зевс»	«Марс»	«Південь»	«Зоря»	«Еколайн»	
«Верховина»	750	150				900
«ЛісБуд»		340	410			750
«ДеревоПром»		100		600	550	1250
	750	590	410	600	550	

Обраховуємо витрати:

$$\begin{aligned} Z_{32}^1 &= (750)(3,6,4) + (150)(1,1,3) + (340)(2,5,7) + (410)(2,3,6) + \\ &+ (100)(2,4,5) + (600)(1,2,4) + (550)(4,5,7) = (2250, 3000, 4500) + (150, \\ &150, 450) + (680, 1700, 380) + (820, 1230, 2460) + (200, 400, 500) + (600, \\ &1200, 2400) + (2200, 2750, 3850) = \mathbf{(6900, 10430, 16540)} \end{aligned}$$

# Використання критерію Ходжа-Лемана для отриманих альтернативних рішень

Матриця вигравів для 9 альтернативних рішень (другий етап) за критерієм Ходжа-Лемана при  $v=0,5$ ;  $q_1 = 0,12$ ;  $q_2 = 0,7$ ;  $q_3 = 0,18$

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	min e <sub>ij</sub>	$\sum_{i=1}^n e_{ij}q_j$	e <sub>ir</sub>	max e <sub>ir</sub>	E <sub>ir</sub> =E <sub>ij</sub> (Z,0)	min e <sub>ir</sub>
E <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-6900	-10430	-16540	-16540	-11106,2	-13823,1		22150	
E <sub>2</sub> <sup>2</sup>	-6900	-10880	-16840	-16840	-11475,2	-14157,6		22750	
E <sub>3</sub> <sup>2</sup>	-7500	-11630	-17740	-17740	-12234,2	-14987,1		24250	
E <sub>4</sub> <sup>2</sup>	-7500	-11330	-17290	-17290	-11943,2	-14616,6		23725	
E <sub>5</sub> <sup>2</sup>	-6900	-10090	-15860	-15860	-10745,8	-13302,9	<b>-13302,9</b>	21470	<b>21470</b>
E <sub>6</sub> <sup>2</sup>	-7580	-10770	-16200	-16200	-11364,6	-13782,3		22660	
E <sub>7</sub> <sup>2</sup>	-6560	-10430	-16200	-16200	-11004,2	-13602,1		21810	
E <sub>8</sub> <sup>2</sup>	-7000	-10530	-16940	-16940	-11260,2	-14100,1		22500	
E <sub>9</sub> <sup>2</sup>	-7100	-10830	-17040	-4050	-11500,2	-14270,1		22900	

v	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
E <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-16540	-15996,62	-15453,2	-14909,9	-14366,5	-13823,1	-13279,7	-12736,3	-12193	-11649,6	-11106,2
E <sub>2</sub> <sup>2</sup>	-16840	-16303,52	-15767	-15230,6	-14694,1	-14157,6	-13621,1	-13084,6	-12548,2	-12011,7	-11475,2
E <sub>3</sub> <sup>2</sup>	-17740	-17189,42	-16638,8	-16088,3	-15537,7	-14987,1	-14436,5	-13885,9	-13335,4	-12784,8	-12234,2
E <sub>4</sub> <sup>2</sup>	-17290	-16755,32	-16220,6	-15686	-15151,3	-14616,6	-14081,9	-13547,2	-13012,6	-12477,9	-11943,2
E <sub>5</sub> <sup>2</sup>	<b>-15860</b>	<b>-15348,58</b>	<b>-14837,2</b>	<b>-14325,7</b>	<b>-13814,3</b>	<b>-13302,9</b>	<b>-12791,5</b>	<b>-12280,1</b>	<b>-11768,6</b>	<b>-11257,2</b>	<b>-10745,8</b>
E <sub>6</sub> <sup>2</sup>	-16200	-15716,46	-15232,9	-14749,4	-14265,8	-13782,3	-13298,8	-12815,2	-12331,7	-11848,1	-11364,6
E <sub>7</sub> <sup>2</sup>	-16200	-15680,42	-15160,8	-14641,3	-14121,7	-13602,1	-13082,5	-12562,9	-12043,4	-11523,8	-11004,2
E <sub>8</sub> <sup>2</sup>	-16940	-16372,02	-15804	-15236,1	-14668,1	-14100,1	-13532,1	-12964,1	-12396,2	-11828,2	-11260,2
E <sub>9</sub> <sup>2</sup>	-17040	-16486,02	-15932	-15378,1	-14824,1	-14270,1	-13716,1	-13162,1	-12608,2	-12054,2	-11500,2

При будь-якому значенні коефіцієнта  $v$  за даним критерієм найкращим результатом є рішення **E<sub>5</sub><sup>2</sup>**

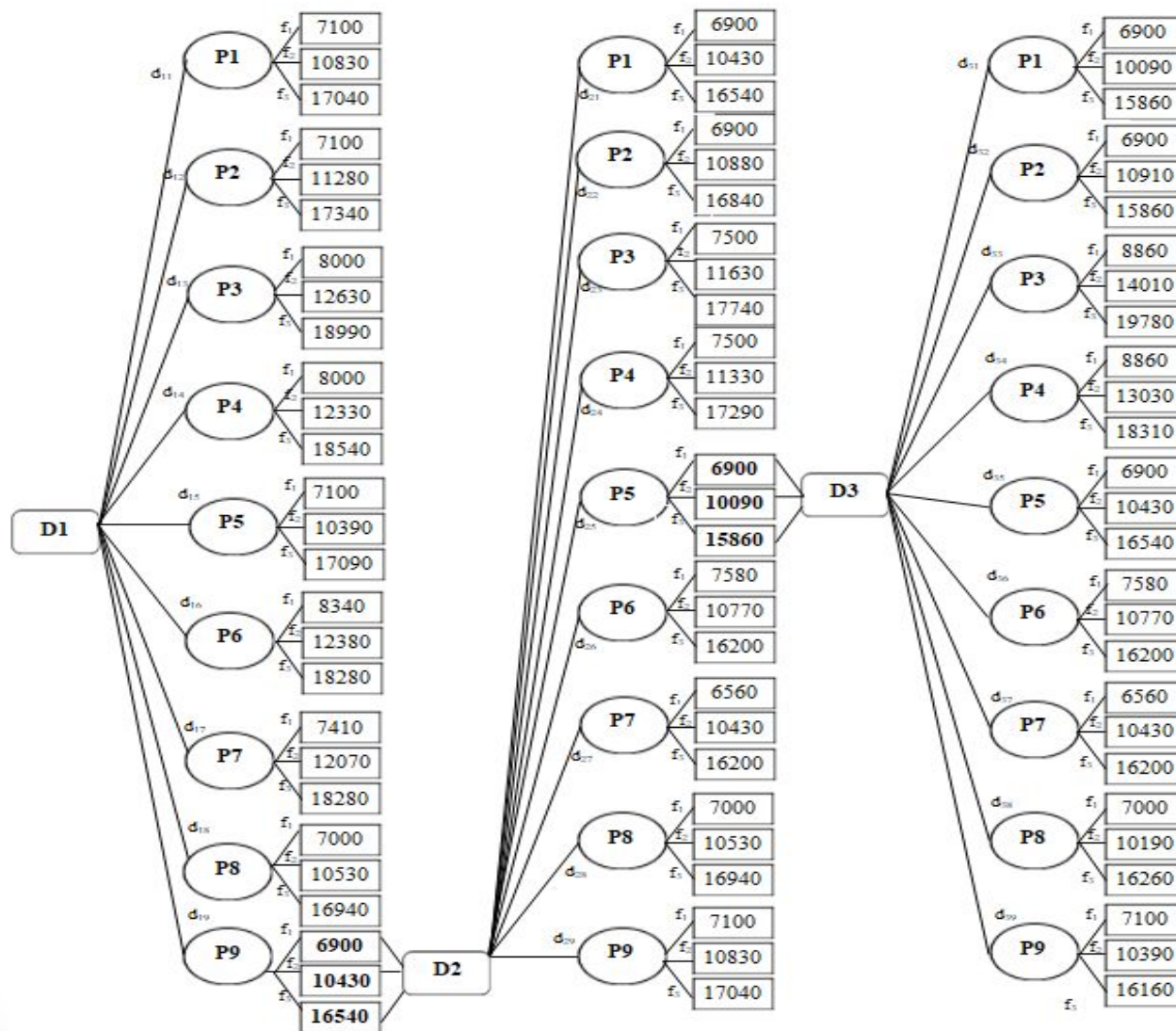


# Третій етап

	$F_1^*$	$F_2^*$	$F_3^*$	$e_{ir} = \Pi e_{ij}$	$\max e_{ir}$	$E_{ir} = E_{ij}(Z, 0)$	$\min E_{ir}$
$E_1^3$	12900	9710	3940	493520460000	<b>493520460000</b>	21470	<b>21470</b>
$E_2^3$	12900	8890	3940	451843140000		22290	
$E_3^3$	10940	5790	20	1266852000		28330	
$E_4^3$	10940	6770	1490	110355062000		26615	
$E_5^3$	12900	9370	3260	394045980000		22150	
$E_6^3$	12220	9030	3600	397247760000		22660	
$E_7^3$	13240	9370	3600	446611680000		21810	
$E_8^3$	12800	9610	3540	435448320000		21820	
$E_9^3$	12700	9410	3640	435005480000		22020	

- Згідно із критерієм добутоків, який був застосований на даному етапі, найкращим з усіх альтернативних рішень є  $E_1^3$ . Отже не існує іншого плану перевезень, який би скоротив загальні витрати. Було визначено найкращий план транспортних перевезень з мінімальним значенням загальних витрат. Це відповідає нечітким значенням загальних витрат **(6900, 10090, 15860)**.

# Дерево рішень для нечітких входних даних





# Матриці рішень за деякими критеріями на основі третього етапу

Мінімаксий критерій

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	$e_{ir} = \min e_{ij}$	$\max e_{ir}$
$E_1^3$	-6900	-10090	-15860	-6900	
$E_2^3$	-6 900	-10910	-15860	-6 900	
$E_3^3$	-8860	-14010	-19780	-8860	
$E_4^3$	-8860	-13030	-18310	-8860	
$E_5^3$	-6900	-10430	-16540	-6900	
$E_6^3$	-7580	-10770	-16200	-7580	
$E_7^3$	-6560	-10430	-16200	-6560	<b>-6560</b>
$E_8^3$	-7000	-10190	-16260	-7000	
$E_9^3$	-7100	-10390	-16160	-7100	

Критерій Байеса-Лапласа

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	$e_{ir} = \sum \max e_{ij} q_j$	$\max e_{ir}$
$E_1^3$	-6900	-10090	-15860	-10745,8	<b>-10745,8</b>
$E_2^3$	-6 900	-10910	-15860	-11319,8	
$E_3^3$	-8860	-14010	-19780	-14430,6	
$E_4^3$	-8860	-13030	-18310	-13480	
$E_5^3$	-6900	-10430	-16540	-11106,2	
$E_6^3$	-7580	-10770	-16200	-11364,6	
$E_7^3$	-6560	-10430	-16200	-11004,2	
$E_8^3$	-7000	-10190	-16260	-10899,8	
$E_9^3$	-7100	-10390	-16160	-11033,8	

Критерій Севіджа

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	$a_{ij} = \max e_{ij} - e_{ij}$			$e_{ir} = \max [ \max e_{ij} - e_{ij} ]$	$\min e_{ir}$
$E_1^3$	-6900	-10090	-15860	340	0	0	340	<b>340</b>
$E_2^3$	-6 900	-10910	-15860	340	820	0	820	
$E_3^3$	-8860	-14010	-19780	2300	3920	3920	3920	
$E_4^3$	-8860	-13030	-18310	2300	2940	2450	2940	
$E_5^3$	-6900	-10430	-16540	340	340	680	680	
$E_6^3$	-7580	-10770	-16200	1020	680	340	1020	
$E_7^3$	-6560	-10430	-16200	0	340	340	340	<b>340</b>
$E_8^3$	-7000	-10190	-16260	440	100	400	440	
$E_9^3$	-7100	-10390	-16160	540	300	300	540	

Критерій Гурвіца при  $c=0,5$

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	$\min e_{ij}$	$\max e_{ij}$	$e_{ir}$	$\max e_{ir}$
$E_1^3$	-6900	-10090	-15860	-15860	-6900	-11380	
$E_2^3$	-6 900	-10910	-15860	-15860	-6 900	-11380	
$E_3^3$	-8860	-14010	-19780	-19780	-8860	-14320	
$E_4^3$	-8860	-13030	-18310	-18310	-8860	-13585	
$E_5^3$	-6900	-10430	-16540	-16540	-6900	-11720	
$E_6^3$	-7580	-10770	-16200	-16200	-7580	-11890	
$E_7^3$	-6560	-10430	-16200	-16200	-6560	-11380	<b>-11380</b>
$E_8^3$	-7000	-10190	-16260	-16260	-7000	-11630	
$E_9^3$	-7100	-10390	-16160	-16160	-7100	-11630	

# Оцінки матриці рішень згідно з усіма критеріями на основі третього етапу

	MM	BL	S	HW		HL	G	P
				$c \leq 0,5$	$c > 0,5$	$v = \{0 \dots 1\}$	$q_1 = 0,12; q_2 = 0,7; q_3 = 0,8$	$a = 19800$
$E_1^3$		+	+		+	+	+	+
$E_2^3$								
$E_3^3$								
$E_4^3$								
$E_5^3$								
$E_6^3$								
$E_7^3$	+			+				
$E_8^3$								
$E_9^3$								

Застосування похідних критеріїв підвищує надійність процесу прийняття рішень. Усі критерії рекомендують у залежності від параметрів алгоритмів  $c$ ,  $v$  та  $a$  вибирати, у більшості випадків рішення  $E_1$ , а також  $E_7$  для поставленої задачі

Дякую за увагу!